



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA (UMECIT)**

Decreto ejecutivo N°. 575 del 21 de julio de 2004

Acreditada mediante resolución N°. 15 del 31 de octubre de 2012

**Facultad de humanidades y ciencias de la educación
Especialización en pedagogía**

**El uso de la analogía balanza en el
aprendizaje de ecuaciones con estudiantes de
séptimo grado de la institución Urama,
Dabeiba.**

**Trabajo presentado como requisito para optar al grado de
Especialista en Pedagogía**

**Jorge Mario Jiménez Rengifo
Ayda Cristina Murcia Alvear**

Panamá, junio, 2022

Nota de aceptación

Nombres y Apellidos

Jurado Principal

Nombres y Apellidos

Comité de Investigaciones

Panamá, 2022

Dedicatoria.

De manera especial quisiera darle gracias a Dios y dedicarle a él la presente monografía. Así mismo, quiero hacer reconocimiento a mis padres quienes me enseñaron desde pequeño a superar todo tipo de adversidades; de ellos aprendí que es a través de la perseverancia que se pueden lograr los propósitos personales que me he planteado, que los momentos tristes se pueden cambiar por sonrisas o alegrías; y aún más importante, les agradezco por haberme enseñado a ser quien soy, una persona con grandes sueños y valores, por ser las guías en todo mi proceso de formación. Por último, quiero dar las gracias de manera especial a los estudiantes que son la principal fuente de inspiración y motivación de este proyecto, es desde mi labor que he intentado resolver las dudas a nivel educativo que se han presentado en el quehacer pedagógico, es a través de esta práctica que he guiado su camino para que ellos sean los encargados de multiplicar la transformación educativa que desde aquí se genere.

Resumen

Esta revisión documental surge a partir de la identificación de una oportunidad de mejora de tipo académico referente a los bajos desempeños de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rural Urama durante los últimos años académicos, frente al aprendizaje y a la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita, lo cual se ve reflejado en los resultados obtenidos en las pruebas evaluativas institucionales y en las Pruebas Saber realizadas por el estado, las cuales evalúan esta competencia.

La presente monografía, a través de la revisión y análisis documental planteada por la hermenéutica, busca presentar una estrategia didáctica de aprendizaje que permita desarrollar de forma más interactiva, dinámica y participativa el pensamiento lógico-matemático y variacional relacionado con el aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita, integrando el aprendizaje de las matemáticas con estrategias lúdicas y didácticas que permitan facilitar y potencializar la interpretación, la argumentación y la proposición de los razonamientos cualitativos y cuantitativos.

Esta tiene como base el planteamiento de una estrategia didáctica de aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita, la cual se fundamenta en la analogía de la balanza en similitud con la situación de equilibrio entre ambos platillos de esta y los miembros de una ecuación lineal con una incógnita; además, de su aplicación en situaciones problema de su contexto. Buscando que, al abordar el tema con la estrategia propuesta, los estudiantes mejoren su nivel de competencia interpretativa, argumentativa y propositiva, generando en ellos un aprendizaje significativo y trascendente a través de los años, de tal manera que puedan aplicar estos conocimientos, en la solución de problemas no solo de las diferentes áreas de conocimiento sino en situaciones que se presenten en su contexto diario.

En específico, se apunta a que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico-matemático y variacional; al igual que las competencias matemáticas

relacionadas con el aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita según los estándares básicos de competencias del área, las cuales tienen gran relevancia para el desarrollo de otras competencias relacionadas con el área como las funciones trigonométricas o soluciones de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , y estas a su vez, se emplean en dar alternativas de solución a una muchas situaciones problema de la vida cotidiana del entorno de los estudiantes.

Palabras Claves: Estrategia didáctica, ecuación lineal, enseñanza, aprendizaje, competencias, pensamiento lógico.

Abstract

This documentary review arises from the identification of an opportunity for academic improvement regarding the low performance of seventh grade students of the Urama Rural Educational Institution during the last academic years, regarding learning and solving linear equations with one unknown, which is reflected in the results obtained in the institutional evaluative tests and in the Saber, Tests conducted by the state, which evaluate this competence.

This monograph, through the documentary review and analysis proposed by hermeneutics, seeks to present a didactic learning strategy that allows to develop in a more interactive, dynamic and participatory way the logical-mathematical and variational thinking related to the learning of linear equations with one unknown, integrating the learning of mathematics with playful and didactic strategies that allow to facilitate and enhance the interpretation, argumentation and proposition of qualitative and quantitative reasoning.

This is based on the approach of a didactic strategy for learning linear equations with one unknown, which is based on the analogy of the balance in similarity with the situation of equilibrium between both sides of it and the members of a linear equation with one unknown; in addition to its application in problem

situations of its context. Seeking that, by approaching the subject with the proposed strategy, students improve their level of interpretative, argumentative and propositional competence, generating in them a significant and transcendent learning through the years, in such a way that they can apply this knowledge, in the solution of problems not only in the different areas of knowledge but also in situations that arise in their daily context.

Specifically, it is aimed that students develop logical-mathematical and variational thinking; as well as mathematical skills related to learning linear equations with one unknown according to the basic standards of competences of the area, which have great relevance for the development of other skills related to the area such as trigonometric functions or solutions of systems of linear equations 2×2 , and these in turn, are used to provide alternative solutions to many problem situations of everyday life of the students' environment.

Key words: Teaching strategy, linear equation, teaching, learning, competences, logical thinking.

Índice general

<i>Dedicatoria</i>	<i>i</i>
<i>Resumen</i>	<i>ii</i>
<i>Abstract</i>	<i>iii</i>
<i>Índice general</i>	<i>v</i>
<i>Lista de Figuras</i>	<i>vii</i>
<i>Lista de tablas</i>	<i>viii</i>
<i>Introducción</i>	<i>ix</i>
<i>Parte I. Contextualización del problema</i>	<i>1</i>
1.1. Descripción de la problemática.	1
<i>Parte II. Importancia o justificación</i>	<i>10</i>
2.1. Justificación	10
2.2 Objetivos	15
2.2.1 Objetivo general.	15
2.2.2 Objetivos Específicos	15
<i>Parte III. Fundamentación Teórica</i>	<i>15</i>
3.1. Antecedentes bibliográficos	15
3.2. Bases teóricas	23
3.2.1. Referentes de Calidad Educativa	23
3.2.2. Referentes curriculares de matemáticas.	25
3.2.3. Conductas Cognoscitivas en la Resolución de Problemas.	30
3.2.4. Estrategia Didáctica.	31
3.2.4.1. Estrategia.	32
3.2.4.2. Didáctica.	32
3.2.4.3. Situaciones.	33
3.2.5. Aprendizaje significativo.	34
3.2.6. Aprendizaje basado en problemas.	35
3.2.7. Aprendizaje significativo en matemáticas.	36
3.2.8. El material didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	36
3.3. Bases conceptuales	38
3.3.1 Historia de las ecuaciones lineales de una incógnita.	38
3.3.2. Ecuación lineal de primer grado.	40
3.3.3 Principio de transposición de términos.	41

3.3.4. Resolución de una ecuación lineal.	41
3.3.5. Propiedad uniforme de las igualdades.	43
3.3.6. Dificultades que se presentan en la resolución de ecuaciones lineales.	43
3.3.7. El modelo de la balanza	46
3.3.7.1. Presentación del modelo de la balanza.	50
3.3.8 Demostración de la analogía de la balanza con números enteros.	55
3.4. Bases Legales.	56
3.4.1. Constitución Política de Colombia de 1.991	56
3.4.2. Ley General de la Educación 115 de 1994 (MEN, 1994).	57
3.4.3. Decreto 1860/1994 (MEN, 1994).	58
3.4.4. Capítulo I. De la prestación del servicio educativo.	58
3.4.5. Capítulo II organización de la educación formal	60
3.4.6. Estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares.	60
3.4.7. Marco legal nacional en relación a estrategias didácticas.	62
3.4.7. Referente institucional.	64
Parte IV. Análisis de la revisión documental	65
Conclusiones.	70
Referencias bibliográficas	74
Anexos	78
Anexo A. Ubicación de la IER URAMA-sede colegio	78
Anexo B. Ejemplos Modelo de la balanza IER URAMA	78

Lista de Figuras

Figura 1. Niveles de desempeño en matemáticas PISA 2015.....	4
Figura 2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas...	5
Figura 3. Representación en la balanza de una ecuación.....	49
Figura 4. Solución de una ecuación con la analogía de la balanza	49
Figura 5. Definición concepto de ecuación.....	50
Figura 6. Explicación Grafica del modelo de la balanza	51
Figura 7. Ejemplo del Modelo gráfico de la Balanza	51
Figura 8. Sustracción de incógnitas.....	52
Figura 9. Solución del ejercicio.	52
Figura 10. Solución algebraica de una ecuación lineal.....	53

Lista de tablas

<i>Tabla 1</i> Analogía ecuaciones y la balanza	48
--	-----------

Introducción

El área de matemáticas ha sido considerada como una de las asignaturas más complejas y poco atractivas para los estudiantes de la Institución Educativa Rural Urama, situación que se ha generalizado en muchas otras instituciones educativas de la región y del país, esto se explica por el carácter abstracto de su contenido y por las formas de enseñanza-aprendizaje monótonas y aburridas que imparte el docente al transmitir el conocimiento y en donde el estudiante es solo un receptor, situación que dificulta la asimilación de los conceptos.

El tema de esta revisión y análisis documental se enfoca en el estudio de la estrategia didáctica basada en la analogía de la balanza, utilizada para mejorar la resolución de ecuaciones lineales de primer grado en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rural Urama del municipio de Dabeiba, Antioquia. Encontrar y desarrollar en el aula de clase nuevas formas de enseñar las matemáticas, de hacerlas cercanas y prácticas para los estudiantes, se constituye en el objetivo del presente trabajo, el cual parte del análisis de las causas del bajo rendimiento académico y las dificultades en el aprendizaje de esta área del conocimiento que se evidencian en los estudiantes, sustentadas en los resultados en las pruebas de valoración internas y externas en las que participa la institución educativa.

El desarrollo de la monografía inicia la descripción de la problemática objeto de estudio en el desarrollo de esta, acompañado de un reconocimiento de las condiciones particulares de la institución, de manera detallada se explican: la naturaleza, las características, debilidades, fortalezas y oportunidades que se evidencian en el contexto educativo. Así mismo, se resume la problemática para estructurar un objetivo general de la revisión documental y analizar el posible efecto de la estrategia didáctica basada en la analogía de la balanza en el aprendizaje y resolución de ecuaciones lineales con una incógnita, con los estudiantes de séptimo grado.

A la par de esta revisión, se llevó a cabo una recopilación teórica de antecedentes para conocer otras investigaciones o estudios relacionados a las dificultades en la enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita y las estrategias didácticas que se han utilizado para dar solución a estas dificultades; además, de los posibles errores que se comenten en la solución de estos inconvenientes, así como algunas investigaciones previas realizadas por matemáticos, educadores y psicólogos sobre la problemática del aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita, a través de la implementación de la analogía de la balanza como estrategia didáctica de aprendizaje.

De igual modo, se explicitan los referentes teóricos que orientaron el desarrollo de esta monografía, como son los referentes de calidad educativa del Ministerio de Educación Nacional, los Estándares Básicos de Competencias, los Lineamientos Curriculares, los Derechos Básicos de Aprendizaje, las bases conceptuales referentes a la temática a desarrollar en la estrategia didáctica y las bases legales de la revisión documental amparadas en la ley colombiana. De igual modo, para el desarrollo de esta revisión documental se consideró el aprendizaje significativo planteado por David Ausubel (1983), el cual dentro de sus postulados afirma que los estudiantes relacionan los nuevos conocimientos de manera no arbitraria y sustantiva, con conocimientos ya existentes dentro de su estructura cognitiva, lo que permite que el aprendizaje y el conocimiento se mantengan en el tiempo, siendo la base de saberes previos para el desarrollo de nuevos aprendizajes en el futuro.

Por último, el apartado de análisis fue realizado desde la hermenéutica y en dentro de sus conclusiones se ejecutó una propuesta de solución de tipo institucional, frente a los resultados obtenidos en el transcurso y al final del proceso de la revisión documental. Esta propuesta adapta las oportunidades y debilidades encontradas en la revisión documental, en favor del diseño final de una estrategia a aplicar en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rural Urama

en el año 2022, a través de la concreción de un proyecto estructurado de ejecución con actividades y un cronograma claramente definido.

Parte I. Contextualización del problema

1.1. Descripción de la problemática.

El proceso formativo de aprendizaje del álgebra es una de las ramas de las matemáticas más importantes, esta permite desarrollar en el estudiante el pensamiento lógico-matemático y variacional. La relevancia de esta rama hace necesario investigar sobre las dificultades que se generan en su aprendizaje. Autores como Paredes et al. (2009, Pág. 37) citados por Mateo (2018, pág. 7) definen el álgebra como;

Rama de las matemáticas que estudia estructuras, relaciones, cantidades de una manera más general que la aritmética, ya que se trata de letras o símbolos que pueden tomar cualquier valor para desarrollar diferentes tipos de problemas que pueden ser múltiples y cambiantes factores que intervengan.

Históricamente muchos estudiantes han presentado dificultades en el proceso de aprendizaje del área de matemáticas, las cuales se siguen presentando en los espacios académicos de la actualidad, estas dificultades van desde las teorías hasta la realización de cálculos matemáticos, llegando incluso a los errores o dificultades al solucionar problemas cotidianos que impliquen el uso de ecuaciones lineales con una incógnita.

La inquietud de la cual surge esta investigación parte de una reflexión del quehacer pedagógico y práctica docente en los procesos formativos de aprendizaje del área conocimiento y formación de matemáticas (artículo 23 de la ley 115 de 1994), realizada durante cuatro años en la Institución educativa rural Urama en la básica secundaria, desde el grado séptimo a grado undécimo, donde en promedio 25 a 30 estudiantes de estos grados quedan nivelando el área cada fin de periodo académico. Durante este tiempo se observan las dificultades al momento de realizar

procedimientos matemáticos, sin embargo en especial en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita en los estudiantes de grado séptimo donde al abordar el tema e ir profundizando en el cerca del 50% de los estudiantes del grado deben realizar trabajos de refuerzo, las ecuaciones lineales son el primer contacto de los estudiantes con el lenguaje algebraico, como plantea Beyer (2006) la definición de lenguaje algebraico, “es aquel que una persona utiliza para transmitir las ideas algebraicas a otras personas y se caracteriza mediante diversas dimensiones como son la verbal, la simbólica y la gráfica”, es decir representar situaciones matemáticas por medio de números, letras y símbolos. Esta situación aprendizaje para la formación integral se convierte en dificultades dentro del ámbito educativo en grados superiores al momento de despejar fórmulas o resolver problemas que incluyen las bases de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, esta problemática se evidencia inclusive en los estudiantes más destacados los cuales también presentan deficiencias al momento de realizar este tipo de procesos, pero además, al momento de enfrentarse a situaciones de su contexto rural, en el uso práctico de estos conocimientos en el proyecto de vida.

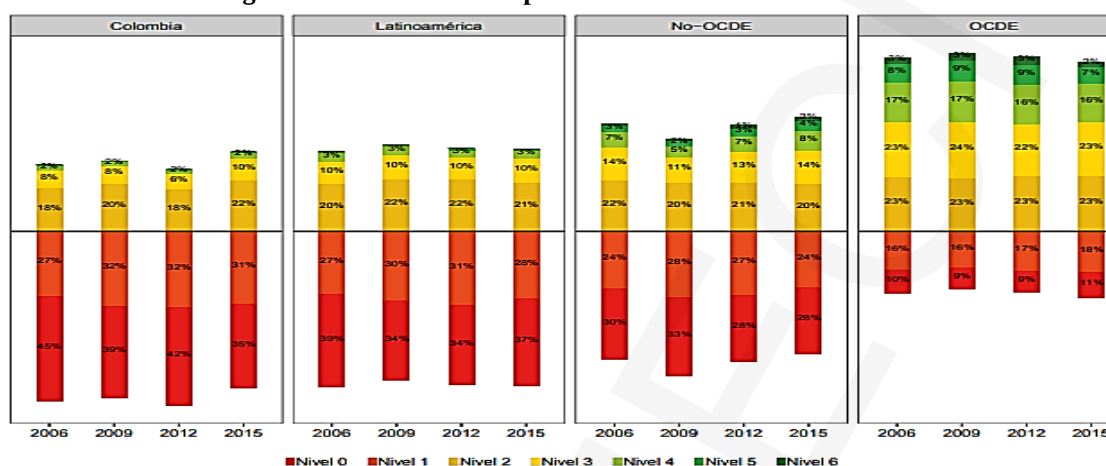
Esta problemática tiene relación con las dificultades y/o errores evidenciados en algunos estudiantes, cuando resuelven ecuaciones de primer grado, ocupando estrategias mecánicas y desprovistas de sentido, las cuales son utilizadas para determinar el valor de la incógnita. En la resolución de este tipo de problemas matemáticos, se debe tener en cuenta y entender que hay factores ajenos al pensamiento lógico-matemático y variacional que juegan un papel importante en la consecución de la respuesta correcta, haciéndose referencia a factores como la motivación del estudiante, la cual permite que este enfrente la situación propuesta desde una perspectiva coherente y que, de una u otra forma le resulte agradable en su rol, esto directamente relacionado con los intereses propios de cada estudiante y el desarrollo de la inteligencias múltiples de Howard Gardner, por lo cual, resulta evidente que los procesos de aprendizaje se debe valorar aspectos como la diversidad, las capacidades individuales, la constitución cerebral, el entorno y el contexto cultural.

Ante esta premisa, pese a que las instituciones educativas deben proveer las herramientas y estrategias que permitan desarrollar en los estudiantes el pensamiento crítico y lógico-matemático, por eso la labor pedagógica que realizan los docentes debe estar encaminada en brindar estrategias que ayuden, fortalezcan y a la vez mejoren el desempeño cognitivo y aprendizaje del estudiante, como lo plantea Julián De Zubiria, enseñar al estudiante a pensar matemáticamente, leer o interpretar problemas que involucren razonamiento numérico; pero, muy especialmente, que aprendan a convertir lo real en un problema matemático: A modelar la realidad.

Las dificultades y/o errores a las que usualmente se enfrentan los alumnos - al resolver ecuaciones lineales con una incógnita, son la falta de habilidad para realizar despejes en cuanto al manejo de signos y la identificación del orden jerárquico a seguir al cambiar de miembro los términos correspondientes, estas debilidades en la resolución de ecuaciones, se ve claramente reflejada en los resultados institucionales del área de conocimiento de las matemáticas, obtenidos en la evaluación de periodo para alumnos de grado séptimo y octavo de básica secundaria, donde se observa que únicamente el 24% de los estudiantes pueden resolver ecuaciones lineales sencillas, según los resultados evaluativos 2021 del área de matemáticas en la institución educativa rural Urama.

Además, a nivel nacional el informe de los resultados del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes, (Pisa por sus siglas en inglés) para el año 2018, año en que se realizó la última medición para Colombia siguen siendo reveladores, según el certamen “Los estudiantes de Colombia tuvieron un rendimiento menor que la media de la OCDE en lectura, matemáticas y ciencias”, como se puede observar en la Figura 1, en este caso, se evidencian algunos resultados de estudiantes colombianos frente al área de matemáticas con respecto a otros 70 países.

Figura 1: Niveles de desempeño en matemáticas PISA 2015.



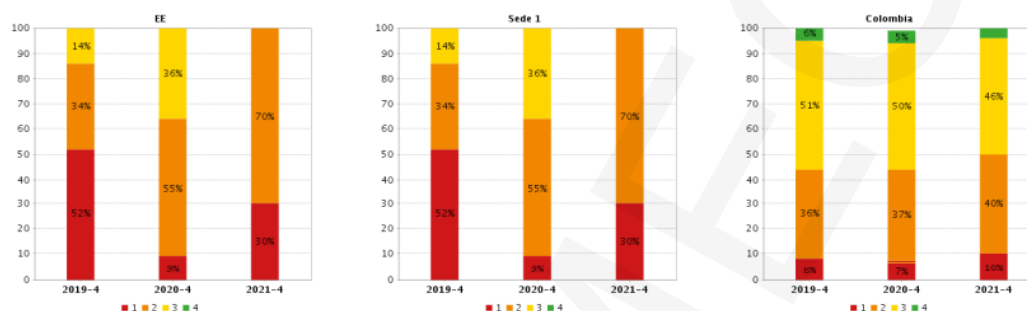
Fuente. Monografía Umecit Edwin Morales (2020)

Esta prueba evalúa hasta qué punto los estudiantes pueden tener un manejo adecuado de las matemáticas cuando se enfrentan a situaciones y problemas del mundo real (OCDE, 2016a), por su parte, Colombia cuenta con el peor desempeño en el desarrollo de las competencias evaluadas, ya que según los datos obtenidos por esta entidad se evidencia que “cerca de 35% de los estudiantes de Colombia alcanzaron el Nivel 2 o superior en matemáticas” (media de la OCDE: 76%). Es decir, que los estudiantes ubicados en este nivel, como mínimo son capaces de interpretar y reconocer sin instrucciones directas, representar matemáticamente una situación (simple), como, por ejemplo, comparar la distancia entre dos rutas o convertir precios a una moneda diferente. Para Zubiría (2014) citado por cárdenas (2015), “a los estudiantes le va mal en las pruebas PISA porque no se les ha enseñado a pensar, interpretar y resolver problemas”, de lo que se puede inferir, que el aprendizaje no está siendo contextualizado a los entornos de los estudiantes y este dado de forma mecánica.

Esto sumado a los resultados en las pruebas saber 11° en los últimos tres años, como se puede observar en la Figura 2, en los cuales se evidencian el nivel de desempeño en el área de matemáticas el cual ha venido decreciendo paulatinamente a partir del año 2019 hasta el año 2021, allí se evidencia que el 69% de los estudiantes cometen errores al validar procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas que involucren información cuantitativa,

de igual modo, es complejo que ellos planteen estrategias que lleven a dar la solución adecuada, puesto que sólo un 39% de los estudiantes obtienen respuestas positivas para este tipo de competencias evaluadas en dicha prueba.

Figura 2 Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas



Fuente. ICFES SABER 11°

A nivel del departamento de Antioquia, un análisis hecho por el Centro de Investigación, Innovación y Desarrollo Tecnológico Orientado a la Gestión Académica (Ceinfes), se revelan detalles de los resultados en el rendimiento en las pruebas saber 11°, en la cual se evidencia un decrecimiento en los niveles de desempeño, en los últimos años (2016-2020), en este periodo de tiempo se evidencia que los colegios privados se encuentran por encima de la media nacional y los públicos por debajo de la misma, adema en general, el departamento de Antioquia ha presentado puntajes por debajo del promedio nacional en los últimos años, según los datos del icfes 2021-II, se ubica en la posición 14 con una media de 242 puntos, añadiendo a esta información a nivel de la subregión del occidente antioqueño según la informacion brindada por la secretaria de educación y la mesa municipal de matemáticas haciendo una analisis de los resultados del icfes saber 11°, en el municipio de Dabeiba hacen presencia 5 instituciones educativas de población mayoritaria de carácter público 2 urbanos y 3 rurales, además de 2 indígenas y un SAT (Sistema de Aprendizaje Tutorial), se da que el municipio se ubicada en la posición 19 de 19 municipios, con un puntaje promedio de 210 puntos aproximadamente, además de que se evidencian dificultades en los resultados del área de matemáticas y la reprobación del área de matemáticas del 24% según los datos dados en la mesa municipal de matemáticas.

Otra de las problemáticas relacionadas con el aprendizaje, es el método tradicional con el que se enseña el área de matemáticas y más en el caso de la resolución de ecuaciones lineales, espacio en el que pueden darse fácilmente clases magistrales y pocas representaciones análogas de los conceptos (relacionadas con el contexto de los estudiantes).

A esto se le suman las pocas o casi nulas intervenciones activas de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje, lo que evidencia dificultades en el aprendizaje de subprocesos como transposición de términos, reducción de términos semejantes, según las leyes de la igualdad. Ahora, se hace necesario para el desarrollo de esta revisión documental, realizar una identificación de las dificultades y/o errores que se comenten con mayor frecuencia al momento de dar solución a ecuaciones lineales con una incógnita (objeto de estudio de este proyecto), ya que, a través de la identificación de estas, se evidencia la forma cómo los estudiantes intentan dar solución de una ecuación lineal con una incógnita y cuáles son los errores más comunes al momento de su desarrollo.

En el sistema educativo colombiano el aprendizaje del álgebra se ha descontextualizado y como consecuencia, los estudiantes memorizan fórmulas, pero no interiorizan ni comprenden el verdadero significado, las relaciones existentes y la gran aplicabilidad que esta disciplina posee. A partir de estas dificultades, Londoño S. (2010) citado por JD Erazo (2011, pág.2), afirma que la manera de transmitir algunos conceptos matemáticos, en especial aquellos relacionados con la ecuación lineal con una incógnita, se ha realizado tradicionalmente de forma mecánica, es decir, orientada a dar solución de múltiples ejercicios, en los cuales los estudiantes tienen como único fin, operacionalizar expresiones algebraicas, sin tener una contextualización de estos. Por lo que, los estudiantes pueden resolver un sistema de ecuaciones procedimentalmente, lo cual no garantiza que las ecuaciones construidas, ni las interpretaciones de los resultados correspondan a la descripción y solución coherente de la situación.

El desarrollo de la presente monografía, busca como objetivo el estudio de una estrategia didáctica de aprendizaje diferente a las utilizadas de forma tradicional, la cual genere un aprendizaje significativo en el tema de las ecuaciones lineales con una incógnita y en la que se haga uso de las de materiales manipulativos y las herramientas Tics; lo cual permitirá desarrollar actividades dinámicas, interactivas y de mayor participación, encaminadas o en pro del desarrollo del aprendizaje de los estudiantes, teniendo como finalidad que estos sean los actores principales en la construcción y desarrollo de nuevos aprendizajes bajo la mediación del docente en el aula de clase entre el conocimiento y el estudiante.

Para hacer frente al problema anterior, autores como Figueira-Sampaio et al. (2009), Turmudi y Haryanto (2011) entre otros, han estudiado el método de la analogía de la balanza para la enseñanza de las ecuaciones de primer grado, esto se debe a que se ha reconocido que el uso de las diferentes formas representacionales puede contribuir en el aprendizaje de los estudiantes y además estimular el pensamiento relacional; así mismo, Suh y Moyer, (2007) “plantean que la estrategia de la analogía de la balanza facilita la resolución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado, teniendo en cuenta el contexto y las características de aprendizaje de los estudiantes”.

En relación con esta problemática, los autores mencionados han venido elaborando diversas propuestas de aprendizaje, con el fin de subsanar las dificultades que presentan los alumnos cuando resuelven ecuaciones lineales de primer grado. Algunas de estas, utilizan la analogía de la balanza como modelo para la comprensión y resolución de ecuaciones, estas señalan que el concepto de ecuación se construye a partir de igualdades como situaciones de equilibrio que pueden ser representadas a través de balanzas, en las que hay un elemento desconocido (incógnita) trata inicialmente de encontrar el valor de dicho elemento para lograr el equilibrio propuesto.

Sin embargo, existen antecedentes investigativos como los planteados por Rojano (2010) y Vlassis (2002), que aun cuando se utiliza la balanza como estrategia de aprendizaje, estas dificultades siguen evidenciándose en el aula aunque en un menor porcentaje; es por ello que la problemática planteada, trasciende al concepto de igualdad objeto de estudio de la analogía que plantea el uso de la balanza y se relaciona directamente con el manejo del lenguaje algebraico y la concepción de cantidades desconocidas, las propiedades que tiene la adición y multiplicación en el sistema de los números naturales, el uso de algoritmos aritméticos en el álgebra desprovistos de sustento matemático, entre otros; conceptos que corresponden a elementos que no necesariamente se superan con el uso de la balanza, para ello, los alumnos deben identificar “las operaciones propuestas y el orden en que se deberían transponer los términos para despejar la incógnita” (De Moreno y De Castellanos, 1997, p. 248).

Como se ha venido enunciando, los estudiantes de grado Séptimo de la Institución educativa rural Urama del municipio de Dabeiba, Antioquia, Colombia (ver Anexo A); en los últimos 4 años han presentado dificultades al momento de resolver problemas matemáticos, específicamente aquellos que impliquen la solución de ecuaciones lineales con una incógnita. Los estudiantes pueden llegar a dar solución a un sistema de ecuaciones lineales de manera adecuada, lo cual no quiere decir o garantiza que las ecuaciones construidas y las interpretaciones de los resultados obtenidos correspondan a la descripción y solución coherente de la situación problema planteada. Esto indica que hay una falla en el proceso de resolución de problemas y abstracción del lenguaje en símbolos numéricos, como se plantea en los estándares básicos de competencias del área de matemáticas para generar un aprendizaje significativo se requiere que se propicien ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.

En la mayoría de los estudiantes de la Institución Educativa Rural Urama se puede evidenciar un desinterés y falta de motivación por el Área de conocimiento

de Matemáticas y uno de los factores que influyen en esto es el SIEE (sistema institucional de evaluación escolar) de la institución, el cual en su Artículo 13.2. enuncia el tema de la reprobación de un grado escolar en la institución educativa, para este sistema, un estudiante no es promovido al siguiente año con tres áreas reprobadas, es decir, estos pueden pasar al siguiente año debiendo materias (2 como máximo) al siguiente año escolar; lo que le brinda la posibilidad de elegir no superar los conocimientos mínimos de una de las áreas y comúnmente una de estas, es el área de Matemáticas, lo cual le permite ser promovido al siguiente grado escolar. Debido a esta situación los estudiantes van aprobando los grados sin necesidad de tener las competencias de un área fundamental como es el caso de las matemáticas, por lo cual, llegan al siguiente grado escolar sin tener haber desarrollado las competencias o aprendizajes mínimos necesarios para generar nuevos conocimientos en el aprendizaje del álgebra y en particular en las ecuaciones lineales de una sola incógnita. Esto hace que el docente deba buscar estrategias de aprendizaje que contribuyan con el alcance de los resultados de aprendizaje, es decir, subsanar esos vacíos para lograr que los estudiantes obtengan las competencias mínimas y desarrollen pensamiento lógico-matemático y variacional, haciendo uso de los recursos educativos disponibles en la institución educativa, como lo son las herramientas audiovisuales, el entorno y las Tic.

Se intenta desarrollar una estrategia didáctica de aprendizaje, siendo consecuentes con el modelo pedagógico constructivista que profesa la institución educativa según el proyecto educativo institucional (PEI), en el cual el estudiante alumno se convierte en el protagonista de su propio aprendizaje y el docente se centra en orientar y plantear retos y preguntas que les permitan resolver problemas reales. Con el desarrollo de la estrategia didáctica se busca generar un aprendizaje significativo en el tema de las ecuaciones lineales con una incógnita, haciendo uso de recursos audio visuales, diagramáticos, material manipulativo y las herramientas Tics disponibles en la institución educativa rural Urama sede colegio; esto permitirá desarrollar actividades dinámicas en pro del aprendizaje de los estudiantes, con el fin de que ellos mismos sean los actores principales en la construcción de nuevos

conocimientos que puedan ser aplicados en su vida cotidiana bajo la orientación del docente.

Es por esta razón que surge la necesidad de realizar una revisión documental, esta oportunidad de mejora en los procesos formativos de aprendizaje gira entorno al desarrollo del pensamiento lógico-matemático y variacional, debido a las dificultades que presentan los estudiantes al momento de ser introducidos al aprendizaje del álgebra, particularmente en aquellas que se relacionan con la solución de ecuaciones lineales con una incógnita. De allí que, para el desarrollo de esta monografía resulta de interés indagar sobre la pregunta problematizadora; ¿cuáles son los beneficios del uso de la analogía de la balanza como estrategia en el aprendizaje de ecuaciones lineales de primer grado, en los estudiantes del grado séptimo de la IER Urama, durante el año 2022?

Parte II. Importancia o justificación

2.1. Justificación

Con esta revisión y análisis documental, se busca proponer el diseño de una estrategia didáctica de aprendizaje en el tema de ecuaciones lineales con una incógnita, con la intencionalidad que los estudiantes aprendan de forma más dinámica, interactiva, participativa y vayan contextualizando lo aprendido, de este modo, se beneficien los procesos de enseñanza-aprendizaje ejecutados en el aula y que respondan a las necesidades educativas de los estudiantes.

Según Zapatera (2006) citado por Fuentes (2020), “el álgebra es el corazón de las matemáticas”. Y teniendo en cuenta la idea desarrollada por Radford (2006, pág. 108) citado por Correa (2017 pág. 39) “El pensamiento algebraico es una forma particular de reflexionar matemáticamente y es considerada una actividad cognitiva sensorial y mediada por signos”. Es decir, que esta naturaleza pensamiento algebraico que emerge de manera interna en los alumnos, es una forma específica

en la cual ellos actúan conceptualmente con el propósito de llevar a cabo acciones requeridas para la realización de tareas.

En la actualidad el estudio del área de matemáticas continúa siendo objeto de interés para la educación, esto se debe a que, dentro de todo el proceso educativo, los docentes (para desarrollar diversas habilidades y destrezas lógico-matemáticas en los estudiantes) deben emplear un sin número de estrategias didácticas que permitan enseñar de manera significativa todos contenidos educativos expuestos en los planes de estudio. La enseñanza del álgebra históricamente ha estado acompañada de dificultades tanto cognitivas como actitudinales, esto puede ser debido a falencias en aritmética o por ser considerada difícil, además del manejo de las variables de forma aritmética; dicho en otras palabras, apreciar el lenguaje algebraico es visto como difícil, dicho lenguaje es un elemento dinamizador del lenguaje de las matemáticas, del verdadero valor y significado de las variables o expresiones equivalentes.

Respecto a las dificultades que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media, con respecto a la resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado, Socas (2000, pág. 132) señala que en general, “no se pueden evitar ya que forman parte del proceso normal de construcción del conocimiento matemático, pero los profesores tienen que conocerlas y reflexionar sobre ellas para facilitar su explicitación por parte de los alumnos”. Frente a las dificultades descritas como lo plantea JD Erazo (2011, pág. 2) “se hace necesario diseñar e implementar estrategias didácticas que favorezcan el proceso de aprendizaje de los estudiantes en este caso en particular de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema del contexto de los estudiantes”, las cuales estén encaminadas a mejorar el nivel de desarrollo de las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva. Las actuales tendencias educativas apuntan a que el estudiante sea el encargado de la construcción de su propio conocimiento y promuevan la investigación para despertar en ellos la curiosidad, el pensamiento crítico, la construcción de hipótesis, entre otras.

En la enseñanza de las ciencias, la parte experimental juega un papel muy importante, pero en las matemáticas la experimentación en el aula de clase se ha visto relegada por la clase teórica, es por esto que toma importancia la experimentación, por lo que proporciona al estudiante un pensamiento más crítico, permitiéndole formular hipótesis, comprobar la validez de resultados, dar generalizaciones de lo que se observa, hacerse preguntas sobre lo que sucederá si se cambiaran algunos signos o variables, etc.

Dentro del proceso formativo de aprendizaje, existen varias estrategias que pueden ser creadas, utilizadas y aplicadas por el docente para la motivación de los alumnos, algunos ejemplos de la aplicabilidad de las matemáticas son los siguientes: la solución de problemas matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, el papel que ha desempeñado las matemáticas en las personas, la solución de problemas en particular, el desarrollo de la historia de la matemática como ciencia, la función desarrolladora de los problemas y su contribución al desarrollo intelectual del estudiante, más específicamente, en la formación del pensamiento intelectual. Las tendencias educativas actuales se centran en que el estudiante es el encargado de la construcción de su propio conocimiento y promueven la investigación para despertar en ellos la curiosidad, el pensamiento crítico, el pensamiento lógico-matemático, entre otras cualidades.

El desarrollo de este proyecto tiene como objetivo que los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rural Urama, desarrollen y fortalezcan el pensamiento lógico-matemático en el área de matemáticas, lo que impacta no solo en su desempeño académico, si no que espera incidir en lo actitudinal que poseen los estudiantes, debido a que por años esta ha sido vista con apatía, desinterés y temor por parte del estudiante. Otro aspecto relevante, es que las ecuaciones lineales con una incógnita como objeto matemático, permiten modelar y dar solución a situaciones problemas de la vida diaria, por mencionar algunos ejemplos tenemos: calcular edades, costos, movimiento, etc., o también, se recurre a situaciones de cálculo de perímetros de figuras geométricas, terrenos y demás. Es

por esta razón que las ecuaciones lineales con una incógnita, permiten la modelación de diversos tipos de problemas (matemáticos o no) y; además, posibilitan modelar un tipo particular de fenómenos.

Para resolver este tipo problemas modelados apartir de las ecuaciones, las técnicas de solución tradicionales como la de invertir operaciones o realizar la transposición de términos ya no son suficientes y acordes a las necesidades educativas actuales. El uso del modelo de la balanza, está basado en una analogía entre lo que se puede colocar o quitar en ambos platillos de una balanza sin que esta pierda el equilibrio. Para resolver una ecuación lineal con una incógnita con esta analogía, el estudiante requiere realizar operaciones mentales de los objetos y esto le permite que desarrolle un pensamiento lógico-matemático además de variacional para lograr despejar la incógnita. Por ejemplo, puede despejar la incógnita de un solo lado de la balanza o realizar movimientos primero con los términos donde aparece esta o los coeficientes, Bonilla (2014). Diversos estudios realizados haciendo uso de la analogía de la balanza, presentan resultados que evidencian además de los beneficios didácticos del mismo en el aprendizaje, como las dificultades que enfrentan los estudiantes y el docente mediador al utilizar este modelo, Filloy y Rojano (1989) citados por Vlassis (2002).

Es por esto que, a través de la implementación de la estrategia didáctica denominada como “La analogía de la balanza como estrategia didáctica para dinamizar el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, con los estudiantes del grado séptimo de la IER Urama del municipio de Dabeiba-Antioquia”, se busca que los estudiantes comprendan mejor las expresiones algebraicas y puedan ser aplicadas en cursos posteriores además de en la solución de problemas de su contexto, mejorando así, el proceso de aprendizaje en la resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales con una incógnita. Además, implementar o utilizar recursos didácticos disponibles en el entorno, que son distintos y novedosos en la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita, lo que puede generar en los estudiantes una mayor motivación, autonomía, análisis y reflexión frente a la

solución de un problema y lo que es más importante, contribuirá al desarrollo de un pensamiento lógico-matemático y variacional.

Es en este sentido que esta propuesta adquiere gran relevancia, porque con este tipo de innovación en el ámbito educativo se busca que los estudiantes tengan una manera dinámica, motivadora, y divertida de aprender en el área de matemáticas, específicamente ecuaciones lineales con una incógnita, en pro de extender el uso de este tipo de estrategias didácticas al proceso de aprendizaje de las matemáticas a nivel institucional; al mismo tiempo, de motivar en los estudiantes del desarrollo de aprendizajes y la búsqueda de conocimientos de forma autónoma, es decir, el cómo actor principal de su formación. Así, como potenciar en los estudiantes, la creatividad y el amor por diversos campos de conocimiento.

Es de esta manera, que se pretende que los desempeños alcanzados por la Institución Educativa Rural Urama las pruebas internas y externas desarrolladas en el año escolar aumenten paulatinamente, esto generará que los estudiantes puedan obtener mejores resultados y el colegio quede mejor posicionado a nivel municipal, departamental y nacional; además de que los estudiantes puedan desenvolverse de manera adecuada en diferentes situaciones de su contexto diario. Además, como lo plantea la decana de la facultad de educación de la universidad de Antioquia Elvia María Gonzales, se debe formar de manera integral al estudiante enseñándole pensar, tomar decisiones, a convivir en sociedad, a enfrentar la vida cotidiana, que sea autónomo, desarrolle aprendizajes a su ritmo y teniendo en cuenta sus gustos e intereses.

Por último, siguiendo la línea de investigación educación y sociedad, en su área docencia y currículo de su eje temático herramientas didácticas, ambiente y recursos para el aprendizaje; se busca que esta investigación tenga un impacto de mejoramiento en la manera de la enseñanza de las matemáticas y la forma como los estudiantes adquieren ese conocimiento y en cómo lo reflejan en su accionar en la comunidad educativa y en la sociedad.

2.2 Objetivos

2.2.1 Objetivo general.

Proponer el uso de la estrategia didáctica basada en la analogía de la balanza en el proceso de aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Urama durante el 2022.

2.2.2 Objetivos Específicos

- Describir el tipo de dificultades que presentan los estudiantes de séptimo grado de la Institución educativa Rural Urama en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita.
- Realizar un análisis de la revisión documental dando recomendaciones sobre el uso de la analogía de la balanza en el proceso de aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita.
- Proponer el diseño de una estrategia didáctica de enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita usando la analogía de la balanza en el aprendizaje de los estudiantes del Grado Séptimo de la Institución educativa Rural Urama.

Parte III. Fundamentación Teórica

3.1. Antecedentes bibliográficos

Para determinar los antecedentes investigativos del presente trabajo, se ha realizado una revisión documental de otras investigaciones relacionadas al estudio de las ecuaciones lineales con una incógnita y algunas estrategias didácticas que favorecen su proceso de enseñanza-aprendizaje, las cuales se consideran aportes significativos directos o indirectos para la comprensión de la temática desarrollada,

aquí se detallan las teorías que han propuesto los autores para favorecer el aprendizaje del tópico.

Ramírez y Tamayo (2012), en su estudio han manifestado que un alto porcentaje de estudiantes durante su vida académica, no disfrutan el proceso de aprender matemáticas, esto como consecuencia de que los docentes abordan el estudio de esta área de conocimiento mediante una presentación fría, inmutable, lejana, difícil, sin lugar para la creación y eventualmente alejadas del contexto. En consecuencia, los estudiantes no se interesan por aprender verdaderamente los conceptos e ideas, sino memorizan de momento para obtener éxito en una prueba, es decir, aprender para el momento no para la vida. Por otra parte, existen autores que plantean la importancia de las representaciones múltiples en matemáticas para contribuir en el aprendizaje de los estudiantes y estimular el desarrollo del pensamiento variacional y lógico-matemático.

En Arrieta (2006), se plantea el uso de material (objetos concretos) como punto de partida para la construcción del conocimiento, ya que, al referirse a un soporte físico, facilitan la comprensión y la comunicación, favoreciendo la visualización, la motivación y la actitud positiva hacia las matemáticas.

En este orden de ideas, Villalobos (2008) citado por Mateo (2018) afirma que “la resolución de problemas pretende enfatizar en el estudiante un proceso de pensamientos analógico, que va más allá del operatorio algoritmo repetitivo, promover que el educando resuelve los problemas cotidianos con múltiples soluciones y el uso de conocimiento previo”. Es decir, para abordar el tema de resolución de problemas con ecuaciones lineales con una incógnita, el docente debe innovar en su práctica pedagógica haciendo uso de estrategias didácticas que conlleven a un aprendizaje más llamativo y contextualizado, lo que permite generar en los estudiantes motivación y amor por el proceso de aprendizaje del área de las matemáticas.

Con respecto a las dificultades en la solución de ecuaciones lineales de primer grado, autores como De Moreno y De Castellanos (1997) citado por Sánchez (2014) detectaron que “los aprendices del álgebra presentan problemas al despejar las incógnitas en ecuaciones lineales. Por esta razón, se plantearon como objetivo presentar el tema “Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita” a través de una secuencia de enseñanza”. Los resultados de esta investigación muestran que se consiguió desarrollar la habilidad para despejar la incógnita en las ecuaciones. No obstante, vale la pena comentar que los alumnos incurrieron en los siguientes errores:

- Los que se originan en la transición conceptual de la aritmética al álgebra: cambio del signo de un miembro de la ecuación sin tener en cuenta el otro, cambio del signo a términos que no se transponen, asignación del mismo valor a la incógnita que a su opuesto, cambio del signo al transponer un factor, transposición y conservación de factor.
- Los que se generan debido a un aprendizaje deficiente de conceptos previos: hallan en forma incorrecta el resultado de sumas y restas o restas de enteros, hallan en forma incorrecta el signo del resultado de la división de dos enteros cuando éstos son de diferente signo, asignan como resultado de una división el mismo resultado que para su inverso multiplicativo, cuando el divisor es múltiplo del dividendo.

En este mismo sentido, Cifuentes et al. (2016) citado por Fuentes (2020) en su obra Ecuaciones lineales con una incógnita, muestran una serie de errores o dificultades en las cuales pueden incurrir los estudiantes al momento de enfrentarse a la solución de este tipo de ecuaciones, entre los mas comunes se tienen el representar en forma incorrecta la traducción de una expresión verbal al lenguaje simbólico, el mal uso de la ley de los signos, dificultades en la transposición de términos, no realizar de forma adecuada la reducción de términos semejantes, no

relacionar los resultados obtenidos con el enunciado durante el proceso de solución de una tarea, entre otros.

De la misma forma, Hernández (2012) citados por Fuentes (2020) en su estudio investigativo detectaron que, aunque el concepto de ecuación se aborda desde la Primaria, presenta inconsistencias en su aprendizaje por parte de los estudiantes aún en niveles avanzados. Esta investigación tuvo como objetivo llevar a cabo una estrategia didáctica del concepto de ecuación tanto en Primaria como en Secundaria para estar al tanto del Discurso Matemático Escolar relacionado con este concepto. Como lo expresa Fuentes (2016, p. 44) citado por Fuentes (2020, p. 44) apunta que, al comprender los errores, “la estrategia estará enfocada en incidir sobre el proceso de pensamiento, lo que supone elaborar unos materiales adecuados y definir una metodología enfocada a subsanar dichos errores”.

A lo que Figueira-Sampaio et al. (2009) expresan que “el aprendizaje es un proceso en el cual los individuos construyen conocimientos y que la investigación en educación matemática busca formas de hacer la educación matemática menos seca y más atractiva”. Argumentando que, al resolver ecuaciones lineales de primer grado, es muy común para los profesores trabajar con la idea errónea de “cambiar el signo” al “mover el miembro”. Para minimizar este problema plantean la idea de equilibrio (igualdad) haciendo uso del modelo de la analogía de la balanza, el cual ha sido estudiada por otros autores

Este es un modelo o representación concreta de las ecuaciones lineales de primer grado y se debe a que las ecuaciones son relaciones de igualdad entre dos expresiones algebraicas. En una ecuación los dos miembros, tanto la derecha y la izquierda, están balanceados por una relación de igualdad entre ellos; situación similar a lo que sucede en una balanza en equilibrio, el peso de los objetos en el brazo derecho de la balanza es equivalente al peso de los objetos en el brazo izquierdo. Este es el principio de la balanza; el problema se presenta cuando hay algo desconocido en alguno de los platillos (la “X” o incógnita), es en este sentido

que debemos usar el razonamiento y el principio de la balanza para calcular el valor de X.

En una investigación realizada por Vlassis (2002) citado por Rojano (2010) referente al uso de la analogía de la balanza como modelo o estrategias didáctica de aprendizaje, la cual permite que los estudiantes tengan un acercamiento a las ecuaciones lineales con una incógnita y al proceso de solución de estas, se afirma a partir de esta que “el uso del modelo de la balanza permite a los estudiantes aprender el método formal de aplicar en la misma operación en ambos lados de la ecuación”, es decir, la aplicación de las propiedades de solución de ecuaciones de la suma y sustracción. En este mismo sentido, Radford et al. (1996) citados por Rojano (2010) argumentan que el uso de este modelo en el aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita “contribuye a que los estudiantes comprendan la regla de eliminación de términos semejantes cuando están en distintos miembros de una ecuación o lados de la balanza”.

Por otro lado, Rojano (2010) en el desarrollo de su investigación, encontró que se presentan algunas limitaciones al usar la analogía de la balanza en el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, en particular cuando se hace uso de números enteros negativos o números racionales. A partir estas limitantes, investigó en qué medida el desarrollo de la analogía de la balanza haciendo uso de herramientas Tics, planteando un modelo virtual de la balanza, el cual ayudaba a comprender a los estudiantes las acciones realizadas en la balanza al nivel de la sintaxis algebraica asociada a la solución de ecuaciones lineales con una incógnita. Así mismo, en esta investigación observó si los estudiantes eran capaces de generalizar el método de “hacer lo mismo en ambos lados de la igualdad”, es decir, quitar o poner elementos en ambos lados de la balanza, en ecuaciones lineales con una incógnita modeladas matemáticamente cada vez más complejas.

Así también, los autores López et al. (2013) llevaron a cabo una investigación destinada a comprobar que es posible obtener mejoras en el aprendizaje de la solución de ecuaciones de primer grado de una variable mediante algoritmos, usando imágenes de una balanza, mediante el uso de software matemático. Este estudio se realizó en una escuela de nivel medio-superior con un grupo experimental y otro de control. El grupo experimental utilizó una balanza virtual (software matemático), mientras que el otro grupo usó papel y lápiz para resolver ecuaciones de primer grado de una variable. Se aplicaron a ambos grupos un cuestionario y se llevó un diario de campo para recolectar muestras cualitativas acerca de aspectos actitudinales.

Así mismo, López, et al. (2013) en su investigación afirman que hicieron un análisis estadístico cuantitativo a partir de la aplicación de un pre-test y un post-test, en el análisis de resultados se concluyó que los estudiantes que usaron el software matemático para simular la analogía de la balanza, lograron mejores aprendizajes de los algoritmos necesarios para dar solución a las ecuaciones lineales con respecto a los que no hicieron uso de él. En este sentido, las investigadoras responsables de este trabajo recomiendan que las escuelas que cuenten con salas de cómputo e internet y hagan uso del applet de la Balanza para abordar la solución de ecuaciones de grado uno con una variable.

Otro estudio realizado por Óscar Iván Cárdenas Monsalve (2015), titulado “Implementar una estrategia didáctica para generar un aprendizaje significativo de las ecuaciones de primer grado con una incógnita usando las tecnologías de la Información y las Comunicaciones (Tic), en los estudiantes de grado octavo en la institución educativa santa elena del municipio de Medellín”, como trabajo investigativo para acceder al título de magister en la universidad Nacional de Colombia, plantea una estrategia aplicando los principios de la analogía de la balanza haciendo uso de las Tics, buscando el mismo impacto de desarrollo de competencias matemáticas a través de la motivación e interés que se despierta en

los estudiantes, el uso de esta estrategia didáctica, logrando dinamizar el proceso de aprendizaje y de adquisición de nuevos conocimientos.

López, O. (2014). citado por Cárdenas (2015) en su trabajo investigativo que tiene como título: “Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa sobre formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema para grado noveno: estudio de caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la ciudad de Medellín.”. Propone el diseño de una unidad didáctica de aprendizaje que favorezca el desarrollo de conocimientos sobre planteamiento y solución de ecuaciones lineales con una incógnita, las cuales sean modeladas a partir de una situación problema propio del contexto de los estudiantes. Este concluye que el diseño e implementación de esta unidad didáctica de aprendizaje favoreció a los estudiantes asimilación de la simbología algebraica en su estructura cognitiva y les permitió generar un aprendizaje significativo a cerca de los conceptos de ecuación lineal con una incógnita, los pasos para su solución y el analisis de la respuesta obtenida.

Además, Pizarro (2013) en su trabajo titulado “Estrategias creativas para la enseñanza de las matemáticas y su evaluación”, ofrece una interesante propuesta para implementar en la enseñanza del área de matemática. La cual nace como una respuesta a la búsqueda de estrategias, formas y maneras para que los alumnos entiendan y sobre todo apliquen en la vida cotidiana las capacidades y conocimientos adquiridos a través de las sesiones de aprendizaje en esta área, porque pareciera que cada día se abre más la brecha entre lo que se les enseña y lo que se debe aplicar en la vida diaria; es por eso que para la enseñanza de la matemática se debe partir desde el enfoque de la resolución de problemas, en el cual se parte de una situación problema como eje motivador para el desarrollo de conocimientos y la adquisición de capacidades y de esta manera lograr un sin número de capacidades matemáticas”.

Por su parte, Paz (2017) presenta su investigación para obtener el grado de Magíster en Didáctica de la Matemática titulado: “Propuesta didáctica para el trabajo de ecuaciones de primer grado en N , por estudiantes de entre 10 y 11 años”; la problemática que presenta la investigadora tiene relación con las dificultades y/o errores que exhiben algunos estudiantes cuando resuelven ecuaciones de primer grado. Ella comenta que los alumnos ocupan estrategias mecánicas desprovistas de sentido para determinar el valor de la incógnita. Para atender este dilema, Paz Soto pretende poner a disposición de los docentes e investigadores una monografía. En dicha monografía se ha de presentar una propuesta didáctica para el trabajo de ecuaciones de Primer Grado en los números Naturales, la propuesta debe componerse de tres planes de clase y el análisis a priori de cada uno de ellos. Como resultado del trabajo, se cumple con la meta de presentar una monografía que se constituye como una innovación en Didáctica de la Matemática, esto debido a que la secuencia didáctica contenida en la monografía surge a partir de la reflexión acerca de la acción docente y el comportamiento de los estudiantes.

Ampliando la mirada de las estrategias lúdicas para el aprendizaje de las matemáticas, Bermúdez (2008) en su artículo titulado “El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas” producto de una investigación en el campo de la didáctica de las matemáticas, realiza un aporte muy importante en este campo, el cual le da sentido a la presente investigación al generar una propuesta reflexiva para los docentes del área, en esa búsqueda de crear espacios de aprendizaje fundamentados en la lúdica y la experimentación del estudiante dentro del aula, basados en el enfoque de aprendizaje significativo. Además, plantea que para que el docente intervenga, oriente y dinamice el aprendizaje de los estudiantes, es preciso no olvidar que los estudiantes necesitan motivación, tiempo de consolidación de los conocimientos y experimentación en contextos diferentes. Así mismo, aporta una teoría sobre el uso del juego y su importancia en la educación matemática, indispensable al momento de implementar una estrategia didáctica. Se considera éste un aporte muy significativo para el desarrollo de la presente propuesta.

La lúdica aplicada en la enseñanza de las matemáticas puede ser un elemento motivante para los estudiantes, puesto que el docente puede aprovechar actividades de su vida cotidiana como, por ejemplo, jugar dominó o ajedrez para desarrollar un aprendizaje sobre el pensamiento numérico, y así, pueda emplear situaciones complejas o de lógica en varios escenarios, lo cual representa claramente un aporte creativo e innovador para la presente investigación.

3.2. Bases teóricas

Con el objetivo de realizar esta revisión y análisis documental de forma satisfactoria, se muestran a continuación las bases teóricas que dan sustento a el desarrollo de esta, se han definido algunas categorías de análisis teniendo en cuenta las causas de las dificultades y la estrategia didáctica, dado que son los ejes fundamentales que orientan los objetivos y actividades a realizar en el transcurso de ésta; los cuales implican adaptaciones contextuales de una serie de factores pedagógicos, cognitivos y comportamentales, así como la articulación de aspectos y procesos propios del que hacer intra e interinstitucional, y que en mismo sentido, direccionan los procesos de enseñanza-aprendizaje tales como el PEI (proyecto educativo institucional), currículo institucional, intereses de la comunidad educativa, entre otros.

3.2.1. Referentes de Calidad Educativa

Son guías u orientaciones educativas publicadas por el Ministerio de Educación Nacional con el fin de brindar orientaciones a los establecimientos de educación formal para garantizar calidad, equidad, pertinencia y eficiencia en el sector, determinan el objetivo de guiar con calidad la actividad pedagógica en una determinada área fundamental y obligatoria; además, cumplen con unas expectativas comunes de calidad y expresan una situación deseada en cuanto a lo que se espera en formación académica de todos los estudiantes a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media (MEN, Referentes de calidad, 2017).

En este orden de ideas, los referentes de calidad nacionales se constituyen en una guía para:

- El diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula, (MEN, Referentes de calidad, 2017).
- Producir o adoptar métodos, técnicas e instrumentos (pruebas, preguntas, tareas u otro tipo de experiencias) que permitan evaluar interna y externamente si una persona, institución, proceso o producto no alcanza las metas planteadas o supera las expectativas de la comunidad, (MEN, Referentes de calidad, 2017).
- El diseño de las prácticas evaluativas adelantadas dentro de la institución, (MEN, Referentes de calidad, 2017).

De forma general, dentro de los referentes de calidad del Ministerio de Educación Nacional, se encuentran documentos tales como: estándares básicos de competencias, lineamientos curriculares, derechos básicos de aprendizaje, mallas de aprendizaje, matrices de referencia, orientaciones pedagógicas. El análisis de estos, permite crear el marco curricular de las estrategias didácticas en las que se pueden dar respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Qué tienen que aprender los alumnos? ¿Cuándo lo deben aprender? ¿Cómo sé si lo que están aprendiendo es lo que deben aprender? ¿Qué deben hacer con lo que aprenden? (MEN, Referentes de calidad, 2017).

En relación a la secuencia didáctica de aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita, esta se relaciona a nivel macro con el estándar básico de competencia del área de matemáticas correspondiente al ciclo 3 de aprendizaje “Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación” MEN (2006). Y

el Derecho básico de aprendizaje, DBA #7 del área de matemáticas, “Manipula expresiones lineales (del tipo $ax + b$, donde a y b son números dados), las representa usando gráficas o tablas y las usa para modelar situaciones. Soluciona ecuaciones lineales (del tipo $ax + b = c$, donde a , b y c , son números dados)”.

3.2.2. Referentes curriculares de matemáticas.

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses, la afectividad del niño y del joven, Ministerio de Educación Nacional (1998). Además, dentro de estos referentes curriculares se enuncia lo que se debe propiciar en el aprendizaje de las matemáticas y como se debe modelar a las situaciones del entorno del estudiante;

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar a los estudiantes la aplicación de los conocimientos fuera del ámbito escolar donde deben tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer opiniones y ser receptivos respecto a la de los demás. Es importante relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentar los contenidos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas en los que se intercambien diversos puntos de vista. Ministerio de Educación Nacional (1998)

Independientemente del proyecto educativo institucional (PEI) en el que se desarrollen los procesos formativos de aprendizaje y atendiendo a las recomendaciones de los lineamientos curriculares del área establecidos por el Ministerio de Educación Nacional sobre el aprendizaje de las matemáticas, se propone considerar tres grandes referentes curriculares con el objeto de organizar el currículo en un todo de forma armoniosa: Conocimientos básicos, procesos generales y contexto.

3.2.2.1. Conocimientos básicos.

Según Ministerio de Educación Nacional (1998), los conocimientos básicos tienen que ver con “los procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático con los sistemas propios de las matemáticas”. Estos procesos específicos se relacionan con los pensamientos numéricos, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

- Pensamiento numérico: “este se adquiere gradualmente y evoluciona a medida que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y usarlos en contextos significativos”, Ministerio de Educación Nacional (1998). Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean;

“el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Ministerio de Educación Nacional (2006, pág. 58)

Esto incluye el desarrollo de tres capacidades fundamentales; según los lineamientos curriculares expedidos por el ministerio de educacion nacional (1998);

1. Comprensión de los números y la numeración: es un proceso sistemático, que se inicia con la construcción de los significados de los números y con la posterior caracterización del sistema de numeración.
2. Comprensión del concepto de las operaciones: este proceso incluye las destrezas relacionadas con el reconocimiento del significado de las operaciones en situaciones concretas, el reconocimiento de los modelos más usuales y prácticos de las operaciones.

3. Cálculo con números y aplicaciones de números y operaciones: tradicionalmente este proceso ha recibido un mayor énfasis en la información básica. En este sentido, el trabajo se orienta hacia la comprensión de las operaciones y su aplicación en situaciones concretas.

- Pensamiento espacial: entendido como “... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”, Ministerio de Educación Nacional (2006, p.61), es de importancia en el desarrollo de procesos de exploración, descripción y dominio del entorno.

El proceso cognitivo avanza desde la intuición de un espacio, dada por la manipulación de los objetos, la ubicación en el entorno, la medición y el desplazamiento de los cuerpos, hacia la conceptualización de un espacio abstracto, donde se pueden inferir propiedades geométricas.

- Pensamiento métrico: son “los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones”, Ministerio de Educación Nacional (2006, p.63), además dentro de los lineamientos curriculares del área de matemáticas, se definen las competencias que se deben desarrollar en este;

Los procesos de medición comienzan con las primeras acciones de comparación y clasificación de objetos por características, y se consolidan en la cuantificación numérica de las dimensiones o magnitudes. Los estándares para el pensamiento métrico se encaminan a desarrollar procesos y construir conceptos, como magnitud y medición. También buscan la comprensión de los procesos de conservación de las magnitudes, la selección de las unidades de medición, la apreciación del rango de las

magnitudes y la asignación numérica. Ministerio de Educación Nacional (1998)

- Pensamiento aleatorio: “el desarrollo del pensamiento estadístico está ligado a la formación de un espíritu investigativo. Busca integrar la construcción de modelos de fenómenos físicos con el desarrollo de estrategias, como la simulación de experimentos y conteos”, Ministerio de Educación Nacional (1998).

- Pensamiento variacional: de acuerdo a lo planteado en los lineamientos curriculares, “desarrollar este pensamiento supone rebasar la enseñanza de contenidos matemáticos aislados, para crear un campo estructurado que permita analizar, organizar y modelar situaciones y problemas relacionados con la variación de los fenómenos”, Ministerio de Educación Nacional (1998).

3.2.2.2. *Procesos generales.*

Están presentes en toda la actividad matemática y se deben desarrollar desde la ejercitación operativa y la comprensión de los enunciados verbales con los que se explican las matemáticas, Ministerio de Educación Nacional (1998). Según los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

- Razonamiento: permite dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones y justificar las estrategias seguidas en la búsqueda de una solución., Ministerio de Educación Nacional (2006, pág. 54). Es decir, este es entendido como la forma de organización de las ideas en la mente para llegar a una conclusión o solución de una situación problema.

- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: este proceso “implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos””, Ministerio de Educación Nacional (2006, pág. 52); es también entendida como la capacidad de los estudiantes para ejecutar tareas matemáticas, que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar, de acuerdo a rutinas secuenciadas, Ministerio de Educación Nacional (1998).

- Modelación: es entendida como “la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente” Ministerio de Educación Nacional (2006, pág. 52), es decir, “una actividad estructural y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se emplean para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas”, Ministerio de Educación Nacional (1998).

- Comunicación: “es el proceso fundamental que permite a los estudiantes establecer vínculos entre sus nociones intuitivas y el lenguaje simbólico de las Matemáticas, de igual modo, comunicar de manera clara los resultados de su trabajo”, Ministerio de Educación Nacional (1998). Es decir, “Las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan” Ministerio de Educación Nacional (2006, pág. 54).

- Resolución de problemas: considerada el eje central del currículo de matemáticas y como tal, el objetivo de enseñanza, ya que, al resolver estos problemas, los estudiantes adquieren confianza en el área y aumentan la capacidad de comunicarse en este tipo de lenguaje,

de igual modo, adquieren la capacidad de solucionar procesos de pensamiento complejos, Ministerio de Educación Nacional (1998).

3.2.2.3 Contexto.

Según lo estipulado en los lineamientos curriculares, se refiere a los ambientes que rodean al estudiante y que dan significación a las matemáticas que aprende, Ministerio de Educación Nacional (1998). Algunas variables como las condiciones del contexto (socioculturales), el tipo de interacción, los intereses y creencias particulares y las condiciones del proceso enseñanza-aprendizaje, son fundamentales en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. Aprovechar el contexto como recurso para favorecer el proceso de aprendizaje requiere de la activa intervención del maestro, quien debe descubrir y proponer situaciones problemas que le den sentido a las Matemáticas. Por otra parte, es el espacio en el que el estudiante puede aplicar sus conocimientos, encontrar interrogantes y asociaciones que le permitan comprender la matemática, no como un conjunto de reglas y operaciones, sino como una posibilidad de aprender haciendo (MEN, 2012).

3.2.3. Conductas Cognoscitivas en la Resolución de Problemas.

La conducta se define como la realización de cualquier actividad en la que está implicada una acción, pensamiento o emoción, un caso de esto se presenta “en la resolución de cierto problema matemático, la forma en que un estudiante lo aborda y lo hace explícito, se define como la conducta cognoscitiva” (Gutiérrez, 2012, p.27). Por ende, dicha conducta es producto de la identificación que hace el estudiante de los aspectos relevantes en una situación, los conocidos y los que desea conocer, se establece una relación entre dichos aspectos de acuerdo con su significado en el contexto, luego selecciona la operación matemática que le permita solucionarlos, esto es modelarlo. Posteriormente, se encuentra el aspecto desconocido del modelo, aplicando las reglas sintácticas aritméticas o algebraicas a que haya lugar (Gutiérrez, 2012, pág. 28), según el MEN se refiere a la evidencia

de procedimientos matemáticos (como algoritmos, métodos, técnicas, estrategias y construcciones) y a su uso apropiado o flexible, esto según la tarea que se propone como objeto de aprendizaje (Colombia-Aprende, 2017).

3.2.4. Estrategia Didáctica.

Una estrategia es el diseño de un plan el cual tiene como fin alcanzar una meta o conseguir un logro propuesto previamente; por consiguiente, una estrategia didáctica es el diseño de clase organizado por el docente para mejorar los espacios de aprendizaje, incluyendo diferentes recursos, herramientas y diseño de actividades que se va a utilizar con el objetivo de alcanzar las competencias académicas en los estudiantes. Autores como Tobón (2010) definen las estrategias didácticas como “un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito”, en pocas palabras es un “plan de acción que pone en marcha el docente para lograr los aprendizajes” (Tobón, 2010: 246). Por su parte Feo (2015, p. 222) define las estrategias didácticas como:

Procesos prácticos que involucran métodos, técnicas y actividades, por los cuales el docente y otros actores del contexto educativo, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso educativo de aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los estudiantes de manera significativa. (Feo, 2015, p. 223)

En la misma línea Rosales (2004) plantea que, en esencia “las estrategias son formas de llevar a cabo metas; son conjuntos entonces de acciones identificables, orientadas a fines más amplios y generales”. Consecuentemente, las estrategias didácticas sirven para facilitar la resolución de problemas matemáticos.

El desarrollo de las estrategias didácticas va encaminadas a generar un mejor desempeño y participación de los estudiantes en su proceso formativo, por lo tanto, en la planeación de estas los docentes deben elegir las actividades y técnicas a

utilizar en el proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta diversos factores que se presentan en un aula de clase como la disposición que tienen los estudiantes para el aprendizaje, la edad, conocimientos previos, entre otros.

3.2.4.1. Estrategia.

La estrategia se puede concebir como un arte en el cual se planean y dirigen diferentes actividades, métodos o técnicas para lograr los objetivos propuestos, para comenzar a establecer las bases teóricas acerca de las estrategias didácticas de la analogía de la balanza para facilitar el aprendizaje de ecuaciones lineales de primer grado en los estudiantes de grado séptimo de la I.E.R. URAMA, se debe precisar que el término estrategia que se define como el “conjunto de decisiones y acciones conscientes e intencionadas para lograr algún objetivo” Monereo (1995). Además, se conciben como “estructuras de actividad en las que se hacen reales los objetivos y contenidos” Medina Rivilla & Mata, (2002).

3.2.4.2. Didáctica.

Según (Brousseau, 1983) citado en Bujanda et al. (1991), “la didáctica es el estudio de los fenómenos de la enseñanza que son específicos del conocimiento enseñado sin ser reductibles al dominio del saber al que pertenecen”. Por lo tanto, la didáctica es la disciplina pedagógica de carácter práctico y normativo que tiene por objeto la enseñanza, para dirigir de manera correcta al alumno en su aprendizaje. Así mismo utiliza principios, normas, descubrimientos, experimentación y prácticas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en miras a un mejor rendimiento escolar. Por ello, ofrece al educando medios para que el estudiante se esfuerce, se responsabilice del aprendizaje que adquiere y sea capaz de desarrollar y conducir sus conocimientos para alcanzar su formación escolar dentro de cada nivel.

La Didáctica (s/f.) se define como:

“... el arte de enseñar. Como tal, es una disciplina de la pedagogía, inscrita en las ciencias de la educación, que se encarga del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje con la finalidad de optimizar los métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él. La palabra proviene del griego διδακτικός (didacticós), que designa aquello que es perteneciente o relativo a la enseñanza”. S. (2014, 27 agosto)

Lo anterior incluye tanto las técnicas para el aprendizaje formativo del estudiante como las de enseñanza del docente, esto implica la relación estrecha que las estrategias didácticas tienen con los referentes nacionales de calidad educativa (estándares básicos de competencias, los lineamientos curriculares y otras orientaciones pedagógicas propias del área de matemáticas) considerando siempre los saberes previos de los estudiantes. Para un análisis más específico de la categoría Estrategias didácticas, se ha definido la subcategoría: Aprendizaje significativo.

3.2.4.3. *Situaciones.*

Se le llama situación a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio (ábaco, contador, lápiz, papel, etc.), refiriéndose al medio como un sistema autónomo, antagonista del sujeto. En una situación didáctica intervienen el profesor, el alumno y un saber matemático, la situación didáctica es el “entorno del alumno que incluye todo lo que coopera específicamente en la componente matemática de su formación” (Brousseau, 2007, p. 49). En la situación didáctica se pone de manifiesto una interacción en la cual el docente exhibe la intención de modificar el sistema de conocimientos del alumno, es por esto que el profesor debe usar una estrategia para transmitir un saber al educando preparando el medio. (Brousseau, 2007).

Por otro lado, una situación didáctica es denotada por una actividad que produce un aprendizaje por adaptación, el profesor debe preparar el problema y el

medio, partiendo del saber que desea enseñar; dicho problema debe ser lo suficientemente claro para que el alumno sepa lo que debe hacer y pueda validar si lo que hizo está bien o está mal. En la situación didáctica no hay una intención de enseñarle algo a alguien; sin embargo, se produce un conocimiento el cual no será adquirido por el alumno hasta que éste no sea capaz de utilizarlo en situaciones que se encuentre fuera de todo contexto de enseñanza. En adición a esto, cada conocimiento matemático tiene al menos una situación que lo caracteriza y lo diferencia de los demás. Al conjunto de situaciones que caracterizan una misma noción se les llama fundamentales (Brousseau, 2007).

Brousseau, Nieto, Viramontes y López (2009) señalan que “el estudiante aprende matemáticas mediante la conducción de actividades diseñadas en un medio en el que se propone resolver una situación problemática para la que de inicio se tiene una estrategia base de solución que generalmente falla y de preferencia se pretende que el mismo medio comunique al estudiante que es necesario cambiarla lo que genera en él una nueva estrategia que lo adapta al medio (p. 18)”.

3.2.5. Aprendizaje significativo.

Con relación al aprendizaje significativo, Moreira (2007) apoyándose en Ausubel (1968) quien es el fundador del aprendizaje significativo, lo define como el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto. Señala la importancia que tiene el aprendizaje por descubrimiento (dado que el alumno reiteradamente descubre nuevos hechos, forma conceptos, infiere relaciones, genera productos originales) considera que no es factible que todo el aprendizaje significativo en el aula deba ocurrir por descubrimiento.

Como afirma Ausubel (1963) citado por Moreira (2007), el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento. Según lo anterior, se concluye nuevamente que el aprendizaje está ligado a los preconceptos que tienen los educandos y que esta forma de aprendizaje está inmersa dentro de la parte psicológica de la persona; lo cual hace que este modelo sea funcional para cualquier campo de conocimiento. Esto nos ratifica que el modelo pedagógico que debemos seguir en el desarrollo de la investigación, va a ser el propuesto por Ausubel, debido a que se tomarán situaciones reales del entorno del estudiante, modelo que tendrá en cuenta los saberes y que logrará interiorizar, entender y solucionar los problemas que se plantean en el área de matemáticas.

El modelo pedagógico usado, así como el desarrollo disciplinar de la estrategia didáctica del aprendizaje significativo, son coherentes con las normas técnicas curriculares de Colombia, las cuales definen y reglamentan qué se debe enseñar según el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes. En los referentes de calidad educativa se explicitan los saberes y afirmaciones sobre el desempeño de los estudiantes y evidencian lo que se está aprendiendo.

3.2.6. Aprendizaje basado en problemas.

Según Larmer y Mergendoller (2010), el aprendizaje basado en problemas es un método de enseñanza sistemático que permite a los alumnos adquirir conocimientos y habilidades a través de un proceso de investigación estructurado por medio de cuestiones complejas y auténticas que se plasman en tareas y productos. Es decir, el docente plantea a sus estudiantes una situación problema de sus contextos con el fin de generar un espacio de debate como acción pedagógica en el cual estos tratan de aplicar conceptos y lenguaje simbólico para llegar a la solución más acertada; de esta manera Moya (2008) citado por Moreno (2018, Pág.

10) define el Aprendizaje Basado en Problemas (a partir de este momento, ABP) como:

Un sistema didáctico que requiere que los estudiantes se involucren de forma activa en su propio aprendizaje hasta el punto de definir un escenario de formación autodirigida. Como indica esta misma autora, puesto que son los estudiantes quienes toman la iniciativa para resolver los problemas, podemos afirmar que estamos ante una propuesta metodológica en la que ni el contenido ni el profesor son elementos centrales. (p.19)

Además, como lo señala Múnera (2006) citado por Cárdenas (2015): “una situación problema la podemos interpretar como un espacio dotado de actividad matemática, en la cual, los estudiantes al intentar resolver los interrogantes, interactúan con los conocimientos implícitos y dinamiza la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conceptos”.

3.2.7. Aprendizaje significativo en matemáticas.

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática y sus agentes, deben permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que se van produciendo en una escala global y a como el contexto vaya exigiendo. Para lograr un aprendizaje significativo en el área de matemáticas, se hace necesario que los estudiantes estén motivados, tengan ganas de aprender y participen activamente de su proceso formativo; para lograr esta motivación se debe contextualizar al estudiante sobre la utilidad de lo que aprende día a día y, además, hacer uso de diferentes recursos, estrategias y herramientas que permitan llamar la atención del estudiante.

3.2.8. El material didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Los materiales didácticos son considerados, según Cebrián (Citado en Cabero, 2001:290) como:

“todos los objetos, equipos y aparatos tecnológicos, espacios y lugares de interés cultural, programas o itinerarios medioambientales, materiales educativos que, en unos casos utilizan diferentes formas de representación simbólica, y en otros, son referentes directos de la realidad. Estando siempre sujetos al análisis de los contextos y principios didácticos o introducidos en un programa de enseñanza, favorecen la reconstrucción del conocimiento y de los significados culturales del currículum”.

Dicho en otras palabras, el material didáctico facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, pues ellos experimentan situaciones de aprendizaje de forma en la que se puede manipular y concretar, esto les permite conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones (Área, 2010).

Los sentidos son el medio natural por el cual adquirimos conocimiento; la vista, el oído y el tacto permiten conocer el mundo e interpretarlo de manera personal y única. Es en este caso que el profesor pasa a ser el mediador del aprendizaje, en este sentido, Área (2010) afirma:

“En un proceso educativo, el educando o educanda construye su aprendizaje paso a paso, avanzando, pero también con retrocesos. En la tarea de aprender nadie le puede sustituir: tiene que implicarse y esforzarse y tiene que aprender a autorregular su propio proceso de aprendizaje (aprender a aprender). La función del docente es ayudarlo en este proceso de aprendizaje, acompañando y tomando las decisiones necesarias y poniendo todos los recursos posibles, entre ellos los materiales didácticos. (Área, 2010, 16).

Es así que el conocimiento humano también se adquiere por medio de los sentidos, el saber matemático específicamente utiliza los sentidos del tacto, complementándolo con la audición y la visión. El interés didáctico por el uso de materiales y recursos para la enseñanza y el aprendizaje en las matemáticas en general, se observa y aplica desde hace más de dos siglos, tal como expresa Área (2010), el material didáctico facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, pues estos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa, permitiéndoles conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones.

El tipo básico de aprendizaje significativo es el aprendizaje de representaciones, de él dependen todos los demás procesos cognitivos de los estudiantes. Este aprendizaje consiste en hacerse del significado de solo los símbolos (generalmente palabras) o de lo que representan. El aprendizaje significativo en esencia involucra la adquisición de significados nuevos, en los que lo actitudinal como la presentación de un material adecuado, son de enorme trascendencia en el proceso educativo.

3.3. Bases conceptuales

3.3.1 Historia de las ecuaciones lineales de una incógnita.

En el desarrollo de este apartado se abordará una perspectiva histórica de las ecuaciones lineales con una incógnita, teniendo en cuenta aspectos relevantes encontrados en el surgimiento de las ecuaciones lineales, tales como el tipo de problemas que se resolvían, los métodos de resolución, entre otros. Según la información obtenida en diferentes registros han pasado más de 3000 años para llegar al proceso utilizado actualmente en la solución de la ecuación lineal con una incógnita de tipo $ax + b = c$.

La antigua civilización egipcia en varios de sus papiros se encontraron una serie de problemas matemáticos resueltos en especial en el de Rhind -1.650 a. de C-

y el de Moscú -1.850 a, de C. Los cuales en su mayoría son de tipo aritmético y que daban respuesta a situaciones o problemas concretas de la vida cotidiana y de su entorno, estos tenían que ver con la repartición de víveres, cosechas y materiales; aunque, se encontraron otros que se puede decir que son de tipo algebraicos, ya que no se refiere a ningún objeto concreto. Además, en estos papiros también se hallaron situaciones problema que no se refieren a objetos concretos y que se resuelven a partir del planteamiento de ecuaciones.

Las ecuaciones lineales con una incógnita utilizadas por la civilización egipcia eran de la forma: $x + ax = bx + ax + cx = 0$, en donde las variables a , b y c eran números eran conocidos y “ x ” es la incógnita o variable, lo que para ellos se conocía como un montón. En el Papiro de Rhind (1650 a.C.) se resuelven problemas de un modo análogo al que se usa hoy en día. Uno de los problemas que aparece en este documento es "Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24" y la ecuación que le da solución en notación moderna es $x + 1/7 x = 24$. La solución de esta ecuación se encontraba con el “método de la falsa posición” que consistía en reemplazar la x por un valor específico, realizando las operaciones y validando la igualdad.

En el siglo I d.C. los matemáticos chinos en la obra de Jiu Zhang Shu, que significa el arte del cálculo, en este expusieron diversos métodos para dar solución y resolver ecuaciones. En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría, considerado el padre del álgebra, en una de sus publicaciones trató de forma rigurosa las ecuaciones de primer grado. En el lugar de descanso de este célebre matemático griego aparece un epitafio en el cual, se plantea una ecuación de primer grado, que permite hallar la edad que este tenía al momento de su muerte; esta ecuación se expresa de forma algebraica de la forma: $x/6 + x/12 + 5 + x/2 + 4 = x$, donde x que es la incógnita, significa la cantidad de años o tiempo de vida de Diofanto.

De la antigua Civilización de Babilonia, se hallaron una serie de manuscritos (los cuales en su gran mayoría de estos documentos datan del periodo 600 a. C. a 300 d. C.), en estos documentos se evidencia que esta civilización presto poca atención a las ecuaciones lineales, ya que eran considerarlas demasiado elementales, y se enfocaron en trabajar más en la solución de los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado. Entre algunas ecuaciones lineales que aparecen en estos documentos, se ha observado la ecuación $5x = 8$.

En el año 1557 Robert Recorde, matemático inglés inventó el símbolo de la igualdad, ($=$). Mas adelante en el tiempo, más específicamente en el año 1591 François Viète, matemático francés, creo una notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. Hoy en día una ecuación lineal de una incógnita es la expresión matemática de un problema que responde a una situación concreta de la vida cotidiana.

3.3.2. Ecuación lineal de primer grado.

Según Barnett (2000) citado por Román (2015, pág. 21), una ecuación lineal con una incógnita “es un planteamiento de igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia”. En este mismo sentido Flores (2006) citado por López (2014), define la ecuación de primer grado con una incógnita como “una igualdad en la que, después de efectuadas todas las reducciones posibles, el exponente de la variable es 1. Una ecuación de este tipo consta de dos partes separadas por el signo de igualdad ($=$) y reciben el nombre de miembros de la ecuación”.

Para llegar a la solución de una ecuación lineal de una incógnita, el estudiante debe manejar o tener claros conceptos tales como: el concepto de igualdad y sus propiedades, operaciones con números enteros y fraccionarios,

transposición de términos, constantes y variables, destrucción de signos de agrupación, entre otros conceptos matemáticos.

3.3.3 Principio de transposición de términos.

La relevancia de este principio es mantener la igualdad, es decir, cualquier operación que se realice en una ecuación lineal con una incógnita (suma, resta, multiplicación o división) se debe hacer en ambos miembros de la igualdad, para que el equilibrio o igualdad no se vea afectada. Según Barnett et al. (2000) citados por Román (2015) los principios de transposición de términos son los siguientes:

- I. Se puede pasar coeficiente o incógnita, de un miembro de la ecuación al otro, tomando su inverso aditivo, es decir, con el signo contrario, si esta positivo pasa a negativo y viceversa.
- II. Se puede pasar un factor (coeficiente), de un miembro de la ecuación al otro, tomando su inverso Multiplicativo, es decir, si esta multiplicando pasa a dividir o si está dividiendo pasa a multiplicar.

3.3.4. Resolución de una ecuación lineal.

Burroni et al. (2008) citados por Román (2015) afirman que los métodos utilizados para resolver ecuaciones y en particular ecuaciones lineales, se han modificado con el paso de los años, a través de la historia. Por ejemplo, las antiguas civilizaciones egipcias y babilónica, daban solución a las ecuaciones de forma verbal, es decir, no realizaban o utilizaban el planteamiento algebraico de una ecuación, sino que haciendo uso del lenguaje expresaban las operaciones que era necesarias para llegar a la solución de una ecuación. En la antigua Grecia, Euclides hacia uso de representaciones geométricas para realizar sus demostraciones, entre las cuales se incluían ecuaciones lineales, estas eran observadas como proporciones entre dos o más segmentos. Actualmente, los métodos para resolver ecuaciones

lineales que se orientan en las aulas de clase corresponden a operaciones basadas en expresiones algebraicas que no alteran o modifican la igualdad entre los miembros o lados de la ecuación. Sin embargo, el significado que tiene para una persona resolver una ecuación puede ser diferente, dependiendo de lo que signifique una ecuación y su solución para esa persona.

Según Barnett et al. (2008) citado por Román (2015) Para resolver una ecuación lineal, los pasos formales son los siguientes:

1. Primer paso: las fracciones en la ecuación se simplifican si existen, eliminando los denominadores.
2. Segundo paso: se eliminan los signos de agrupación, si los hay en la ecuación.
3. Tercer paso: Transponga todos los términos que contienen la incógnita o variable a un miembro de la ecuación (de preferencia al miembro izquierdo) y todos los términos independientes (constantes) al otro. Para este fin se aplica el principio de transposición de términos, mencionado anteriormente en el apartado 3.3.3.
4. Cuarto paso: se realiza la reducción de los términos semejantes presentes en la ecuación, si los hay, con el objetivo de reducir la expresión algebraica al máximo.
5. Quinto paso: se dividen ambos miembros de la ecuación entre el valor de la constante que acompaña a la incógnita, exceptuando cuando este valor es igual a la unidad.
6. Sexto paso: se comprueba la solución encontrada, para esto se reemplaza el valor hallado de la incógnita en la ecuación original.

3.3.5. Propiedad uniforme de las igualdades.

Según Soto (2010) citado por Cárdenas (2015) define la propiedad uniforme de las igualdades como:

- Al sumar a ambos miembros de una igualdad una misma cantidad, sea esta positiva o negativa, la igualdad se conserva. Ejemplo: si se tiene, $x + 2 = 5$, y se les suman 3 unidades a ambos lados, entonces la ecuación resultante sería: $x + 2 + 3 = 5 + 3$, es decir, $x + 5 = 8$.
- Al multiplicar ambos miembros de una igualdad por una misma cantidad, sea esta positiva o negativa, la igualdad se conserva. Ejemplo: si se tiene: $x + 3 = 10$, y se multiplica por 2, entonces la ecuación resultante sería, $2(x + 3) = 2(10)$ ó $2x + 6 = 20$.
- Al dividir ambos miembros de una igualdad por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad se conserva. Ejemplo si se tiene: $4x + 8 = 20$, y se dividen entre 4, entonces la ecuación resultante sería: $x + 2 = 5$.

3.3.6. Dificultades que se presentan en la resolución de ecuaciones lineales.

Esquinas (2008, pág. 148) en lo que se refiere a las dificultades y/o errores en la resolución de problemas con ecuaciones lineales con una incógnita, señala que “los primeros problemas contextualizados que suelen plantearse para su resolución con ecuaciones son tan sencillos que son fácilmente resolubles a través de la aritmética, por lo que el alumno no comprende la necesidad de este nuevo método”. Los errores que cometen los estudiantes en ecuaciones lineales con una incógnita como la siguiente $2x + 8 = 4x + 4$, han sido analizados por Francisco Rivero Mendoza, (2006, pág. 1), esta afirma que los estudiantes presentan dificultades en el momento de trabajar con los símbolos para obtener la solución.

Por lo tanto, encontrar errores en la resolución de ecuaciones es una realidad que aún afecta a estudiantes que inician el estudio sobre ellas. De esta manera, Rivero analiza los errores que provienen del desconocimiento de las propiedades de grupo de los números enteros. Algunas dificultades que se presentan al momento de solucionar ecuaciones lineales con una incógnita, se describen a continuación:

a. Eliminar de la ecuación ($2x + 8 = 4x + 4$) el ocho (8) del lado izquierdo y colocar un ocho (8) del lado derecho, con el signo contrario, es decir, si esta positivo pasa a ser negativo y viceversa.

b. Otro tipo de error, aún más grave, ocurre cuando el estudiante no posee los elementos claves para establecer una diferencia clara entre la adición y la multiplicación, cuando, por ejemplo, se elimina el 2 del lado izquierdo y se coloca un 2 del lado derecho.

González (2009, pág. 22) en cambio, analiza los tres errores más frecuentes en la resolución de ecuaciones:

a) Dificultad en el cambio del concepto del signo igual: los alumnos manejan el signo igual como un mandato operacional. Ahora, cuando se encuentran con los dos miembros de una ecuación, ninguno de los cuales resulta de operar aritméticamente en otro, se les hace difícil aceptar el nuevo significado como un equilibrio que solo se mantiene para determinado valor de la letra. Tal situación lleva a que los estudiantes abusen del signo igual (que representan el equilibrio), como se presenta en el siguiente ejemplo:

$$3x + 5 = 10 + 2x \quad (1)$$

$$3x + 5 - 5 = 10 + 2x \quad (2)$$

$$3x = 10 + 2x - 2x - 5 \quad (3)$$

$$3x - 2x = 5 \quad (4)$$

$$x = 5$$

(5)

En el ejemplo anterior se evidencia que existe en los estudiantes una falta de conocimiento del significado del signo igual como relación de igualdad entre ambos miembros de una ecuación lineal con una incógnita; esto debido a que los estudiantes realizan modificaciones en el miembro derecho o miembro izquierdo de la ecuación, sin realizar esta modificación el otro miembro de la misma forma, ya que lo que se haga en un lado se debe hacer en el otro para que se mantenga la igualdad o situación de equilibrio. La falta de ese conocimiento puede tener su raíz, en el uso del signo igual para conectar un problema con el resultado numérico, hecho que es frecuente en investigaciones anteriores, como las mencionadas en el apartado de antecedentes.

- b) Dificultad con los números racionales: las fracciones, decimales y números racionales en general, son fuente continua de errores a lo largo de los años, debido a los vacíos que adquieren los estudiantes a través de los diferentes ciclos académicos.
- c) Dificultad con el signo menos: operativamente, el signo menos plantea dificultades añadidas que se ponen de manifiesto en situaciones pre algebraicas, estas dificultades continúan con el paso de los años, ya que como se menciona
- d) anteriormente al cambiar un sumando se debe tomar su inverso aditivo y esta situación confunde a los estudiantes al momento de operar con números negativos.

En otro caso presentado, un estudiante al resolver la ecuación;

$$\frac{1}{2} + \frac{a}{2} = \frac{5}{2}$$

(1)

Y obtener como resultado $a=2$, se acercan frecuentemente al docente a preguntar acerca de la veracidad de su resultado expresando: “¿tengo bien la operación?”, cuando el docente le pide que lo compruebe, éste no entiende lo que se le indica; es decir, lo que se espera que este haga, es que reemplace la solución hallada en la ecuación inicial o en alguna de las cadenas equivalentes creadas por él mismo.

Lo anterior, permite dar cuenta que el estudiante no establece una relación entre la solución encontrada y la ecuación dada; por lo tanto, ve la solución de una ecuación como una mera aplicación de reglas que permiten encontrar un número, el cual debe ser comúnmente un entero. El anterior ejemplo pone de manifiesto que no es claro entonces para el estudiante que la solución encontrada para la ecuación debe satisfacer la equivalencia en cualquiera de las ecuaciones generadas, pues todas son lógicamente equivalentes.

Olfos (2004, pág. 5), señala que, para resolver ecuaciones, previamente el alumno debe aprender a trabajar con términos algebraicos, debe ser capaz de sumar términos semejantes, valorar expresiones, factorizar y multiplicar expresiones algebraicas. El alumno debe aprender a reconocer que una expresión algebraica puede tomar distintos significados y que, de manera simultánea, puede atender a distintos referentes, sean éstos geométricos o aritméticos.

3.3.7. El modelo de la balanza

Una ecuación lineal con una incógnita es similar a una balanza en equilibrio: una balanza muestra objetos del mismo peso en cada lado, mientras que una ecuación lineal con una incógnita muestra dos números o expresiones del mismo valor numérico en ambos lados. El uso de la analogía de la balanza como un "rompecabezas", es decir, como un juego que consiste en combinar correctamente las partes de una figura para que se equilibren o complementen correctamente, se

estableció como una forma para que los estudiantes vean los conceptos de ecuación como un enfoque básico equivalente a relaciones, pues como lo plantea Azarquiel (1993, p.102), citado por Pérez (2012). “la balanza permite tratar el concepto de ecuación como igualdad simétrica, con la incógnita en ambos lados, pudiéndose con este modelo descubrir las leyes uniformes de la igualdad en que se basa la resolución formal de ecuaciones”

En un estudio realizado por Vlassis (2022) citado por Rojano (2010) sobre el uso de una balanza como modelo para acercar a los estudiantes a las ecuaciones lineales con una incógnita y al proceso de solución de estas, afirma que el uso de la balanza ayuda a los estudiantes a aprender a aplicar las mismas operaciones a ambos lados de una ecuación. Por su parte, Radford & Grenier citados por Rojano (2010) refieren que también ayuda a los estudiantes a comprender las reglas de eliminación para términos similares cuando se encuentran en diferentes miembros de la ecuación.

Para introducir el tema el autor Peralta Javier (2002) citado por Román (2015) en el desarrollo de su investigación afirma que “un paso importante hacia el pensamiento algebraico consiste en poder resolver ecuaciones cuando la incógnita aparece en ambos miembros de la ecuación”, considerando que los alumnos sean capaces de resolver ecuaciones donde la técnica de invertir operaciones ya no sea suficiente, como es el caso de las ecuaciones lineales donde la incógnita aparece en ambos miembros de la ecuación. Las ecuaciones a las que se refieren son de tipo:

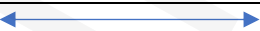
$$ax + b = cx + d, ax + bx + c = dx + ex + f$$

Donde a, b, c, d, e y f son números reales y “x” es la incógnita o valor desconocido.

Es en este punto donde ellos consideran que las estrategias utilizadas para el aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita adquieren una gran

relevancia. Debido a que la importancia de las diferentes estrategias didácticas que se utilizan se encamina a que los estudiantes puedan aprender mejor los métodos para la solución de ecuaciones lineales, usando estrategias didácticas de aprendizaje como el uso de la analogía de la balanza, siendo algo más dinámico e interactivo para ellos, en lugar de acudir a las explicaciones teóricas del modelo tradicional y conductista. El uso de la analogía de la balanza se basa en una comparación o símil entre lo que podemos poner o quitar en ambos platillos de la balanza sin que se pierda el equilibrio y las operaciones aditivas que pueden realizarse en ambos miembros de una ecuación, como se observa en la tabla 1, conservando la igualdad si hacemos lo mismo en ambos platillos (ambos miembros de la ecuación), el equilibrio se conserva (la igualdad no se pierde).

Tabla 1 Analogía ecuaciones y la balanza

	<u>Analogías</u>	
Balanza		Ecuación
Manipular		Realizar operaciones
Ambos platillos de la balanza		Ambos términos de la ecuación
Mantener el equilibrio		La igualdad no se pierde

Fuente. Autor de la monografía

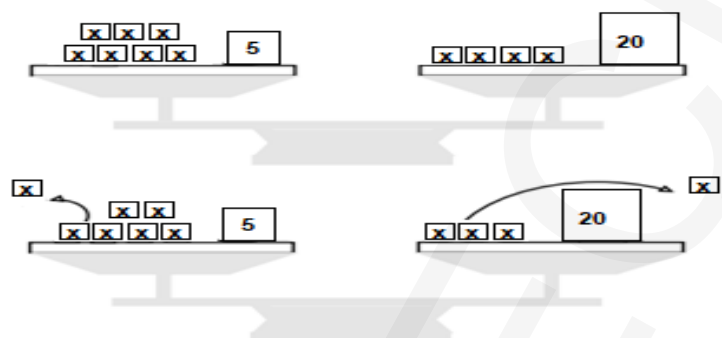
Para ilustrar el uso de la balanza los autores plantean el problema de resolver la ecuación:

$$7x + 5 = 4x + 20 \quad (1)$$

Mediante las siguientes acciones:

Acción 1. Quitar pesos o elementos desconocidos (incógnitas) las cuales se representan con la letra **x** como se ilustra en la figura 3.

Figura 3. Representación en la balanza de una ecuación



Fuente. Autor de la monografía

Hasta obtener una balanza con pesos desconocidos (incógnitas) solo en uno de los lados de la balanza, como se muestra en la figura 4.

Figura 4. Solución de una ecuación con la analogía de la balanza



Fuente. Autor de la monografía

Acción 2. Con el fin reducir la ecuación inicial a una ecuación lineal con una incógnita de tipo $ax + b = c$, es decir, con la incógnita en un solo lado de la balanza:

$$3x + 5 = 20 \quad (2)$$

Acción 3. Luego, se aplica el procedimiento de invertir operaciones para encontrar el valor de la incógnita “x” y dar solución a la ecuación, como se muestra a continuación,

$$x = \frac{20 - 5}{3} = \frac{15}{3} = 5 \quad (3)$$

Después de la explicación del uso de la analogía de la balanza algunos autores recomiendan que las acciones realizadas en la balanza sean referidas a los

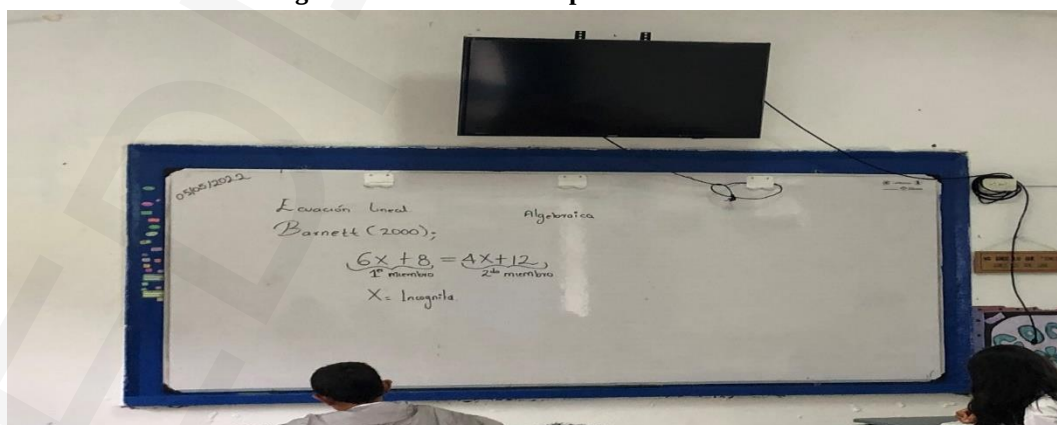
miembros de la ecuación, con el fin de llevar a los estudiantes a la asimilación de los procedimientos algebraicos que sirven para operar con ambos miembros de una ecuación para resolverla (Ver anexo B). Cuando el estudiante ha adquirido la experiencia suficiente sugieren comenzar a transmitir las ideas de pasar sumando, restando, multiplicando o dividiendo de un lado a otro de la ecuación.

Para solucionar una ecuación con el uso de la analogía de la balanza, el estudiante debe realizar operaciones mentales con los objetos que representan los valores de la ecuación, y esto le permite que desarrolle un pensamiento estratégico usado para realizar el despeje la incógnita, este puede, por ejemplo, dejar o aislar la incógnita en un solo lado de la balanza o miembro de la ecuación o en su defecto arrancar a hacer operaciones con los términos donde aparece ésta, Bonilla (2014).

3.3.7.1. Presentación del modelo de la balanza.

Se inicia con la definición del término ecuación según diferentes autores y su semejanza con una balanza, para orientar a los estudiantes al objetivo de la clase, su aplicación a problemas de la vida cotidiana, en su contexto rural y sector productivo agropecuario.

Figura 5. Definición concepto de ecuación

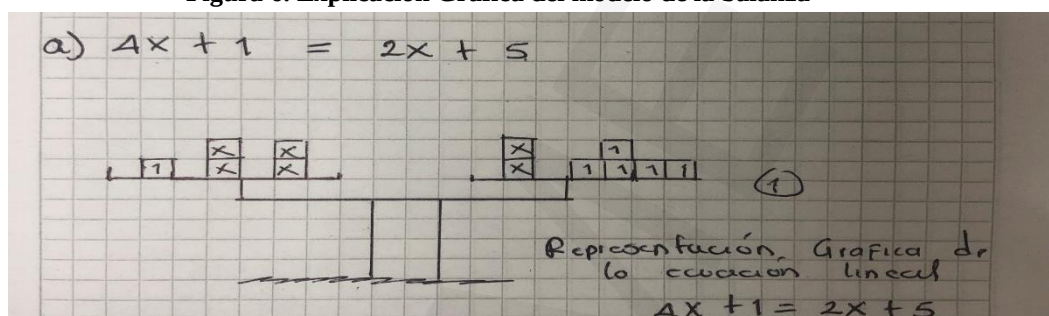


Fuente: Elaboración propia

Luego, se explica el Modelo de la Balanza en su forma gráfica, solucionando algunos ejercicios con los estudiantes. Por ejemplo, para resolver la

ecuación $4x + 1 = 2x + 5$, se les dio a conocer la forma de representar la ecuación de manera diagramática o gráfica, haciendo hincapié en que el signo igual era lo que permitía el equilibrio en la balanza y se procedieron a colocar los cubos con los números y las incógnitas correspondientes como se observa en la muestra tomada a uno de los cuadernos de los estudiantes como se muestra en la Figura 6.

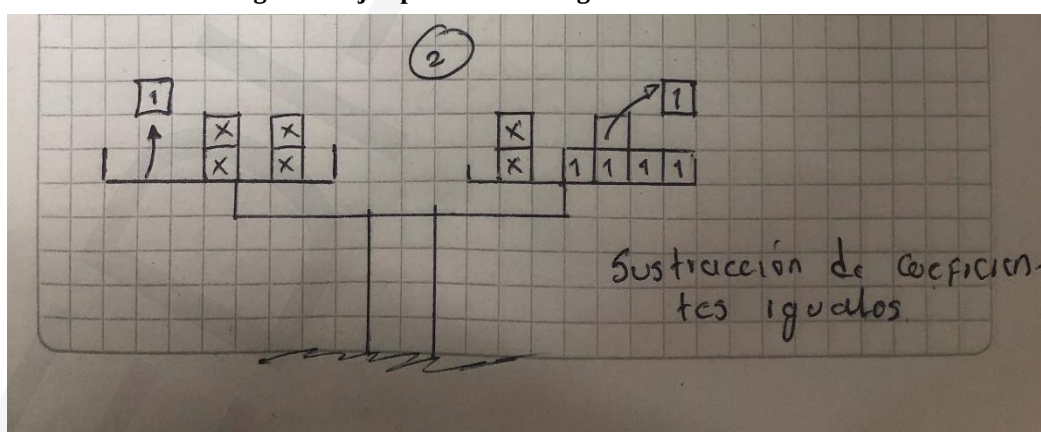
Figura 6. Explicación Gráfica del modelo de la balanza



Fuente: Cuaderno estudiante Grado 7º IER Urama

Posteriormente, se orienta a los estudiantes que es necesario mantener siempre el equilibrio de la balanza, al igual que sucede con la ecuación lineal con una incógnita, por lo que era necesario quitar la misma cantidad de piezas de ambos lados de la balanza como se observa Figura 7, es decir, el movimiento que se haga al lado derecho se debe hacer igual en el lado izquierdo.

Figura 7. Ejemplo del Modelo gráfico de la Balanza

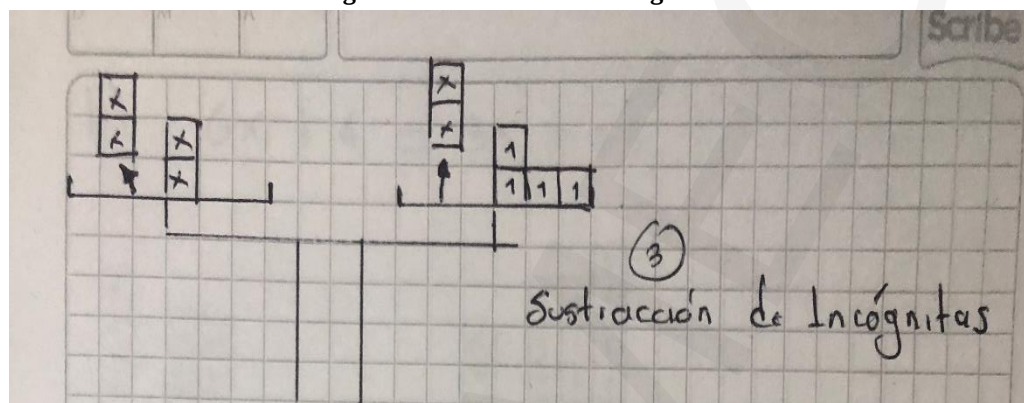


Fuente: Cuaderno estudiante Grado 7º IER Urama

Luego, se hizo la observación a los estudiantes, de que si en el lado izquierdo ya sólo quedaban bloques con incógnitas o variables (x), entonces ahora se retirarán

estos, en las mismas cantidades en ambos lados de la balanza. Por ejemplo, en la Figura 8, se retiran dos bloques con la variable equis (x) en el lado derecho e izquierdo de la balanza.

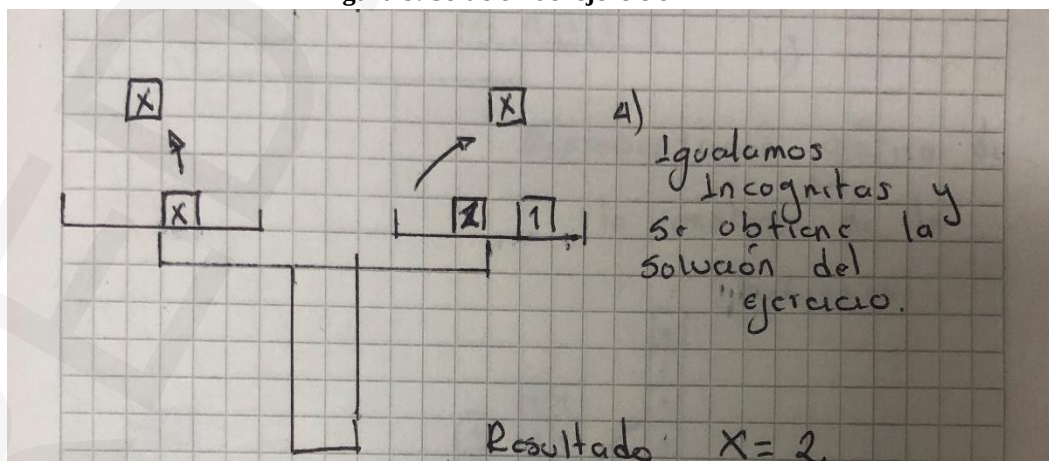
Figura 8. Sustracción de incógnitas.



Fuente: Cuaderno estudiante Grado 7º IER Urama

Por último, se les explica que el ejercicio tendrá solución cuando quede una sola pieza con Incógnita o variable (x), lo cual representa el resultado final y que además es necesario realizar una división al final del ejercicio si queda más de un bloque con (x). En este caso, por ejemplo, en la ilustración 8 se tienen 2 bloques con la variable equis (x) en el lado izquierdo que corresponden a 4 bloques con un valor de 1 en el lado derecho de la balanza, por lo que si se quita un bloque con la variable equis (x) se deberán quitar la mitad de los bloques con valor de 1, quedando como se observa en la Figura 9.

Figura 9. Solución del ejercicio.

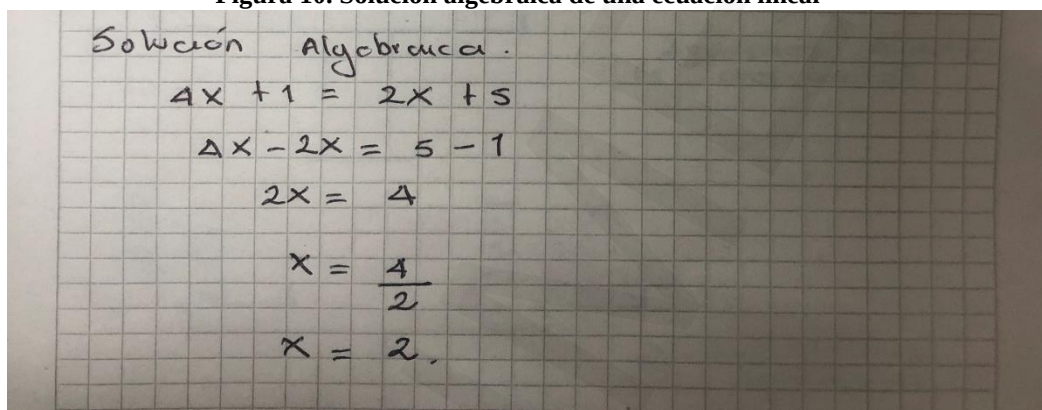


Fuente: Cuaderno estudiante Grado 7º IER Urama

Lo que da como resultado un valor de $x=2$.

Para finalizar, se explica el mismo ejercicio con la solución que se da algebraicamente a este ejercicio, en la cual se va restando a ambos lados de la ecuación manteniendo el equilibrio de la misma, hasta llegar a una solución, como se evidencia en la figura 10.

Figura 10. Solución algebraica de una ecuación lineal



Handwritten algebraic solution of a linear equation on grid paper:

$$\begin{aligned} \text{Solución Algebraica.} \\ 4x + 1 &= 2x + 5 \\ 4x - 2x &= 5 - 1 \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2. \end{aligned}$$

Fuente: Cuaderno estudiante Grado 7º IER Urama

Los procedimientos realizados que consisten en efectuar las mismas operaciones en ambos lados de la ecuación lineal con una incógnita siguen los principios del modelo de la analogía de la balanza. Por otro lado, las reglas para pasar de un miembro a otro corresponden a una transposición de los términos de una ecuación. Las reglas de transposición representan una evolución del modelo de la analogía de la balanza, donde ciertos pasos se acortan porque los efectos se perciben con anticipación. Es decir, si en un lado de la ecuación aparece $8x$ y en el otro $5x$, se sabe que el efecto de sustraer $5x$ de ambos lados es equivalente a eliminar $5x$ del lado en que aparece y efectuar la sustracción $8x - 5x$ en el otro lado.

Las operaciones usadas recurrentemente para solucionar ecuaciones lineales con una incógnita que se permiten dentro de este modelo de la analogía de la balanza son; quitar (sustraer) en ambos miembros las mismas cantidades, o añadir (adicionar) ambos miembros las mismas cantidades. Dividir ambos lados entre dos. Pero también se puede dividirlo en tres, cuatro o más partes si en ambos lados se hace lo mismo. Además, de multiplicar ambos lados por un número, siempre que

este no sea cero. Intercambiar el contenido de los dos lados. Estas operaciones pueden emplearse siempre en cualquier ecuación.

En el uso del modelo de la balanza el profesor deberá estar consciente de sus ventajas y limitaciones. Este modelo proporciona una base intuitiva a las reglas de transposición de términos y al mismo tiempo permite que los alumnos desarrollen un pensamiento estratégico para despejar la incógnita, pueden, por ejemplo, aislar la incógnita de un solo lado o trabajar primero con los otros términos donde aparece la incógnita. Cabanne (2010), Rojano (2010) y Rojano & Martínez (2010), presentan algunas desventajas y/o dificultades de este modelo, como, por ejemplo: el modelo no permite representar ecuaciones haciendo uso de los números racionales y no permite representar la resolución de ecuaciones de tipo $X + 9 = 0$, siendo esta última dificultad una de las más documentadas, es decir, la incorporación de números negativos y su operatividad a la sintaxis algebraica.

Sobre los alcances y limitaciones del modelo de la balanza observan lo siguiente:

- Alcances: existe una gran variedad de ecuaciones diferentes que pueden resolverse a partir del modelo de la balanza.

- Limitaciones: el modelo no resulta adecuado utilizarlo directamente, por ejemplo, en ecuaciones como:

$$ax - b = cx, ax + b = cx - d, ax - b = cx - d, a - bx = cx; \text{ entre otras.}$$

Según Rojano (2010), el uso de la analogía de la balanza sido utilizado tradicionalmente en el proceso de aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita. En este modelo, la situación de equilibrio existente entre ambos brazos de la balanza se identifica con el "equilibrio o igualdad" que presentan los dos miembros de una ecuación, es decir, la relación entre ellos. Esta relación es

representada por el signo igual, que en el uso de esta analogía corresponde al centro de la balanza cuando esta se encuentra en equilibrio. Estudios de campo realizados por diferentes autores nos muestran los beneficios didácticos y las dificultades encontradas durante el proceso de aprendizaje mediante el modelo de la balanza.

Rojano (2010) citado por Román (2015) presenta una serie de beneficios, entre los que podemos destacar los siguientes:

- Según Vlassis (2002) citado en Rojano (2010, p. 6), el uso de la analogía de la balanza permite que los estudiantes adquieran la habilidad lógica para aplicar las mismas operaciones en ambos miembros de la ecuación sin que se afecte la igualdad.

- El uso de la analogía de la balanza ayuda a la interiorización por parte de los estudiantes del proceso para reducir términos semejantes en ecuaciones lineales Radford & Grenier (1996) citado en Rojano (2010).

3.3.8 Demostración de la analogía de la balanza con números enteros.

Sea $A=B$, con A y B pertenecientes al conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$) y con A, B diferente de cero (0).

Se tiene que:

$A(1-n) = B(1-n)$, con n perteneciente al conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) y diferente de cero (0)

Entonces:

$A + a(-A) = B + a(-B)$, se interpreta como si un número “a” que cumple con la igualdad $A=B$, entonces, Sumarle a A “n” cantidad veces su opuesto, equivale a sumarle a B “n” cantidad de veces su opuesto.

3.4. Bases Legales.

Se soporta a partir de la normalización vigente en Colombia.

3.4.1. Constitución Política de Colombia de 1.991

Según lo estipulado en la constitución política de Colombia de 1991 en su artículo 67, (s. f.)

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos. Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos

estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley. (Constitución Política de Colombia, 1991, Artículo 67)

3.4.2. Ley General de la Educación 115 de 1994 (MEN, 1994).

Esta ley establece las normas que rigen el servicio público de la educación en Colombia, de acuerdo con las necesidades e intereses de las personas, la familia y en sociedad.

Artículo 1º.- Objeto de la ley: la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes. La presente ley señala las normas generales para regular el servicio público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media, no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas que requieran rehabilitación social (Ley 115, 1994, pág. 1).

Artículo 5º.- Fines de la educación: de conformidad con el artículo 67 de La Constitución Política, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines: El pleno desarrollo de la personalidad sin más limitaciones que las que le imponen los derechos de los demás y el orden jurídico, dentro de un proceso de formación integral, física, psíquica, intelectual, moral,

espiritual, social, afectiva, ética, cívica y demás valores humanos (Ley 115, 1994, pág. 1-2).

3.4.3. Decreto 1860/1994 (MEN, 1994).

Por medio de este decreto se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos.

Artículo 1º. **Ámbito y naturaleza:** las normas reglamentarias contenidas en el presente Decreto se aplican al servicio público de educación formal que presten los establecimientos educativos del Estado, los privados, los de carácter comunitario, solidario, cooperativo o sin ánimo de lucro. Su interpretación debe favorecer la calidad, continuidad y universalidad del servicio público de la educación, así como el mejor desarrollo del proceso de formación de los educandos. La interpretación de estas normas deberá además tener en cuenta que el educando es el centro del proceso educativo y que el objeto del servicio es lograr el cumplimiento de los fines de la educación, definidos en la Ley 115 de 1994 (Decreto 1860, 1994, pág. 1).

3.4.4. Capítulo I. De la prestación del servicio educativo.

Según Decreto 1860 (1994, pág. 1) se constituyen lineamientos generales para el Ministerio de Educación Nacional y las entidades territoriales, con el objeto de orientar el ejercicio de las respectivas competencias y para los establecimientos educativos en el ejercicio de la autonomía escolar.

Artículo 2º. **responsables de la educación de los menores:** el Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación obligatoria de acuerdo con lo definido en la Constitución y la Ley. La Nación y las entidades territoriales cumplirán esta obligación en los términos previstos en las Leyes 60 de 1993 y 115 de 1994 y en el presente Decreto. Los padres o quienes juzguen la patria potestad sobre el menor, lo harán bajo la

vigilancia e intervención directa de las autoridades competentes. El carné estudiantil expedido a nombre del menor, será el medio para acreditar la condición de estudiante. Las autoridades podrán exigir su presentación cuando lo consideren pertinente para verificar el cumplimiento de la obligatoriedad constitucional y legal. (Decreto 1860, 1994, pág. 1)

Artículo 3°. Obligaciones de la familia: en desarrollo del mandato constitucional que impone a los padres de los menores el deber de sostenerlos y educarlos y en cumplimiento de las obligaciones asignadas a la familia por el Artículo 7° de la Ley 115 de 1994, la omisión o desatención al respecto se sancionará según lo dispuesto por la ley. Los jueces de menores y los funcionarios administrativos encargados del bienestar familiar, conocerán de los casos que les sean presentados por las autoridades, los familiares del menor o cualquier otro ciudadano interesado en el bienestar del menor. Los padres o tutores del menor sólo podrán ser eximidos de esta responsabilidad, por insuficiencia de cupos en el servicio público educativo en su localidad o por la incapacidad insuperable física o mental del menor, para ser sujeto de educación (Decreto 1860, 1994, pág. 1).

Artículo 4°. El servicio de educación básica: todos los residentes en el país sin discriminación alguna, recibirán como mínimo un año de educación preescolar y nueve años de educación básica que se podrán cursar directamente en establecimientos educativos de carácter estatal, privado, comunitario, cooperativo solidario o sin ánimo de lucro. También podrá recibirse, sin sujeción a grados y de manera no necesariamente presencial, por la población adulta o las personas que se encuentren en condiciones excepcionales debido a su condición personal o social, haciendo uso del Sistema Nacional de Educación masiva y las disposiciones que sobre validaciones se promulguen. En cualquier circunstancia, cuando desaparezcan tales condiciones o hayan sido superadas razonablemente,

estas personas, si se encuentran en la edad entre los cinco y los quince años, deberán incorporarse al grado de la educación formal que se determine por los resultados de las pruebas de validación de estudios previstos en el Artículo 52 de la Ley 115 de 1994 (Decreto 1860, 1994, pág. 1).

3.4.5. Capítulo II organización de la educación formal

Artículo 5°. Niveles, ciclos y grados: la educación básica formal se organiza por niveles, ciclos y grados según las siguientes definiciones: 1.- Los niveles son etapas del proceso de formación en la educación formal, con los fines y objetivos definidos por la ley. El ciclo es el conjunto de grados que en la educación básica satisfacen los objetivos específicos definidos en el Artículo 21 de la Ley 115 de 1994, para el denominado Ciclo de Primaria o en el Artículo 22 de la misma Ley, para el denominado Ciclo de Secundaria. 3.- El grado corresponde a la ejecución ordenada del plan de estudios durante un año lectivo, con el fin de lograr los objetivos propuestos en dicho plan (Decreto 1860, 1994, pág. 2).

Artículo 7°. Organización de la educación básica: el proceso pedagógico de la educación básica comprende nueve grados que se deben organizar en forma continua y articulada que permita el desarrollo de actividades pedagógicas de formación integral, facilite la evaluación por logros y favorezca el avance y la permanencia del educando dentro del servicio educativo. La educación básica constituye prerrequisito para ingresar a la educación media o acceder al servicio especial de educación laboral (Decreto 1860, 1994, pág. 1).

3.4.6. Estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares.

En concordancia con las Normas Técnicas Curriculares, es necesario hacer referencia a los “documentos rectores”, tales como Lineamientos curriculares y

Estándares básicos de competencias, los cuales son documentos de carácter académico establecidos como referentes que todo maestro del área debe conocer y asumir, en sus reflexiones pedagógicas y llevados a la práctica con los elementos didácticos que considere, en especial, aquellas que contribuyan a superar las dificultades académicas de los estudiantes”. En cuanto a los Lineamientos Curriculares en Matemáticas publicados por el MEN en 1998, se exponen reflexiones referente a la matemática escolar, dado que muestran en parte los principios filosóficos y didácticos del área estableciendo relaciones entre los conocimientos básicos, los procesos y los contextos, mediados por las situaciones problemas y la evaluación, componentes que contribuyen a orientar, en gran parte, las prácticas educativas del maestro y posibilitar en el estudiante la exploración, la conjetura, el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas. Además, el artículo 20 de la ley 115 de educación general de 1994 menciona que uno de los objetivos generales de la educación básica es “Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana” (ley 115, 1994, pag.6)

Por tanto, los Estándares básicos de competencias y los Lineamientos curriculares establecen los componentes que estructuran el área de matemáticas, así como las competencias que deben desarrollarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje de formación y una de ellas es la resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento, cabe resaltar que las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativo y comprensivo, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.

Para el tema ecuaciones lineales con una incógnita, se hace énfasis en el pensamiento variacional, el cual tiene que ver con el reconocimiento, la precepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sea verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Sabemos que las matemáticas se relacionan con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión) y son esenciales para el desarrollo de la ciencia y de la tecnología, pero, además – y esto no siempre ha sido reconocido y divulgado - contribuye a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones tanto de la vida nacional como local.

3.4.7. Marco legal nacional en relación a estrategias didácticas.

La estructura común del currículo del país quedó plasmada en la Ley 115 de 1994, además la Resolución 2343 de 1996 establece reguladores del currículo en términos de los fines y objetivos de la educación, entregando indicadores que constituyen una versión de estándares curriculares por grupos de grados, para los niveles de preescolar, básica y media académica y para las áreas comunes de la media técnica. Para ello, pueden expedir normas reguladoras y documentos orientadores dentro de su jurisdicción. Entre los principios y supuestos, tenemos los siguientes:

- La complejidad, en cuanto es necesario atender múltiples variables y manejar diversas tensiones, entre ellas el tomar en cuenta lo local y lo global, las tradiciones y las innovaciones, los procesos y los resultados.
- La pertinencia, en cuanto respuesta a las características, necesidades y posibilidades de las comunidades.
- La participación, en tanto recogen en su diseño, desarrollo y evaluación el parecer de la comunidad educativa.
- La autonomía cohesiva, en tanto existe libertad para que los docentes y las instituciones creen sus propuestas curriculares.

- Factor de desarrollo, en tanto la educación es entendida como una estrategia para potenciar las capacidades humanas y como impulsor de la convivencia armónica y tratamiento adecuado de problemas y conflictos.

La Resolución 2565 (2003) establece que cada entidad territorial debe definir una instancia que efectúe la caracterización y determine la condición de discapacidad de cada estudiante, con el propósito de identificar sus barreras para el aprendizaje y garantizar la participación con miras a proponer los ajustes que la escuela debe hacer para brindar educación pertinente.

Otro referente normativo y sustento del marco legal es la Ley 715 (Colombia C. N., 2001), que en su artículo 5 expresa:

“5.5. Establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas para los niveles de educación preescolar, básica y media, sin perjuicio de la autonomía de las instituciones educativas y de la especificidad de tipo regional”

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares constituyen las orientaciones y criterios nacionales sobre los currículos y la importancia de la enseñanza de las diversas áreas en la formación de los estudiantes. El MEN (Ministerio de Educación Nacional) mediante los lineamientos, busca facilitar los nuevos enfoques educativos para comprender y enseñar de una manera más pertinente en el territorio nacional (M.E.N, 1998). Los Lineamientos curriculares son el soporte que el maestro debe tener en su profesión. Se dividen en tres secciones de vital importancia las cuales son: los Referentes Teóricos, las implicaciones pedagógicas y didácticas y un ejemplo de aplicación de los lineamientos (M.E.N, 1998).

El informe de la OCDE (2003), señala, que todos los países desean mejorar la calidad y la eficacia del aprendizaje escolar y apuestan por el uso de estrategias didácticas de aprendizaje mediadas por las TIC para conseguirlo.

En este proceso de aprendizaje, la relación esta mediada por la acción, dentro de una experiencia contextualizada y referenciada (OCDE, 2006:7), entre los aspectos más importantes. Es decir, Fomenta saberes socialmente productivos y útiles para resolver problemas cotidianos y a lo largo de la vida de los alumnos. Que ayuden a contribuir con las metas planteadas en los objetivos de desarrollo sostenible (ODS 4) “asegurar que todos los alumnos adquieran los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para promover el desarrollo sostenible, entre otras cosas mediante la educación para el desarrollo sostenible y los estilos de vida sostenibles, los derechos humanos, la igualdad de género, la promoción de una cultura de paz y no violencia, la ciudadanía mundial y la valoración de la diversidad cultural y la contribución de la cultura al desarrollo sostenible”

3.4.7. Referente institucional.

La institución Educativa Rural Urama sede colegio, municipio de Dabeiba, Antioquia, lugar donde se realizará la aplicación de la propuesta, dentro de su organización cuenta con el plan de área de matemáticas, en el cual se puede apreciar que este está organizado según los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de aprendizaje, donde se enmarcan las competencias y resultados de aprendizaje que deben desarrollar los estudiantes y su contextualización a situaciones del entorno. Posteriormente, se establece una componente denominada “aprendizajes”, en la cual se determinan las competencias y habilidades a desarrollar en los estudiantes, seguido de un componente para los ejes temáticos que direccionan los conceptos a trabajar y finalmente, el componente de evaluación, en el que se establecen los indicadores de desempeño que debe alcanzar cada estudiante y el tiempo previsto para su desarrollo.

De acuerdo con esto, es necesario mencionar que, según el plan de estudios de la institución en el área de matemáticas, existen unas componentes a trabajar y este mismo formato se aplica a cada grado de escolaridad, también se determina un tiempo de diez semanas (un periodo académico) para dar cumplimiento al plan de estudios. De igual manera, se registran con anterioridad las metodologías que se irán trabajar y los recursos que se implementarán en el periodo académico.

Parte IV. Análisis de la revisión documental

La revisión de la literatura a lo largo de esta monografía, otorga un panorama acerca del tema de investigación, el cual se realizará desde la hermenéutica como método analítico. Dicha revisión abarca desde los métodos tradicionales, pasando por la aplicación de la lúdica como medio de enseñanza y la utilización de material didáctico o la aplicación de las Tics en el proceso de formativo de aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita. Los aportes de los investigadores citados representan una luz para el desarrollo de la monografía y posterior desarrollo de la investigación.

La estructuración del currículo según los Lineamientos Curriculares del área de matemáticas (1998) y Estándares Básicos de Competencia (2006); se organiza a través de tres ejes curriculares o aspectos importantes que conllevan a un todo de forma armoniosa, estos son: procesos generales, conocimientos básicos y el contexto. Desde la perspectiva matemática, queda claro que esta disciplina es un constructo sociocultural, es una necesidad de todos los grupos humanos para poder explicar y darle sentido a todo aquello que les rodea. Pues, mediante ésta el hombre explica el comportamiento de un determinado fenómeno propio de las matemáticas o de otras ciencias.

El desarrollo teórico de las distintas situaciones que fueron abordadas en esta revisión documental, se fundamentaron en los documentos, ideas y planes educativos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, entre los cuales

tenemos: los Estándares Básicos de Competencias (2006), los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA); en donde se evidencia el nivel de competencia y desarrollo que deben alcanzar los estudiantes en un determinado grado y la forma como se deben desarrollar los planes educativos. La secuencia didáctica a través de los estándares básicos de competencia en matemáticas articula las interacciones entre estudiantes y contextos en el tratamiento de las situaciones matemáticas, por tal motivo, desde los aportes de este trabajo, se propone el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten a los estudiantes tener una mayor participación en el proceso formativo, que sean más dinámicos a la vez de autónomos, y desarrollar la capacidad de justificar sus afirmaciones con argumentos claros mediados por las nociones o conceptualizaciones, que han logrado definir con un objeto particular de estudio, como lo es el caso de la resolución de las ecuaciones lineales de primer grado y su relación de equivalencia, haciendo uso de la analogía de la balanza como estrategia didáctica para su aprendizaje.

Es pertinente la manera en que los investigadores utilizan diversas formas de mediar el aprendizaje de sus alumnos, buscando el desarrollo de un aprendizaje significativo a través de la aplicación de estrategias o secuencias didácticas haciendo uso de material manipulable, métodos gráficos u herramientas tics. Todas las secuencias didácticas que fueron objeto de revisión coinciden en la utilización de la analogía de la balanza como instrumento para enseñar a los estudiantes a resolver ecuaciones lineales con una incógnita. Así también, concuerdan en la dificultad que representa para los estudiantes trabajar con números enteros negativos o usar números racionales. Sin embargo, aunque la analogía de la balanza se usa en todas las propuestas, los contextos en los que se pueden aplicar las secuencias didácticas y los procesos cognitivos que involucran son diferentes. Así también, cabe mencionar que en ocasiones el estudiante tiene dificultad con el desapego del modelo de la balanza, lo que le impide pasar a un nivel simbólico.

Con la posterior implementación de esta estrategia de aprendizaje se pretende mejorar tanto el rendimiento académico de los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa rural Urama en el área de matemáticas, como el desarrollo de las competencias lógico matemáticas y el pensamiento numérico, su motivación por el aprendizaje y el buen uso de las herramientas didáctica; siendo estas bases fundamentales para el quehacer académico y pedagógico en la escuela del siglo XXI. El uso de este tipo de estrategias de aprendizaje de ecuación lineal con una incógnita, busca mostrar otras alternativas de trabajo distintas a la clase tradicional, que generen mayor dinamismo y participación en el aula de clase, en el cual se haga uso de herramientas y material didáctico que contribuyan a corto y largo plazo, mejorar la conceptualización de los temas.

Por lo tanto, es necesario que se genere una ruptura del esquema tradicional en la forma como se da el proceso de aprendizaje en la manera como se abordan en el aula de clase los conceptos del álgebra, pasando a situaciones acordes a su realidad desde el cual se puede iniciar los estudios, lo que implica una constante preparación de los docentes, la creación y aplicación de nuevas propuestas educativas. De esta forma, el concepto ecuación lineal con una incógnita, surge como necesario para que sea llevado al aula con la intención que este represente de manera explícita o implícita: organizar fenómenos, situaciones paramétricas, y dependencia entre otros.

Por consiguiente, se vuelve importante explicar en la resolución de lineales con una incógnita, el surgimiento de los axiomas de igualdad (propiedad identidad, simétrica y transitiva) y axiomas de álgebra de estructura de $\mathbb{R}$ (propiedad asociativa, distributiva, conmutativa, modulativa, inverso aditivo e inverso multiplicativo, tanto para las operaciones de adición y multiplicación, como para la propiedad uniforme de igualdad con respecto a $\mathbb{R}$). Lo anterior colaboraría con la ruptura de la algorítmica de mecánica que poseen los estudiantes a la hora de resolver ecuaciones por métodos intuitivos o por error, esto que suele ser frecuente en las aulas, por lo que el ejercicio y uso de los Algoritmos y uso de procedimientos

algorítmicos propuesto por el MEN (1998) se entiende “como un proceso general que adquiere sentido y trascendencia para los estudiantes que lo dotan del uso de las propiedades”.

A través de la aplicación de nuevas estrategias didácticas como la analogía de la balanza para el aprendizaje de ecuaciones lineales de primer grado o el uso de las TICs (invirtiendo procesos tradicionales: concepto-aplicación) se logra una mejor comprensión y significación del concepto de ecuaciones lineales con una incógnita, la utilización de representaciones icónicas permite introducir en la a los estudiantes un tipo de razonamiento que se puede calificar de algebraico, , y que no sería posible realizar en el caso de haber optado por una representación completamente simbólica. Estas potencian el pensamiento variacional y lógico-matemático, fortaleciendo un acercamiento de los estudiantes al álgebra, pues esta se convierte en procedimientos más asequibles y con sentido; es de este modo, que se presenta una verdadera apropiación de elementos y procedimientos relacionados con las competencias académicas y el concepto de ecuación.

En el desarrollo de la estrategia se plantea el modelo de la balanza en su modalidad diagramática debido a que es más visual y esto genera una mayor comprensión del significado de la ecuación, de las incógnitas, así como del proceso de resolución y la importancia que tiene el signo igual dentro de la expresión, lo cual se verificó al momento de realizar algunos ejercicios correspondientes con estudiantes de grado séptimo de la IER Urama y se observó que se comprendió la correspondencia entre el signo igual y el equilibrio de la balanza lo cual viene a constatar lo presentado en otras investigaciones anteriores por otros autores (Vlassis, 2002; Filloy & Rojano) quienes también hicieron uso del modelo de la balanza diagramático. (ver Anexo B)

Con el desarrollo de este tipo de estrategias didácticas desde el área de matemáticas, se busca dar solución a las problemáticas usuales a la que se enfrentan los estudiantes de la IER Urama sede colegio, en este nivel al resolver ecuaciones

lineales de una incógnita, entre las cuales se pueden mencionar la falta de habilidad para realizar despejes en cuanto al manejo de signos y la pobre identificación del orden jerárquico a seguir para cambiar de miembro los términos correspondientes, esta problemática se ve claramente reflejada en los resultados nacionales de matemáticas obtenidos en las pruebas saber de grado 7º, evaluar para avanzar grado 7º y pruebas saber grado 11º.

Aun teniendo en cuenta que por las inteligencias múltiples que desarrolla cada uno de los estudiantes y sus particularidades, con la implementación de este tipo de estrategias se observa en la mayoría de los estudiantes un avance significativo, además es muy importante el interés y la motivación que muestren acerca de la materia para poder realizar un cambio en su forma de interpretar y comprender la resolución de problemas algebraicos de este tipo. Se espera que con la implementación de la estrategia basada en la analogía de la balanza en el proceso enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita, los estudiantes de la Institución educativa rural Urama alcancen un mayor nivel de desarrollo de las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva al resolver situaciones problemáticas que involucren el concepto de ecuación lineal con una incógnita, desarrollando de esta manera el pensamiento variacional y lógico-matemático. Además, se busca mejorar los niveles de motivación, interés y disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas, logrando así, mejores resultados en las pruebas internas y externas en esta área del conocimiento. Según lo planteado por Ausubel (2000) el aprendizaje significativo es un proceso a través del cual la tarea del aprendizaje se relaciona de manera importante con la estructura cognitiva de la persona que aprende, es decir, que los conocimientos previos con los que llegan los estudiantes son de gran importancia para la asimilación y aprendizaje de los conceptos, por tal razón se puede estimular el auto aprendizaje en los educandos a través de videos educativos y simulaciones virtuales, aprovechando las experiencias previas que ellos traen de su quehacer diario.

El fomentar la implementación de este tipo de estrategias didácticas y lúdicas, permite que se les brinde a los estudiantes una forma dinámica e interactiva de aprendizaje, que posibilita el que vayan desarrollando el aprendizaje significativo a su ritmo, modelando situaciones de su vida cotidiana, de su contexto rural, esto fomenta la ruptura del paradigma de la clase monótona y a su vez, le da autonomía al estudiante por ser el que desarrolla su conocimiento y el docente es un mediador.

Por otro lado, se espera que la estrategia didáctica de enseñanza-aprendizaje que se propone, sirva de referente a los docentes de matemáticas de instituciones educativas oficiales o privadas de la región y del país, como aporte a su quehacer pedagógico. Motivando así el uso de estrategias didácticas y lúdicas por parte de los docentes de matemáticas, siendo esta una metodología que proporciona herramientas útiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que esté alineada a los gustos y percepción que tienen los estudiantes con respecto a su propio proceso educativo.

Conclusiones.

En lo personal, la investigación contribuye de manera significativa para que la formación como profesional de la educación sea integral y actualizada a las necesidades educativas del contexto educativo actual; con el desarrollo de este trabajo y la información encontrada en las diferentes investigaciones relacionadas, brinda a los docentes en ejercicio y a los maestros en formación, otro horizonte acerca del desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes, en relación con el estudio de la resolución de las ecuaciones lineales de primer grado y la equivalencia entre expresiones que poseen. Esto puede llevar a tomar mejores decisiones acerca de cómo actuar en el aula de clases y en lo relacionado a las estrategias didácticas que se pueden aplicar para incentivar este desarrollo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se busca con esta investigación que los docentes de la Institución Educativa Rural Urama y sus sedes, integren a sus planes de aula estrategias didácticas y lúdicas, que permitan generar la motivación en el estudiante por el aprendizaje y esto ayude para mejorar los resultados en las diferentes pruebas realizadas por el gobierno (Pisa, saber, evaluar para avanzar); y a la vez, contribuya a mejorar los conocimientos de las matemáticas en todos los grados.

En la revisión documental realizada se describen los errores o situaciones más comunes que cometen los estudiantes al momento de solucionar ecuaciones lineales con una incógnita, los cuales son sustentados en diferentes investigaciones realizadas por diferentes autores; estos errores van desde la apatía por el área de las matemáticas hasta aquellos de tipo procedimental, los cuales son descritos en el desarrollo de la revisión documental, los más comunes que se han podido identificar en la resolución de problemas de ecuaciones lineales: 1) confusión en la interpretación de equivalencia, 2) eliminación incorrecta de denominadores, 3) mal planteamiento del problema, 4) mala aplicación de las reglas de la matemática, 5) mala asignación de datos en la figura, 6) mala interpretación, y 7) mala realización de las operaciones, por lo que se pretende el proponer el diseño una secuencia didáctica de aprendizaje en la cual se tome en cuenta el contexto de los estudiantes y los errores o dificultades que ellos enfrentan al momento de solucionar este tipo de ecuaciones. Es necesario que el discurso matemático del docente y las actividades planteadas en la secuencia sean las acordes. De conformidad con esto, el enfoque de las estrategias debe ser la construcción del conocimiento de principios matemáticos, dejando de lado la mecanización de los procedimientos matemáticos. Así pues, se espera que el estudiante sea capaz de resolver los problemas de forma creativa y eficaz.

En este sentido, se aborda una estrategia didáctica pertinente a las necesidades, la cual vaya de la mano con una propuesta que permita que las ecuaciones lineales con una incógnita para su estudio sean argumentadas, justificadas y contextualizadas a través de una serie de situaciones y actividades

que, modeladas matemáticamente, describen el comportamiento significativo de un tema particular que se desea abordar, haciendo uso de la analogía de la balanza en el aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita, teniendo en cuenta investigaciones anteriores en las cuales se utiliza esta analogía, a través de diferentes medios de aprendizaje como lo son los materiales manipulables, el uso de métodos gráficos y la implementación con herramientas tics, de acuerdo a los recursos que hay disponibles en la Institución Educativa Rural Urama, y que se pueda diseñar una secuencia didáctica contextualizada a las necesidades de los estudiantes de grado séptimo y de su entorno.

Es importante señalar que, en la revisión documental, se evidencian algunas limitaciones del uso de la analogía de la balanza como estrategia didáctica de enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita, debido a que esta no se puede utilizar con ecuaciones lineales con una incógnita con una incógnita cuyos coeficientes sean números racionales no enteros o aquellas en las cuales el valor a encontrar es un número entero negativo. Desde la problemática misma, se reconoce desde el desarrollo de la temática un mayor nivel de dificultad, esto deja abierta una frontera para empezar a trabajar ecuaciones lineales con una incógnita con una incógnita, haciendo uso de herramientas didácticas que permitan el uso de esos coeficientes como ya lo han hecho en otras investigaciones. Así, queda la oportunidad de explorar este tipo de ecuaciones y, además, generar modelos que puedan trabajar con estas cantidades.

Una posible solución para esta limitación es la introducción a la analogía de la balanza con coeficientes negativos, objetos identificados con un color especial que denote esta característica, es decir, los números negativos y los múltiplos negativos de X tienen su propia representación y actúan de manera opuesta a los positivos: mientras un número positivo inclina la bandeja hacia abajo, un número negativo mueve hacia arriba la bandeja en que se encuentra. Los negativos pueden ser representados por elementos de color rojo que elevan las bandejas.

Por otra parte, dicha dificultad de la analogía de la balanza, se logra superar a partir del modelo virtual de la analogía de la balanza a través de aplicaciones o software (haciendo uso de las herramientas Tics), en las cuales se pueden representar cantidades negativas, dicho en otras palabras, es posible trabajar las ecuaciones que incluyan términos con coeficientes negativos, además de coeficientes racionales, es decir, números fraccionarios y/o decimales no enteros. De esta forma, se supera ciertamente la dificultad asociada al modelo descrito, se considera como uno de los métodos pertinentes para que los estudiantes conceptualicen las ecuaciones lineales como una relación de equivalencia y no simplemente, como algo mecánico que están operando sin conciencia alguna.

Utilizar recursos las herramientas TICs que se tengan al alcance y que estén a la disposición de todos, hace que se puedan aprovechar estas herramientas que facilitan el aprendizaje si se anteceden de una buena planeación, fomentando así, el uso de estrategias didácticas de aprendizaje y de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas, todo con el objetivo de dar más autonomía a los estudiantes en la adquisición de su propio aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D., Novak, & Hanessian, H. (1983). *Psicología Educativa un punto de vista cognoscitivo*. México: Tirillas.
- B. (s. f.). *ConstitucionColombia.com*.
<https://www.constitucioncolombia.com/titulo-2/capitulo-2/articulo-67>
- Benalcázar, L. (2012). *Las ecuaciones de primer grado en la escuela: Dificultades y tratamiento*. Tesis de pregrado. Universidad del Valle – sede Pacífico. Buenaventura, Colombia.
- Bonilla, M. y Ortega, C. (2014). *De la Balanza Virtual a la Ecuaciones Lineales*, Escuela Normal Superior de México, pp. 2-7. México.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Cárdenas, Oscar Iván (2015). *Implementar una estrategia didáctica para generar un aprendizaje significativo de las ecuaciones de primer grado con una incógnita usando las Tic*. Universidad Nacional de Colombia.
<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57950/70562235.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Congreso de la republica de colombia. (1991, 7 de julio). *Constitucion Politica*. Gaceta del congreso. <http://www.secretariassenado.gov.co/constitucion-politica>.
- De Moreno, I. y De Castellanos, L. (1997). *Secuencia de enseñanza para solucionar ecuaciones de primer grado con una incógnita*. Revista EMA, 2(3), 247-258.

“Didáctica” (s/f.). Significado de didáctica. Recuperado en enero de 2016 de significados.com: <http://www.significados.com/didactica/>

Erazo, J.D. (2011). Estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema. Recuperado en Julio de 2016 de funes.uniandes.edu.co: <http://funes.uniandes.edu.co/2599/1/ErazoEstrategiaAsocolme2011.pdf>

Fillooy, E. & Kieran, C. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. En: Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 7(3), pp. 229-240.

Fillooy, E. y Rojano, T. (1989). Solving Equations: The transition from Arithmetic to Algebra. For the Learning of Mathematics, 9 (2), 12-25.

Galeano Torres, Oscar Wilder y Váquiro Vélez, Leonardo (2015). Una propuesta didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado como relación de equivalencia utilizando el modelo virtual de la balanza. Universidad del valle. <https://core.ac.uk/download/160126721.pdf>

Hernández Escobar, Luz Andrea (2016). Situaciones problema para un aprendizaje significativo de las ecuaciones lineales con una incógnita. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/59490/43157547.2016.pdf?sequence=2>

Hernández Sampieri, Roberto; et al. Metodología de la Investigación. ed. McGraw-Hill. México, D.F., 2004, Fidias G. Arias El proyecto de investigación 6ta edición (2012)

Historia de las ecuaciones. (s/f.). sites.google.com:
<https://sites.google.com/site/ecuacionesisfd10/home>

Ley general de educación. (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994. Octubre de 2015 de [mineduacion.gov.co](http://www.mineduacion.gov.co): http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_Archivo_pdf1.pdf

Londoño O, S. M., Muñoz M, L. M., & Jaramillo L, C. M. (octubre de 2010). Acercamiento de la Ecuación de Primer Grado desde la Modelación. Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, 609-618. Bogotá: Universidad de Antioquia.

López, M. (2015). Propuesta Didáctica para la Enseñanza de Ecuaciones Lineales Mediada por Ambientes Virtuales en el Grado Noveno de la Institución Educativa Ana de Castrillón. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.

Mateo Jerónimo, Marta Maribel (2018). “Dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita en segundo básico.” Universidad Rafael Landívar.
<http://biblio3.url.edu.gt/publi/rcifuentes/TESIS/2018/05/86/Mateo-Marta.pdf>

Martínez, L., Rincón, E., & Domínguez, Á. (2011). El juego y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. En P. Lestón (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, (Vol. 24, pp. 397-405). Ciudad de México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

MEN (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

- MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, Colombia. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Moreira, M. (s/f.). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. junio de 2016 de if.Ufrgs.br: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>
- Paredes, P. y Ramírez, M. (2009). Apuntes de preparación para la Prueba de Selección, (2ª. ed.) Santiago de Chile
- Presidencia de la república (1994, 03 de agosto). Decreto 1860. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-86240_archivo_pdf.pdf
- Rojano, T. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. Números, Vol. (75), pp.5-20
- Román Pogo, Jenny (2015). La balanza virtual como recurso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones lineales en el área de matemáticas en el área de matemáticas de los alumnos de décimo grado de educación general básica del colegio técnico fiscal mixto. Universidad de Loja. <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/21251/1/TESIS%20JENNY%20ROMAN%20BIBLIOTECA.pdf>
- Vlassis, J. (2002). The balance model: Hindrance or support for the solving of linear equations with one unknown. Educational Studies in Mathematics, pp. 341-359.
- Zapatera, A. (2016). Cómo desarrollar el pensamiento algebraico. Uno, 73, 32-37.

Anexos

Anexo A. Ubicación de la IER URAMA-sede colegio

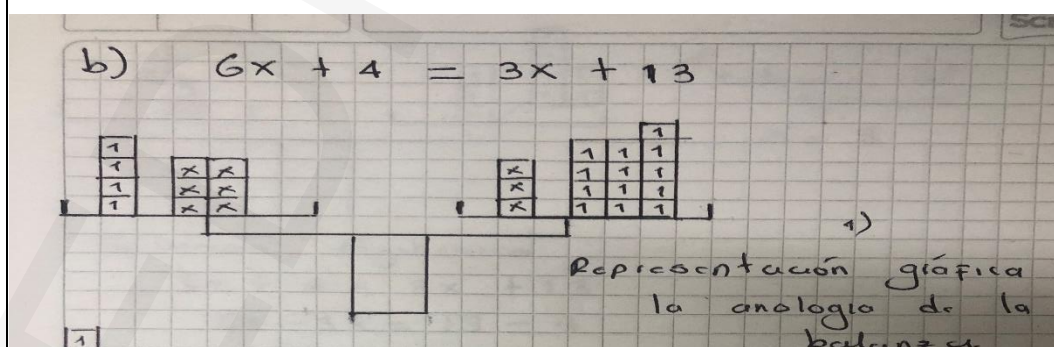


Fuente: Elaboración propia

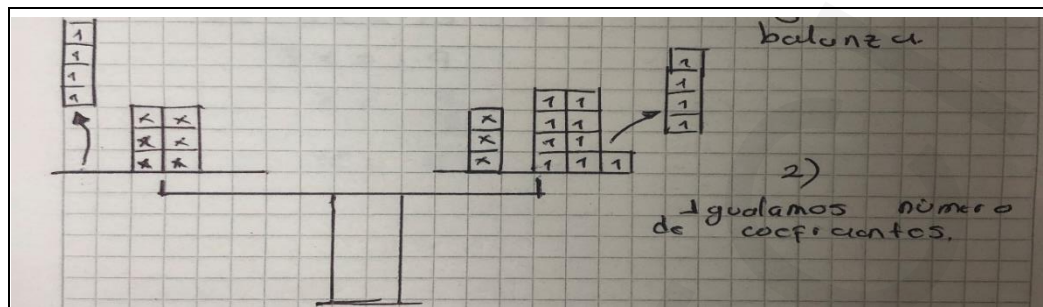
Anexo B. Ejemplos Modelo de la balanza IER URAMA

ESTUDIANTE 1

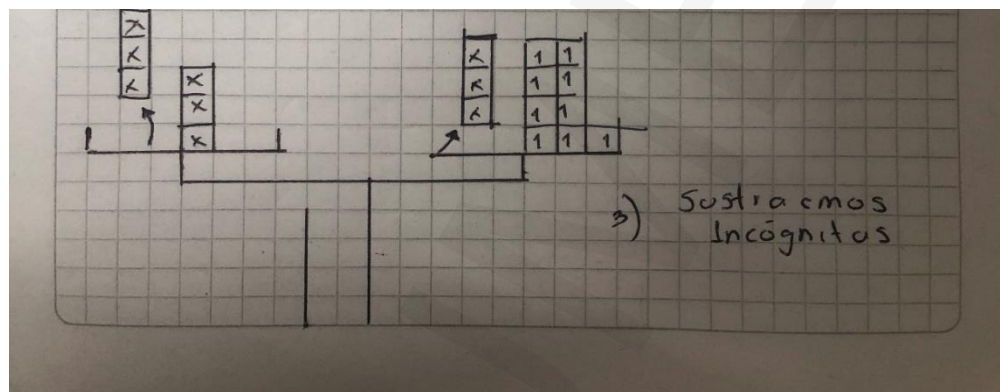
1. Representación Gráfica



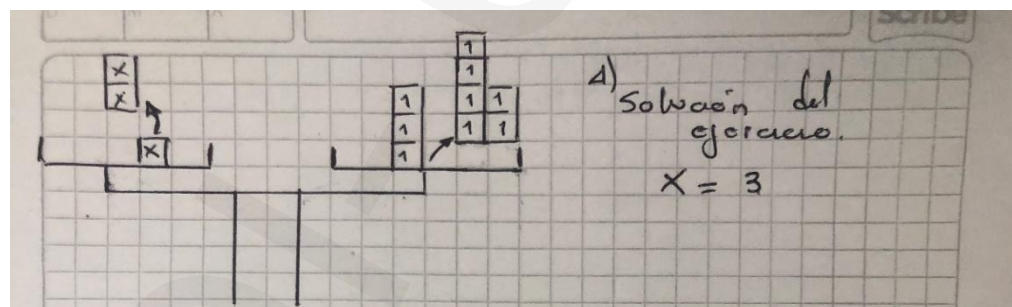
2. Sustracción de coeficientes.



3. Sustracción de incógnitas o variables.



4. Solución de la igualdad.



5. Solución algebraica.

Solución Algebraica

$$6x + 4 = 3x + 13$$

$$6x - 3x = 13 - 4$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

ESTUDIANTE 2

b) $6x + 4 = 3x + 13$

1) Representación gráfica de la analogía de la balanza.

2) Igualamos números

3) Sustituimos incógnitas.

Diagram illustrating a staircase structure with blocks labeled x and 1 .

9) Solución del ejercicio.
 $\lambda = 3$

Solución algebraica

$$6x + 4 = 3x + 13$$

$$6x - 3x = 13 - 4$$

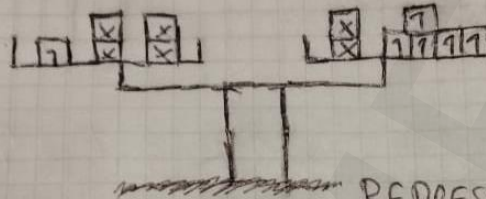
$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3.$$

ESTUDIANTE 3

$$a) 4x + 1 = 2x + 5$$

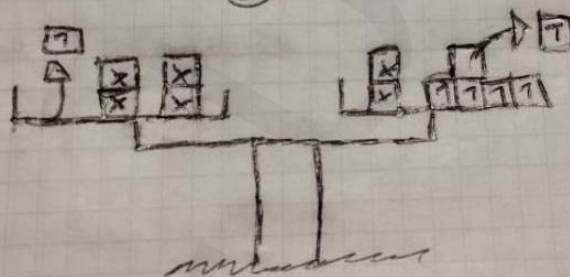


①

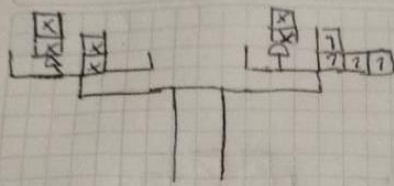
REPRESENTACIÓN
GRÁFICA de la ecuación
Lineal

$$4x + 1 = 2x + 5$$

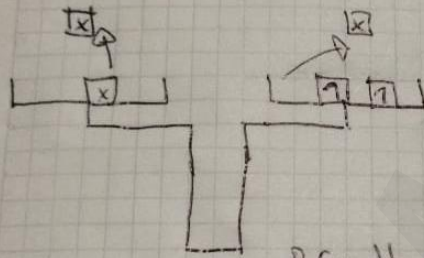
②



Subtracción de coeficientes iguales



③
sustracción de
incógnitas



Resultado $x = 2$

4)
igualamos
incógnitas y
se obtiene la
solución del ejercicio

solución algebraica

$$4x + 1 = 2x + 5$$

$$4x - 2x = 5 - 1$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$