



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN  
CIENCIA Y TECNOLOGÍA “UMECIT”**

**Decreto Ejecutivo 575 Del 21 De Julio De 2004  
Acreditada Mediante Resolución N.º 15 Del 31 De octubre De 2012**

**FACULTAD DE LAS CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LAS TICS**

**IMPLEMENTACIÓN DEL APLICATIVO GEOGEBRA Y MATERIAL  
CONCRETO COMO EL TANGRAM, PARA EL FORTALECIMIENTO  
DE LAS COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS DIRIGIDO A LOS  
ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA EMBERÁ RURAL ATRATO MEDIO DEL MUNICIPIO  
DE VIGÍA DEL FUERTE  
(TRABAJO DE GRADO)**

**Trabajo presentado como requisito para optar al grado de Magister  
en Didáctica de las TIC**

**AUTORES:**

**Johnatan Palacios Rentería  
Yaciris Romaña Quejada**

**TUTOR:**

**John Alexander Bohada Jaime, Ph.D**

**Colombia, 13 de marzo de 2022**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

Nombres y apellidos  
Jurado Principal

---

Nombres y apellidos  
Comité de Investigaciones

Panamá, 2022

## **Dedicatoria**

*Dedico los frutos de este trabajo de grado: A Dios y la virgen del Carmen quienes hacen posible todo en el mundo. A mi esposa, mis hijos, mi mamá, abuela y mis hermanas por su comprensión y apoyo constante; quienes con su ejemplo me impulsan a continuar por el camino de mi formación profesional y personal.*

***Johnatan Palacios Rentería***

*Dedicatoria primero a Dios, a mi hija, a mi madre que desde el cielo siempre me guía a mis familiares y amigo que de una u otra manera me colaboraron*

***Yaciris Romaña Quejada***

### **Agradecimientos.**

Este trabajo de maestría ha exigido de nuestra parte mucho sacrificio en cuanto a tiempo y espacios dejados de compartir con nuestras familias, pero todo ello con el fin de obtener nuestro título como Magister En Didácticas De Las T.I.C, además de aportar una estrategia de trabajo en el aula para mejorar el aprendizaje de la geometría dirigido a los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa embera rural Atrato medio del municipio de vigía del fuerte (Antioquia).

Primero que todo agradecerle a Dios por dejarnos sentir su presencia en este proceso formativo. A nuestro asesor John Alexander Bohada Jaime, Ph.D. por sus orientaciones y apoyo constante para desarrollar este trabajo de investigación.

A la Rectora Gloria Inés Gonzales Cardona y los estudiantes de la institución en especial a los del grado sexto por permitirnos realizar nuestros estudios y prácticas relacionadas con la presente investigación en la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de Vigía del Fuerte (Antioquia).

A nuestras familias por su apoyo incondicional, amor y colaboración en todos los momentos vividos durante nuestro estudio de maestría.

## Resumen

Este proyecto investigativo, se desarrolla con estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de Vigía del Fuerte del municipio de Antioquia Colombia. Surge tras la necesidad de tipo académico de fortalecer las competencias geométricas que contribuyan a la construcción de conceptos de área y perímetro de las figuras planas. Desde esta perspectiva, se asume la implementación del aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram, como estrategia pedagógica para desarrollar las clases de geometría y crear espacios de interacción en donde los estudiantes visualicen e identifiquen las figuras geométricas, conozcan sus propiedades y establezcan conexiones entre ellas, de manera que puedan establecer el área y perímetro de las mismas.

Atendiendo a lo anterior, la investigación se orienta con un enfoque cualitativo y un método de estudio de casos, de modo que se analizar la especificidad de cada caso en particular, en este sentido, las técnicas de producción de registros son las observaciones, encuestas y documentos escritos, siendo estos últimos las pruebas diagnósticas y guías de actividades las cuales están enmarcadas en los tres primeros niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele (análisis y visualización, análisis y deducción informal). La implementación del estudio permitió dar cuenta de los beneficios académicos que traen consigo los materiales físicos y virtuales siempre y cuando la interacción sea dirigida por el docente.

**Palabras clave:** competencias geométricas, área y perímetro, GeoGebra y Tangram.

## Abstract

This research project is developed with sixth grade students of the Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio of the municipality of Vigía del Fuerte in the municipality of Antioquia Colombia. It arises from the academic need to strengthen geometric competencies that contribute to the construction of concepts of area and perimeter of plane figures. From this perspective, the implementation of the GeoGebra application and the concrete material Tangram is assumed as a pedagogical strategy to develop geometry classes and create interaction spaces where students visualize and identify geometric figures, know their properties and establish connections between them, so that they can establish their area and perimeter.

In view of the above, the research is oriented with a qualitative approach and a case study method, so that the specificity of each particular case is analyzed, in this sense, the techniques for the production of records are observations, surveys and written documents, the latter being diagnostic tests and activity guides which are framed in the first three levels of geometric reasoning of Van Hiele (analysis and visualization, analysis and informal deduction). The implementation of the study made it possible to demonstrate the academic benefits of physical and virtual materials as long as the interaction is directed by the teacher.

**Keywords:** geometric skills, area and perimeter, GeoGebra and Tangram.

## Índice general

Capítulo I: CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA .....	13
1.1 Descripción de la Problemática. ....	14
1.2 Formulación de la pregunta de investigación. ....	18
1.3 Hipótesis. ....	18
1.4 Objetivos. ....	18
1.4.1 Objetivo(s) General. ....	18
1.4.2 Objetivos Específicos. ....	19
1.5 Justificación. ....	20
Capítulo II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN .....	23
2.1 Bases Teóricas, Investigativas, Conceptuales, Legales y Tecnológicas. ....	24
2.1.1 Bases teóricas. ....	24
2.1.2 Bases investigativas. ....	29
2.1.3 Bases conceptuales. ....	34
2.1.4 Bases legales. ....	37
2.1.5 Bases Tecnológicas. ....	39
2.2 Definición Conceptual y Operacional de las Variables .....	48
• 2.2.1 Variables Independientes .....	48
2.2.2 Variables Dependientes. ....	49
2.3 Operacionalización de las Variables. ....	49
Capítulo III: ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN. ....	51
3.1 Paradigma, Método y/o Enfoque de Investigación. ....	52
3.1.1 Paradigma. ....	52
3.1.2 Enfoque Investigativo. ....	53
3.1.3 Método de Investigación. ....	53
3.2 Tipo de Investigación. ....	54
3.3 Diseño de la Investigación. ....	54
3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos. ....	55
3.4.1 Observaciones. ....	55
3.4.2 Encuestas. ....	56
3.4.3 Documentos Escritos. ....	57

3.5 Población y Muestra. ....	57
3.5.1 Población y/o Descripción del Escenario de Investigación. ....	57
3.5.2 Muestra y/o Descripción y Criterios de Selección de los Informantes Clave. ....	58
3.6 Procedimiento de la Investigación. ....	59
3.7 Validez y Credibilidad de los Instrumentos. ....	60
3.8 Consideraciones Éticas. ....	60
3.8.1 Criterios de Confidencialidad. ....	61
3.8.2 Descripción de la Obtención del Consentimiento Informado. ....	61
<b>Capítulo IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS</b> .....	<b>63</b>
4.1 Técnicas de Análisis de datos o Hallazgos. ....	64
4.1.1 Análisis de la Situación Académica Inicial. ....	64
4.1.2 Análisis de la Situación Tecnológica Institucional. ....	70
4.1.3 Implementación de GeoGebra. ....	70
4.1.4 Propuesta Pedagógica. ....	72
4.1.5 Implementación Propuesta Pedagógica. ....	77
4.2 Procesamiento de los Datos (cualitativa) y/o Proceso de Triangulación de los Hallazgos (cuantitativa). ....	79
4.3 Discusión de los Resultados (cuantitativa) y/o Contrastación y Teorización (cualitativa). ....	91
4.3.1 Competencias Geométricas. ....	91
4.3.2 Conocimientos sobre Área y Perímetro de Figuras Planas. ....	92
4.3.3 Uso de las TIC (GeoGebra) ....	93
<b>Capítulo V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>94</b>
5.1 Conclusiones. ....	95
5.1.1 Respuesta a la Pregunta de Investigación. ....	95
5.1.2 Alcance de los Objetivos. ....	97
5.2 Recomendaciones. ....	99
<b>Referencias</b> .....	<b>102</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>104</b>
Anexo A. Evaluación Diagnóstica. ....	105
Anexo B. Encuesta a Estudiantes. ....	107
Anexo C. Trabajo con el GeoGebra y el Tangram. ....	108

### Lista de figuras

<b>Gráfica 1.</b> Resultados del simulacro, prueba de matemáticas.....	16
<b>Gráfica 2.</b> Resultados de la prueba de los estudiantes del grado sexto.....	16
<b>Gráfica 3.</b> Respuesta a la pregunta N° 1 de la encuesta inicial a estudiantes. ....	65
<b>Gráfica 4.</b> Respuesta a la pregunta N°2 de la encuesta inicial a estudiantes. ....	65
<b>Gráfica 5.</b> Respuesta a la pregunta N° 3 de la encuesta inicial a estudiantes. ....	66
<b>Gráfica 6.</b> Respuesta a la pregunta N° 5 de la encuesta inicial a estudiantes. ....	67
<b>Gráfica 7.</b> Actividad de GeoGebra implementada en el aula.....	83
<b>Gráfica 8.</b> Análisis de resultados de prueba diagnóstica No.2.....	90

## Lista de tablas

<b>Tabla 1.</b> Resultados de la prueba Saber de los grados 5 y 9 de los años 2017 - 2019. .....	20
<b>Tabla 2.</b> Niveles de la teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele. ....	27
<b>Tabla 3.</b> Ecuaciones para establecer el área de figuras planas. ....	36
<b>Tabla 4.</b> muestra la operalización de las variables. ....	49
<b>Tabla 5.</b> Técnicas e instrumentos de recolección de datos. ....	55
<b>Tabla 6.</b> Etapas del proceso investigativo. ....	59
<b>Tabla 7.</b> En la siguiente tabla se muestra cronograma de la propuesta pedagógica... 76	
<b>Tabla 8.</b> Debilidades y fortalezas del diseño de la herramienta GeoGebra.....	88
<b>Tabla 9.</b> Debilidades y fortalezas del uso del Tangram. ....	89

## Introducción

El estudio de la geometría debe favorecer las características cognitivas individuales de los estudiantes influenciados por las interacciones entre el entorno físico, social, cultural e histórico, por lo tanto, es imprescindible establecer acciones que conlleven a actuar y argumentar sobre el espacio, empleando modelos, figuras, palabras, gestos y movimientos (MEN, 1998).

Atendiendo a lo anterior, los conceptos y competencias adquiridos en los procesos de enseñanza y aprendizaje se constituyen en conocimientos fundamentales para la aprehensión de conceptos matemáticos con mayor profundidad y rigor, dado que éstos proporcionan una nueva forma de interpretación, visualización y representación de los problemas matemáticos.

En este sentido, se propone la implementación del aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram para lograr el fortalecimiento de las competencias geométricas, de manera que la interacción con dichos materiales establezca un acercamiento entre los estudiantes y el objeto de conocimiento.

Este documento se estructura en cuatro capítulos los cuales se describen a continuación:

En el primer capítulo, se presentan la contextualización e identificación del problema de investigación, las cuales se establecen de acuerdo a las observaciones de los docentes investigadores, los resultados de las pruebas Saber en el área de matemáticas en los grados tercero, quinto y noveno, y en los resultados pruebas Saber-Icfes grado 11, también se aplicó una prueba diagnóstica la cual puso en evidencia las dificultades presentadas por los estudiantes respecto a la parte geométrica en conceptos

de área y perímetro de figuras planas. Asimismo, se establece la pregunta de investigación y los objetivos que orientan el estudio, y por último se justifica el mismo.

En el segundo capítulo, se expone la fundamentación teórica de la investigación, en tal sentido, se plantean las bases teóricas, investigativas, conceptuales, tecnológicas y legales que lo sustentan, igualmente se establecen las variables y sistemas de variables que serán tenidas en cuenta para la recolección de los datos y el análisis de los mismos.

En el tercer capítulo, se establece la ruta metodológica para el desarrollo de la investigación, en la que se incluye el paradigma interpretativo y el enfoque cualitativo a través del método de estudio de casos intrínseco, además se presenta el diseño investigativo y las técnicas e instrumentos para la producción de registros.

Por otro lado, se presenta el análisis de los datos recolectados a través de los instrumentos de recolección de datos, los cuales están enmarcados en los fundamentos teóricos y los objetivos de la investigación. Finalmente, se exponen las conclusiones que surgieron tras la implementación de la propuesta resaltando la contribución del aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram en la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas.

# **Capítulo I: CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA**

**TITULO:** IMPLEMENTACIÓN DEL APLICATIVO GEOGEBRA Y MATERIAL CONCRETO COMO EL TANGRAM, PARA EL FORTALECIMIENTO DE LAS COMPETENCIAS GEOMETRÍA DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA EMBERÁ RURAL ATRATO MEDIO DEL MUNICIPIO DE VIGÍA DEL FUERTE

### 1.1 Descripción de la Problemática.

Éste proyecto investigativo, se desarrolla en la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio Vigía Del Fuerte del departamento de Antioquia, Colombia. El establecimiento es de carácter público, actualmente tiene matriculados a 1850 estudiantes distribuidos en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media. La sede principal (ver ilustración N° 1) está localizada en la cabecera municipal atendiendo a los estudiantes de sexto a undécimo grado, y la primaria se ubica en el resguardo indígena llamado Japoreto.

**Ilustración 1.** Sede principal de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.



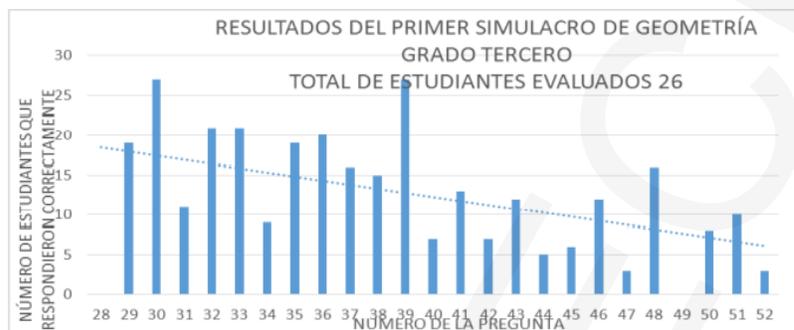
**Fuente:** Elaboración propia.

La población donde se encuentra ubicada la Institución Educativa, son unas comunidades indígenas de etnias Emberá Davidad, Eyabida y San juanero, éstas se caracterizan por la calidad humana, el interés por educar a sus hijos y prepararlos para acceder a una educación superior. Las actividades económicas que desarrollan están asociadas a la agropecuaria, las cuales se llevan a cabo con algunas dificultades debido a la falta de asesorías y asistencia técnica en los pequeños proyectos productivos, asimismo, las fuentes de empleo son muy limitadas, debido a que el acceso a la cabecera municipal se encuentra obstruido por el pésimo estado de las vías, por lo tanto, la única vía de acceso es a través del río Atrato y sus afluentes.

La Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, busca fortalecer la interculturalidad, la convivencia, la disciplina y el desarrollo cognitivo de toda la población estudiantil, desde un enfoque etno-educativo. Todo esto con la finalidad de mantener escolarizados los estudiantes, quienes deben transportarse en lanchas y chalupas para llegar al plantel educativo en temporadas de lluvias, las cuales acarrear inundaciones que hace imposible el transporte vía terrestre y los cultivos de productos agrícolas.

Pese a lo ya mencionado, los estudiantes también enfrentan dificultades académicas, las cuales se encuentran asociadas al área de matemáticas en la asignatura de geometría, situación que fue posible identificar en las observaciones de clase, en donde se pudo evidenciar la poca comprensión y apatía frente a la asignatura. Al respecto, se diseñó y aplicó un examen con preguntas tipo pruebas SABER con el fin de reconocer el nivel de comprensión en geometría que traen los estudiantes de la primaria a secundaria, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

**Gráfica 1.** Resultados del simulacro, prueba de matemáticas.

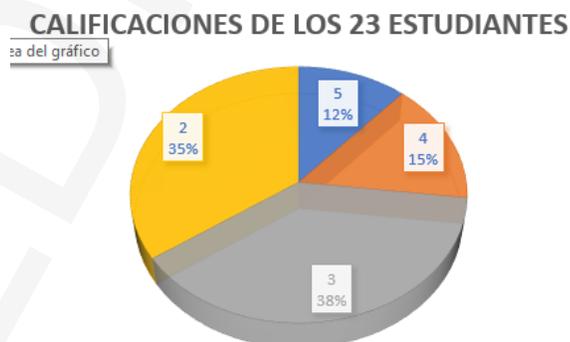


**Fuente:** Autores del trabajo.

En la gráfica 1. se evidencia las dificultades que presentan los estudiantes por cuanto la prueba implementada evalúa competencias básicas de la temática de geometría, arrojando como resultados que el 50% de los estudiantes en las 23 preguntas, 19 correspondientes al área presentan dificultad, y el otro 50% demuestran un nivel asertivo bajo.

A partir de la revisión de las calificaciones en el área de Geometría se sintetiza las mismas en la siguiente figura, calificaciones correspondientes al primer periodo del año 2021, en la cual se observa las dificultades que presentan los estudiantes:

**Gráfica 2.** Resultados de la prueba de los estudiantes del grado sexto.



**Fuente:** Autores del trabajo

Se observa en gráfica 2. que el 35% de los estudiantes perdieron el primer periodo de la asignatura, se concluye con los resultados en la revisión de las calificaciones que los estudiantes no tienen clara la temática, presentan dificultades en las competencias de Geometría y esto se ve reflejado en el bajo rendimiento, de lo que se pretende es identificar las causas de esta situación y emprender estrategias que permitan dar solución a la problemática. También se observa que el 38% de los estudiantes tiene un rendimiento muy bajo en geometría.

**Ilustración 2.** implementación del Tangram con estudiante del grado sexto.



**Fuente:** Autores del proyecto.

La ilustración anterior se anexa como evidencia del desarrollo de una actividad en clase con la utilización manual del Tangram, en ella se puede evidenciar la dificultad que los estudiantes tienen para reconocer algunas figuras geométricas básicas y presentan mayor dificultad en el reconocimiento del área y perímetros en figuras planas.

Lo anterior, permite inferir que a los estudiantes se les dificulta comprender algunos

conceptos y temáticas de la asignatura de Geometría, entre ellos la difícil identificación de figuras geométricas y el cálculo de perímetros y áreas de figuras planas.

## 1.2 Formulación de la pregunta de investigación.

¿Cómo fortalecer las competencias geométricas de tal manera que permita la construcción de los conceptos de perímetro y área de figuras planas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de Vigía del Fuerte, a través del aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram?

## 1.3 Hipótesis.

El equipo investigador propone como hipótesis que mediante el uso de la plataforma GeoGebra como herramienta de enseñanza, permitirá mejorar las competencias en comprensión de conceptos como perímetro y área en figuras planas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de Vigía del Fuerte.

## 1.4 Objetivos.

### 1.4.1 Objetivo(s) General.

Fortalecer las competencias geométricas de modo que contribuya en la construcción de los conceptos de área y perímetro de figuras planas, mediante la implementación del aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram, en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.

#### 1.4.2 Objetivos Específicos.

- Identificar los niveles de competencias geométricas que poseen los estudiantes del grado sexto referido a los conceptos a perímetro y área de figuras planas.
- Diseñar una propuesta pedagógica a través de la implementación de GeoGebra y el Tangram que contribuya al fortalecimiento de competencias geométricas en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio
- Implementar una propuesta pedagógica que permita el fortalecimiento de competencias geométricas a través de GeoGebra y el material concreto (tangram) en los estudiantes del grado sexto.
- Analizar el proceso del fortalecimiento de las competencias geométricas referidas a los conceptos de área y perímetro de figuras planas, en estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.

### 1.5 Justificación.

El presente trabajo de grado surge por la necesidad académica de la comunidad educativa de fortalecer las competencias geométricas en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, situación que se refleja en los resultados de las pruebas Saber de los grados 5 y 9 de los años 2017 -2019, la prueba diagnóstica inicial, tal como se presenta a continuación:

**Tabla 1.** Resultados de la prueba Saber de los grados 5 y 9 de los años 2017 - 2019.

<b>Grado Quinto</b>			
<b>Componentes</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>
Numérico- Variacional	Fuerte	Similar	Fuerte
Geométrico- Métrico	Similar	Similar	Débil
Aleatorio	Similar	Similar	Fuerte
<b>Grado Noveno</b>			
<b>Componentes</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>
Numérico- Variacional	Débil	Similar	Similar
Geométrico- Métrico	Similar	Débil	Débil
Aleatorio	Fuerte	Fuerte	Similar

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a la información presentada en la tabla 1. Cabe mencionar que los estudiantes del grado quinto muestran resultados desfavorables en lo que respecta al componente geométrico, dado que en dos años los resultados son aceptables, sin embargo, en el año 2019 se presentan debilidades en dicho componente, lo que refleja la decadencia de la enseñanza de dicha asignatura. De igual modo, en los grados novenos se presentan resultados poco alentadores en lo que respecta a dicho componente, dado que en los años 2018 y 2019 se presentan puntuaciones débiles.

La situación anteriormente descrita, puede estar sujeta a que, en el plan de área de matemáticas de la institución, la asignatura de geometría solo se aborda a finales del ciclo escolar, como también a la falta de estrategias y recursos empleados para la enseñanza de las mismas, teniendo en cuenta que es una asignatura que requiere ser estudiada y comprendida, debido a la gran cantidad de conocimientos que esta genera y a la aplicabilidad de la misma.

Desde ésta perspectiva los docentes investigadores, deciden abordar dicha problemática teniendo en cuenta la importancia de desarrollar estrategias didácticas que lleven a los estudiantes a ser más ágiles y que tengan la facilidad de comprender la temática de la geometría en su totalidad haciendo que los conocimientos perduren hasta que necesiten ser puestos en práctica en situaciones curriculares o extracurriculares.

Partiendo de la necesidad de tipo académico que presenta la Institución, la cual hace mayor énfasis en el aprendizaje y comprensión de los conceptos de área y perímetro de figuras planas, surge la presente investigación, como una iniciativa que contribuya al fortalecimiento de competencias geométricas que conlleve a la construcción de aprendizajes significativos en dicha área del conocimiento, de manera que el aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram se constituyan en estrategias pedagógicas, que dinamicen los procesos de enseñanza de la geometría.

En este sentido, la implementación de la herramienta tecnológica GeoGebra y el material concreto (tangram), buscan hacer que la temática se imparta de manera creativa, de modo que las clases se convierta en un lugar ameno e innovador para los estudiantes, donde éstos se conviertan en agentes constructores de su propio conocimiento.

Lo dicho en párrafos precedentes, conlleva a la necesidad de innovar las estrategias pedagógicas empleadas por los docentes, dado que se hace evidente que no hay evolución en cuanto a la enseñanza de la geometría, esto al docente en un agente

investigador de estrategias creativas e innovadoras para impartir clases, estrategias que conlleven al mejoramiento de la comprensión de la temática impartida en el área determinada, y mejorar el rendimiento académico.

Es importante para la comunidad desarrollar esta investigación teniendo en cuenta que al poner en marcha la estrategia didáctica planteada en esta propuesta, permitirá potenciar el aprendizaje y llevarlos a la par con los avances tecnológicos que día a día surgen, el aprendizaje de la geometría por medio de las TIC y el material concreto será más ameno y se conservaran los conocimientos adquiridos en la básica secundaria y ponerlos en marcha en la cátedra de media de una manera más avanzada y sin dificultad.

# **Capítulo II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN**

## 2.1 Bases Teóricas, Investigativas, Conceptuales, Legales y Tecnológicas.

### 2.1.1 Bases teóricas.

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998 y 2006) hace una subdivisión de cinco tipos de pensamientos matemáticos los cuales son: Pensamiento Numérico, Pensamiento Métrico, Pensamiento Espacial; Pensamiento Variacional y el Pensamiento Aleatorio, estos a su vez describen los sistemas conceptuales y simbólicos. Atendiendo a lo ya mencionado, en este proyecto investigativo solo se hace un abordaje del Pensamiento Espacial debido a la importancia que se requiere dentro de él.

#### 2.1.1.1 Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.

El pensamiento espacial es definido por el MEN (1998) como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p.56), en este punto, el pensamiento espacial distingue las acciones del sujeto en las diferentes dimensiones y relaciones espaciales, de manera que se pueda establecer diferentes relaciones y representaciones del objeto geométrico, favoreciendo la conceptualización y representaciones mentales.

Referido a lo anterior, el MEN (2006) expone que el pensamiento espacial se centra

en “las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio, y la ubicación y relaciones del individuo con respecto a estos objetos y a este espacio” (p.61). En relación a esto, es plausible mencionar que el conocimiento del espacio no se da por la simple observación, sino que es un proceso que se va dando poco a poco, de tal manera que el estudiante desarrolle sus capacidades analíticas, mientras reconoce que ocupa un lugar en el espacio, al igual que los objetos que lo rodean.

En esta misma línea de argumentación, el MEN (2006) menciona que el sistema geométrico está constituido por tres aspectos fundamentales los cuales son: “los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos” (p.62), están constituidos por puntos, rectas, líneas, planos entre otros, los cuales se expresan a través de dibujos, letras y palabras que se emplean para representarlas y posibilitar su sistematización, para razonar sobre ellos y con ellos conduciendo así a la producción de nuevos refinamientos en el sistema.

#### 2.1.1.2 Enseñanza de la Geometría.

La geometría se constituye en una fuente de modelación que permite desarrollar el pensamiento espacial, dado que brinda una serie de herramientas “para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico” (MEN, 1998. P. 17). Desde esta perspectiva, la enseñanza de la misma se basa en aspectos relacionados con las figuras bidimensionales y tridimensionales, sus propiedades y las interrelaciones entre ellas y sus diferentes transformaciones, de modo que “conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problemas que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional” (MEN, 1998. p. 17).

La geometría es una rama de las matemáticas cuyo desarrollo histórico ha estado relacionada con actividades humanas, sociales, culturales y científicas, situación que ha encauzado la enseñanza de la geometría en el logro de una visión contextualizada, de manera que oriente a potenciar su aplicabilidad en situaciones reales y que contribuya en la resolución de problemas de la vida humana, situación que puede impulsar al estudiante al desarrollo de ciertas habilidades de razonamiento y justificación (Gamboa Anaya y Ballesteros Alfaro, 2010).

Referido a lo anterior, la geometría “ofrece, a quien la aprende, una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento” (López Escudero y García Peña , 2008. P. 31), este se debe, a que conlleva a desarrollar en los estudiantes la percepción del espacio, la capacidad de observación y abstracción referidas a las relaciones geométricas entre diferentes figuras, contribuyendo de este modo en la exploración del mundo que los rodea. En este sentido, las autoras exponen la importancia de llevar el estudio al aula de clase, las cuales son:

- ✓ Se aplica en la realidad (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera).
- ✓ Se usa en el lenguaje cotidiano (por ejemplo, se dice: calles paralelas, tinacos cilíndricos, la escalera en espiral, etcétera).
- ✓ Sirve en el estudio de otros temas de las Matemáticas (por ejemplo, un modelo geométrico de la multiplicación de números o expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos).
- ✓ Permite desarrollar en los alumnos su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace.
- ✓ Constituye el ejemplo clásico de ciencia organizada lógicamente y deductivamente (a partir de axiomas y postulados se deducen teoremas) (López Escudero y García

Peña , 2008. P. 30)

### *2.1.1.3 Desarrollo del pensamiento geométrico.*

La geometría se ha constituido en el idioma universal que le permite al ser humano describir, comprender y construir el mundo que lo rodea, al igual que dar a conocer la percepción que tiene de éste a los demás. Asimismo, despierta en los estudiantes diferentes habilidades que posibilitan la comprensión de otras áreas de las matemáticas, preparándolo así para entender el entorno en el cual se desenvuelve (Vargas y Gamboa Anaya , 2013).

Partiendo de lo ya mencionado, los docentes de geometría deben buscar y experimentar nuevas maneras de obtener provecho de la riqueza que posee dicha área del conocimiento, por lo tanto, se hace necesario apoyarse de recursos físicos y virtuales que se constituyan en estrategias pedagógicas para la producción del saber en los estudiantes. Cabe mencionar, que la construcción del pensamiento geométrico “sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque los niveles finales (últimos) corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela” (MEN, 1998. P. 38).

En este sentido, los esposos Van Hiele plantean una teoría del razonamiento geométrico que describe con exactitud la evolución que va teniendo el estudiante durante el desarrollo del pensamiento geométrico, dividiéndolos en cinco niveles consecutivos, los cuales son:

**Tabla 2.** Niveles de la teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele.

<u>Niveles</u>	<u>Descripción</u>
Reconocimiento o visualización	En este nivel, los estudiantes logran reconocer las figuras geométricas por su forma, pero no diferencia partes ni componentes de dicha figura.
Análisis	Para este nivel, los estudiantes reconocen las figuras haciendo diferencia entre las partes y propiedades de las mismas, sin embargo, aún no establecen relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas figuras
Deducción informal u orden	En este nivel, los estudiantes logran determinar las figuras geométricas por sus propiedades, asimismo, reconocen que unas propiedades de derivan de otras, logrando así establecer relaciones entre ellas.
Deducción	Los estudiantes logran realizar demostraciones y deducciones lógicas, reconociendo las propiedades de las figuras y estableciendo relaciones entre ellas.
Rigor	Los estudiantes analizan el rigor varios sistemas deductivos y compararlos entre sí.

**Fuente:** Elaboración propia.

Los niveles de razonamiento geométrico propuestos en la teoría de Van Hiele, son jerárquicos, por lo tanto, cada nivel describe el dominio del estudiante sobre las nociones geométricas en los diversos campos conceptuales del área. En este sentido, los niveles de razonamiento son secuenciales, es decir, deben ser desarrollados en orden para poder avanzar en ellos; el avance en los niveles debe ser progresivo, dado que para avanzar es necesario haber desarrollado las competencias del anterior; otra característica del modelo es que es intrínseco, lo que indica que las capacidades adquiridas dentro del nivel servirán como bases para desarrollar el próximo; Es lingüístico, cada nivel de razonamiento tiene su propio significado; y por último, es de emparejamiento, para desarrollar éste modelo de razonamiento es necesario conocer en el nivel en el que se encuentran los estudiantes, es decir conocer los saberes previos (Chavarria Pallarco, 2020).

Teniendo en cuenta lo mencionado en éste apartado, la investigación asume el modelo de Van Hiele como una estrategia didáctica que permite observar el

razonamiento geométrico de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje, por lo tanto, se toma solo los tres primeros niveles que hacen alusión al reconocimiento y visualización, análisis y deducción informal u orden, debido a que los otros dos niveles se desarrollan en grados de escolaridad más avanzados, por lo tanto, se considera que a través del modelo de podría fortalecer las competencias geométricas de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, mediante la interacción con el GeoGebra y el tangram.

### 2.1.2 Bases investigativas.

#### *2.1.2.1 Antecedente histórico a nivel internacional.*

A nivel internacional se identifica el trabajo investigativo realizado Aranguren López (2015) el cual fue realizado en Madrid, España. El autor en realiza su trabajo investigativo con estudiantes de básica primaria, el cual surgió por el bajo rendimiento académico en el área de matemática específicamente en la asignatura de geometría, por lo tanto, se planteó como objetivo “Contribuir a la mejora de la educación mediante la utilización de las TIC como instrumentos para la adquisición de conocimientos” (p.6).

El autor plantea una propuesta didáctica para ser desarrollada dentro del aula de clases, en la que se dispuso temas de geometría mediados con las TIC, de tal manera que permitiera observar y comparar como se trabaja con un modelo de aprendizaje nuevo, basado en la tecnología. Aranguren López (2015) pretendía que los estudiantes adquirieran nuevos conocimientos de una manera más motivadora y participativa, teniendo en cuenta la importancia que tiene tanto la ayuda de los padres de familia en el desarrollo de los estudiantes y las guías u orientaciones de los docentes para poder

implantar las nuevas tecnologías en el aula de clase para trabajar en las diferentes áreas del conocimiento.

Cabe mencionar que Aranguren López (2015) empleó una metodología mixta, intercalando sesiones expositivas y prácticas, de modo que los procesos de enseñanza fueran activos y participativos. Tras la implementación de la propuesta didáctica, el autor pudo concluir que “las TIC son una parte fundamental tanto de nuestra sociedad como de nuestro sistema educativo, por lo que tenemos que encontrar una manera de integrarlas en el aula, como apoyo en el aprendizaje, en este caso, de las matemáticas” (Aranguren López, 2015. P. 30)

Se describe el trabajo realizado por Mañas (2013), el cual fue desarrollado en la Universidad de Almería- España. Dicho trabajo se enfocó en la utilización de las TIC en el aula dando protagonismo a GeoGebra y a Wiris, aplicativos empleados para la enseñanza de la geometría. La iniciativa de este trabajo surgió para apoyar al profesorado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, por lo tanto, se imparten actividades o ideas para el profesorado, para explicar temas o contenidos concretos.

El autor Mañas (2013) justificó su propuesta sobre la idea que los estudiantes adquieren más conocimientos con estas técnicas de trabajo relacionadas con las TIC, en la medida que pueden visualizar el objeto de conocimiento y observar y analizar las variaciones que estos van teniendo a medida que se interactúa en él. Asimismo, dicho trabajo consta de implementaciones y ejemplos para ser empleadas por los docentes que así lo deseen, mostrando algunas páginas que son pequeños juegos muy simples para la obtención de ciertos contenidos y actividades concretas para los estudiantes. En este sentido, el trabajo investigativo de Mañas (2013) permitió concluir alumnos. que las TIC representan un aliado clave en la enseñanza de las matemáticas, en la medida en que permite la observación, interacción, análisis y razonamiento.

### *2.1.2.2 antecedentes investigativo a nivel nacional.*

A nivel nacional se resalta el trabajo investigativo realizado por Grisales Pérez (2013), el autor basó su investigación en dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo proporcionar a los docentes herramientas que les permitan el uso de los recursos tecnológicos que posee la I.E. Luis López de Mesa para impactar sus prácticas pedagógicas y utilizar adecuadamente los recursos con los que cuenta?, desde esta perspectiva, implementa la plataforma virtual Moodle al interior de las áreas básicas del conocimiento (matemáticas, ciencias naturales, humanidades, sociales, filosofía y ciencias políticas) en los grados octavo, noveno, décimo y once.

Para el desarrollo del trabajo investigativo, el autor emplea una metodología basada en fases y actividades aplicadas mediante la implementación de herramientas Moodle, los cuales permitieron dinamizar las clases, involucrando de manera eficaz a los estudiantes dentro de los procesos académicos, de igual forma, es una herramienta que contribuye a la optimización y aprovechamiento del tiempo.

El autor Grisales Pérez (2013) menciona que dicha herramienta posibilitó la presentación de pruebas saber institucionales, reduciendo costos que usualmente dichas pruebas acarrearán, asimismo, el impacto ecológico fue satisfactorio, dado que todo se realizó de manera virtual. teniendo lo en cuenta lo mencionado, es plausible decir que las TIC se constituyen en herramientas que favorecen los procesos académicos de los estudiantes, en la medida en que ahorra tiempo, acorta distancias y lo mejor es que se puede presentar el objeto de conocimiento de diferentes maneras.

Se identifica el trabajo investigativo realizado por Mayoral Castro y Suarez Llinás (2014), quienes desarrollaron su proceso investigativo en la ciudad de Barranquilla Colombia, los autores se enfocaron en “diseñar estrategias didácticas mediadas por TIC

que permitan el desarrollo del aprendizaje autónomo en las matemáticas en estudiantes de 9° del IDDI Nueva Granada.” (p. 17), desde esta perspectiva, la investigación pretendió emplear elementos que contribuyan al aprendizaje en el área de matemáticas a través de la implementación de las TIC, de manera que los estudiantes utilicen en forma estratégica los recursos educativos dispuestos por la institución.

Tras el proceso de implementación del proyecto investigativo, Mayoral Castro y Suarez Llinás (2014) concluyeron que las “matemáticas pueden ser del interés de los estudiantes, el todo está en la forma como se aborde, es decir, motivar al estudiante, presentarla de forma creativa y evidenciar su aplicación en el contexto” (p.70). En este sentido, los autores manifiestan que la implementación de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se constituyen en un detonante para impulsar el interés del estudiante por el área, así como también la curiosidad y el deseo por aprender.

Se presenta la investigación realizada por Díaz Abahonza (2013) la cual fue desarrollada en Ipiales Nariño, Colombia. En esta investigación se enfocó en mostrar que las TIC son herramientas de vital importancia en la enseñanza de la geometría en el grado segundo de básica primaria. El resultado de la investigación condujo a determinar que cuando se emplean herramientas tales como: ordenadores, Tablets, celulares, MP4, DVD, etc. Es posible que los estudiantes adquieran habilidades funcionales que les permitan interactuar en software GeoGebra, Excel, Word, internet, escrach, etc. Adquieren habilidades funcionales para desarrollar sus actividades.

### *2.1.2.3 Antecedentes históricos.*

En primera medida con la revisión bibliográfica pertinente para el desarrollo de esta

investigación, se puede deducir que la geometría históricamente para los griegos era constituida como una disciplina científica, ya que se tenía el interés de hacer la fundamentación teórica y deductiva del conocimiento geométrico.

El autor Camargo Uribe (2011) expresa que la geometría fue concebida como un sistema axiomático de carácter deductivo. Situación que se generó gracias a los tratados de Euclides, el cual se convirtió en un modelo de sistematización racional en muchos campos del conocimiento.

La geometría se concibe como el estudio de las figuras y propiedades geométrica, los cuales no varían respecto a las transformaciones que puedan llegar a tener. Los estudios desarrollados por Dedekind, Cantor, Weierstrass y Hilbert sobre los fundamentos de la geometría, mostraron una nueva visión de la geometría, caracterizado por un alto nivel de abstracción y la pérdida de relaciones de la geometría con la realidad perceptible (Klein, 2016).

La geometría es una rama de las matemáticas que logra configurar el espacio en el que se vive, teniendo en cuenta la relación que se establece con las figuras planas estudiadas en el aula de clases, con situaciones del entorno. Desde esta perspectiva, la geometría se constituye en un espacio real, en el que los estudiantes logran visualizar, razonar y conocer la estructura axiomática de la matemática, donde las situaciones geométricas son necesarias para dar solución a situaciones matemáticas, como también a las que no lo son (García y López , 2008).

-

Cabe mencionar, que la enseñanza de las matemáticas en la escuela, no solo se trabajan temas relacionados con cantidad, medida, entre otros, sino que, además se les debe enseñar a como establecer relaciones de dichos conocimientos con situaciones del contexto, desarrollando así la intuición y procesos lógicos adquiridos durante la experiencia. Por lo que se hace necesario planear si solo se quiere que los estudiantes

aprendan conceptos matemáticos, o adquieran habilidades y competencias para aplicarlos en situaciones extracurriculares.

### 2.1.3 Bases conceptuales.

La investigación se basa prioritariamente en la construcción de conceptos como perímetro y área en figuras planas de la geometría utilizando las herramientas tecnológicas de la información y la comunicación (TIC) y material concreto debido a que los estudiantes demuestran poco interés y dificultad en el manejo de algunos conceptos y su aplicación práctica, en este sentido, en el transcurso del proceso investigativo se manejarán los siguientes conceptos básicos:

#### 2.1.3.1 Competencias.

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) define el concepto de competencia como “un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron” (p. 12). Es decir, las competencias que adquieren los estudiantes son desarrolladas a través de cada área del conocimiento, de modo que sean empleadas en situaciones curriculares y extracurriculares.

Desde esta perspectiva, ser competente significa tener la capacidad de transversalizar los conocimientos necesarios para asimilar y dar solución a determinadas situaciones y problemas del contexto, por lo tanto, el término competencia hace alusión a la habilidad que posee el ser humano para actuar de modo

eficaz en un entorno determinado (Pérez Gómez, 2007).

### *2.1.3.2 Geometría.*

La geometría es una rama de las matemáticas que tuvo su origen desde lo práctico “medida de la tierra”, acciones que empleaban los egipcios para establecer las delimitaciones de sus terrenos tras las inundaciones del río Nilo, tiempo después, la geometría interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus elementos y las relaciones entre ellos.

Es una parte de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio. Para representar distintos aspectos de la realidad, la geometría apela a los denominados sistemas formales o axiomáticos (compuestos por símbolos que se unen respetando reglas y que forman cadenas, las cuales también pueden vincularse entre sí) y a nociones como rectas, curvas y puntos, entre otras (Pérez Porto y Merino, 2009).

### *2.1.3.3 Figuras planas.*

Cuando se habla de figuras planas en geometría, se hace alusión a polígonos regulares e irregulares, definiendo a los polígonos regulares como aquellos que cuyos lados tienen igual longitud, y los irregulares son los que tienen longitudes desiguales. El estudio de estas figuras intuye las relaciones entre líneas, puntos y ángulos de los polígonos, los métodos para el dibujo de estas figuras y los métodos de cálculo de su superficie (Merino, 2009).

#### 2.1.3.4 Perímetro.

El concepto de perímetro hace referencia a la medida del contorno de la figura geométrica, dicho en otras palabras, el perímetro es la suma de las longitudes de todos los lados de una figura, el cual se puede determinar teniendo en cuenta la siguiente ecuación:

$$P = l + l$$

Cabe mencionar entonces, que la ecuación varía de acuerdo al número de lados que contenga la figura geométrica. Lo dicho hasta el momento, indica que el perímetro permite calcular la frontera de una superficie cualquiera, situación de mucha utilidad en varios ámbitos y contextos (Florencia Ucha, 2009).

#### 2.1.3.5 Área.

El área de una figura plana es considerada como la superficie que se encuentra comprendido entre ciertos límites (lados), en otras palabras, el área es la medida de dicha (Merino, 2009). A continuación, se presentan ecuaciones para establecer el área de algunas figuras planas:

**Tabla 3.** Ecuaciones para establecer el área de figuras planas.

<b>Figura plana</b>	<b>Ecuación</b>
Triángulo	$A = \frac{base \cdot altura}{2}$
Cuadrado	$A = lado^2$

Rectángulo	$A = base \cdot altura$
Romboide	$A = base \cdot altura$
Rombo	$A = \frac{diagonal\ mayor \cdot diagonal\ menor}{2}$
Trapezio	$A = \frac{(base\ mayor + base\ menor) \cdot altura}{2}$

**Fuente:** Elaboración propia.

#### 2.1.4 Bases legales.

Este proyecto investigativo se apoya en los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), los cuales son emitidos por el Ministerio de Educación Nacional y que direccionan los procesos educativos, referidos principalmente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, se apoya en la Ley General de la Educación (Ley 115 de 1994) y el Plan Nacional Decenal de Educación (PNDE) 2006 -2016, en los que se determinan un marco conceptual en la educación colombiana, que busca la eficiencia, calidad e innovación en el servicio educativo. Por su parte, la Ley 115 señala las normas generales para regular el servicio público de la educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad.

De igual modo, el Decreto No. 45 de 1962 y el Decreto 1710 de 1963 estipulan que las matemáticas, han estado presentes en el contexto educativo desde la creación de los establecimientos educativos, en donde los planes de estudio para los estudiantes de

básica primaria, propendía el desarrollo del cálculo en cuatro operaciones básicas, en ocasiones insertaban nociones de geometría necesarios en los procesos de medición y su aplicación para resolver problemas de la vida real.

Por otro lado, en el Decreto 080 de 1974 se comenzó a establecer en el currículo la formación en aritmética, álgebra, la geometría intuitiva y racional y las nociones elementales de geometría analítica y de análisis matemático. Luego, a inicios de los años setenta, el país adopta la tecnología educativa con el fin de enfrentar los retos y cambios en la educación.

En el Decreto 1002 de 1984, se presenta una propuesta matemática basada en la estructuración del pensamiento matemático, por lo cual se establecen cinco sistemas: numéricos, geométricos, métricos, de datos y lógicos. Más adelante, con la promulgación de la Ley General de Educación en 1994, se da autonomía a las instituciones educativas para establecer el Proyecto educativo institucional, se establecen normas sobre la intencionalidad de la evaluación y la promoción.

Y es justamente en el Decreto 1576 DE 2002 artículo 23, donde se disponen el área de matemáticas como obligatoria y fundamental del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

De aquí que las matemáticas en Colombia se encuentran reglamentadas como un área fundamental en la enseñanza tanto en primaria como en secundaria y todos los temas que de esta se desprendan, para el caso de la geometría tienen la misma importancia que las matemáticas, rectificando la idea sabida de que estas se encuentran incluidas en ella, es por esto que están revestidas legalmente para ser impartidas en cualquier institución que cumpla con las exigencias legales que el Estado ha dispuesto.

### 2.1.5 Bases Tecnológicas.

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son herramientas necesarias para la gestión y transformación de los datos, permitiendo crear, modificar e intercambiar información, desde esta perspectiva, los autores Cruz, Pozo, Aushay y Arias (2019) mencionan que las TIC “se desarrollan a partir de los avances científicos producidos en el ámbito de la informática y de las telecomunicaciones, de ahí la importancia de la tecnología que accede al proceso de producción, interacción, tratamiento y comunicación de la información” (p.3). Lo que podría significar un apoyo en procesos académicos teniendo en cuenta la diversidad de información y contenido que se puede trabajar a partir de esta.

Desde esta perspectiva, las TIC son herramientas que deben encausarse para el desarrollo integral del ser humano, de manera que se impulse el potencial que este puede llegar a tener en sus diferentes dimensiones, y que a su vez logre el fortalecimiento de habilidades necesarias para asumir los retos de una sociedad que está en constantes cambios.

Las TIC son herramientas que “pueden suministrar medios para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje y para la gestión de los entornos educativos en general, pueden facilitar la colaboración entre las familias, los centros educativos, el mundo laboral y los medios de comunicación” (Marqu ez Graells, 2012. p.12). Es decir, la utilización de las TIC en el ámbito educativo puede constituirse en entornos o ambientes de aprendizaje en los cuales los estudiantes pueden interactuar con las diferentes representaciones del objeto de conocimiento que se desee aprender, de modo que puedan analizar sus variaciones desde diferentes perspectivas, de modo que se construya el conocimiento, cabe mencionar entonces, que la simple implementación de

estas herramientas virtuales no garantiza que se genere el conocimiento, esto depende de la dirección y el enfoque que cada docente impregne en cada una de las clases, orientando a los estudiantes a la indagación, experimentación e interacción. Logrando así que se genere un diálogo constante entre los estudiantes y lo que se desea conocer.

En este sentido, Guzmán y Casado (2007) exponen que “los ambientes de aprendizaje tecnológico son eficaces, cómodos y motivantes, y pueden ser preocupantes para aquellos que no hayan incursionado como usuarios en ellas y/o que no las manejen con propiedad” (p. 9), lo que quiere decir que la interacción con materiales virtuales se constituye en una ventaja en la medida que posibilita espacios de aprendizajes participativo y constructivo, pero, si se tiene desconocimiento de dichas herramientas, puede generar desventajas por el mal uso.

En este sentido, se considera que la implementación de las TIC puede constituirse en una estrategia para que los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio fortalezcan las competencias geométricas y comprendan los conceptos de área y perímetro de figuras planas.

Partiendo de lo anterior, existe gran variedad de software y de páginas web que tienen la funcionalidad de explicar contenidos matemáticos, además de presentar diferentes representaciones y variaciones del mismo tema, mostrando situaciones matemáticas necesarias a la hora de dar a conocer diferentes contenidos (Guzmán, 1993).

Teniendo en cuenta que la estrategia pedagógica de este proceso investigativo se apoya en el aplicativo GeoGebra, se hace una descripción del recurso tecnológico, el cual brinda la posibilidad de construir y visualizar objetos matemáticos a partir de un enfoque dinámico y funcional, convirtiéndose así en una herramienta de ayuda en las planeaciones y desarrollos de clases, que aproximen a los estudiantes al concepto que

se desea estudiar y aprender.

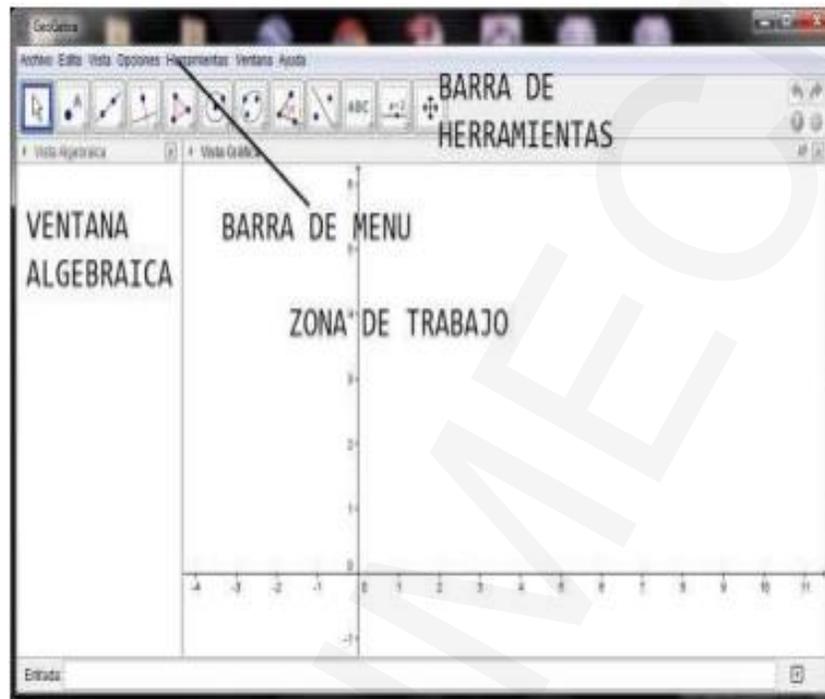
Ahora bien, es importante conceptualizar el significado de la herramienta tecnología GeoGebra y para esto de una manera sencilla los autores Rojas, Meneses y Yandi (2019) establecen que “GeoGebra es un software matemático interactivo que te permite dibujar construcciones geométricas a partir de puntos, vectores, rectas, polígonos, etc. Además de la representación gráfica también puede utilizarse para el tratamiento algebraico, cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas e integrales” (p.2). Cabe mencionar que dichas representaciones gráficas que ofrece el aplicativo GeoGebra pueden ser modificadas para mostrar otro ángulo o perspectiva del objeto que se está analizando.

En este sentido, el aplicativo GeoGebra es un programa que contribuye a la enseñanza de algunas ramas de las matemáticas como lo es el caso del algebra, la geometría y el cálculo. Dicha herramienta virtual puede ser empleado por docentes y estudiantes, es un programa completamente gratuito, lo que facilita el acceso a el, del mismo modo, puede ser descargado en cualquier dispositivo electrónico sin necesidad de tener licencia, constituyéndose en una ventaja, dado que esto posibilita que todos los estudiantes lo puedan tener e interactuar.

A continuación, se hace una breve descripción de del aplicativo GeoGebra y de las herramientas que posee:

Para utilizar el aplicativo GeoGebra se debe dirigir a la barra de herramientas, en la cual se presentan unos botones tienen un cada uno de los botones tienen triángulo o flecha indicando que se despliega al lado un menú de herramientas, los botones se agrupan según herramientas comunes (ver ilustración 3 y 4).

**Ilustración 3.** Ventana principal del aplicativo GeoGebra.



Fuente: Impropia

Ilustración 4. Barra de herramientas aplicativo GeoGebra.

GeoGebra Classic 5

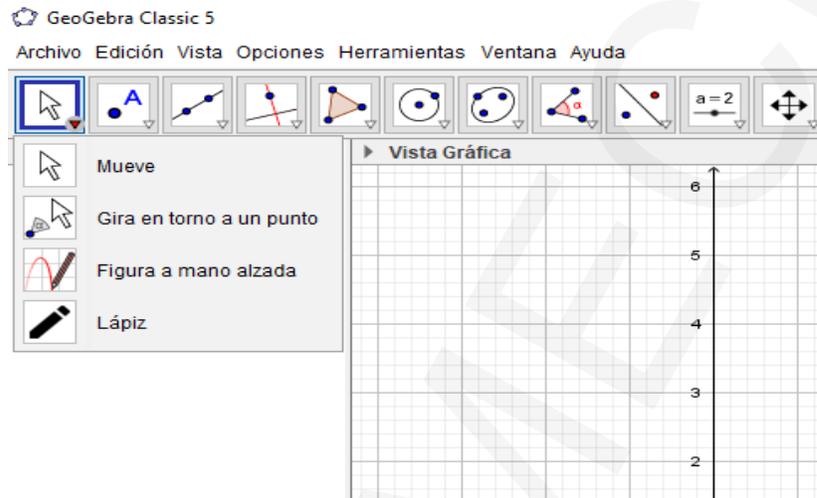
Archivo Edición Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda



Fuente: Impropia

Cuando se selecciona uno de estos botones, automáticamente se desprende el menú emergente de cada uno de ellos, tal como se muestra en la ilustración 5.

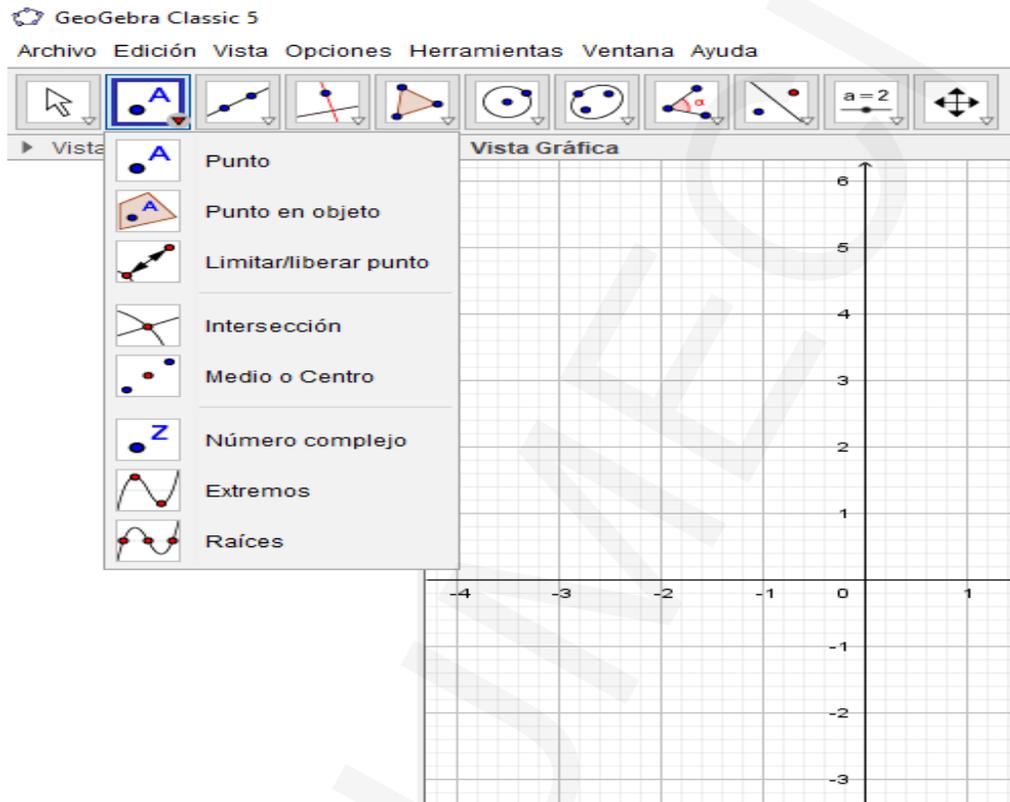
**Ilustración 5.** Grupos que contiene cada botón.



**Fuente:** Elaboración propia.

En la ilustración 6. Se muestran las herramientas que permiten la construcción de puntos libres, puntos de intersección y puntos medios.

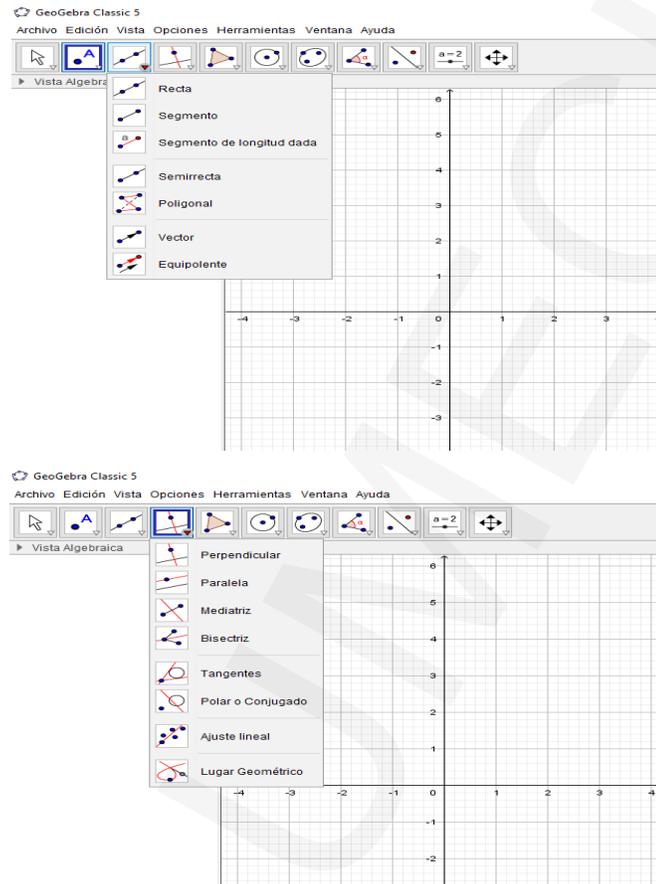
**Ilustración 6.** Puntos de intersección.



**Fuente:** elaboración propia.

En la siguiente ilustración se muestran las herramientas que permiten las construcciones básicas tales como: rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices, rectas tangentes de un círculo, rectas polares, ajuste lineal y lugares geométricos (ver ilustración 7)

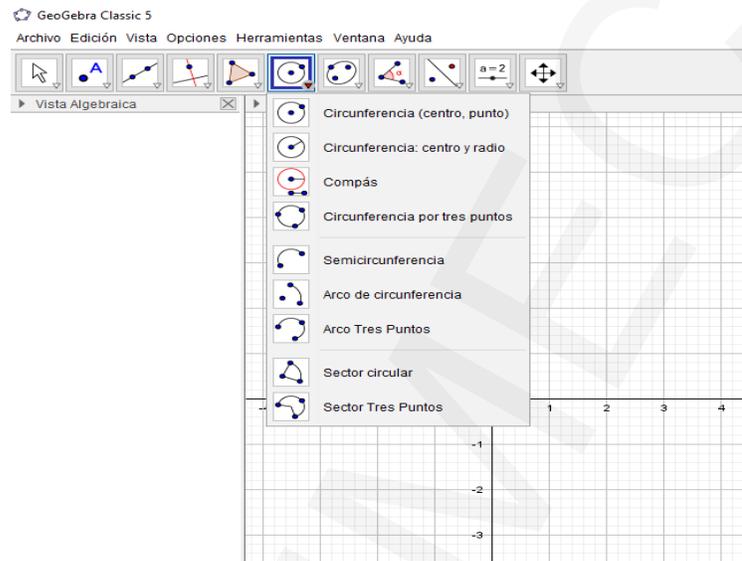
**Ilustración 7.** Herramientas para construir rectas, segmentos, rayos, vectores y polígonos.



**Fuente:** Elaboración propia.

Del mismo modo, el aplicativo GeoGebra también brinda la posibilidad de construir círculos y circunferencias y de estudiar las líneas notables del mismo, lo dicho se puede observar en la siguiente ilustración (Ver ilustración 8):

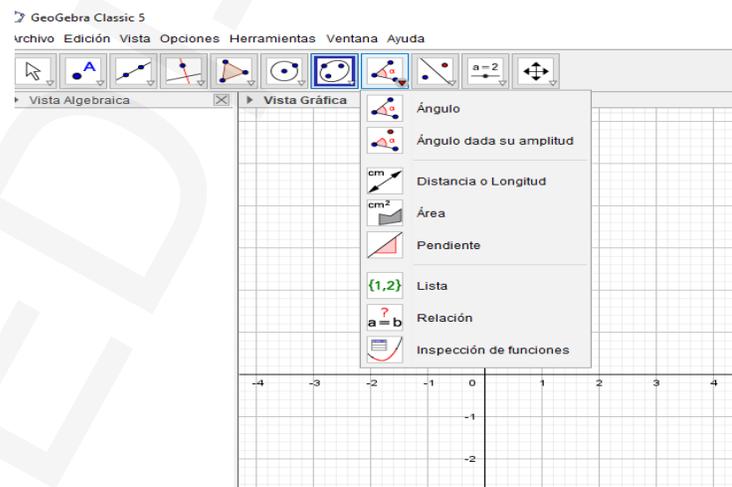
**Ilustración 8.** Herramientas para la construcción de círculo y circunferencia en el aplicativo GeoGebra.



**Fuente:** Elaboración propia.

Estas herramientas permiten construir las cónicas: elipses, hipérbolas y parábolas (Ver ilustración 9).

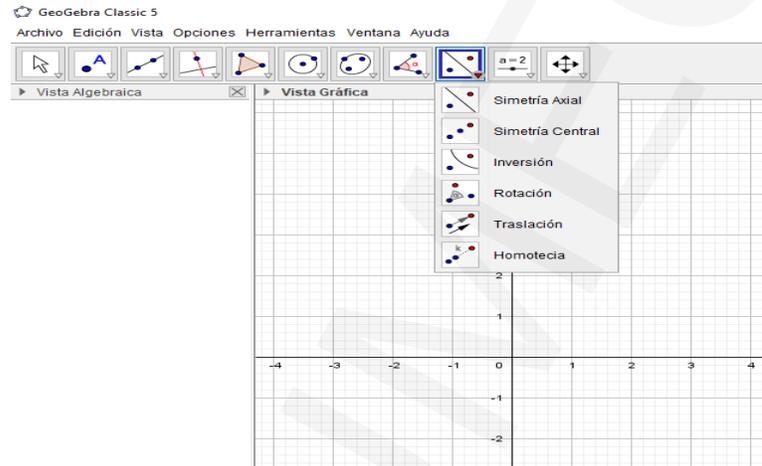
**Ilustración 9.** Herramientas para medidas y longitudes, ángulos, áreas y pendientes.



**Fuente:** Elaboración propia.

Con estas herramientas se realizan las medidas de longitudes, ángulos, áreas y pendientes. (ver ilustración 10)

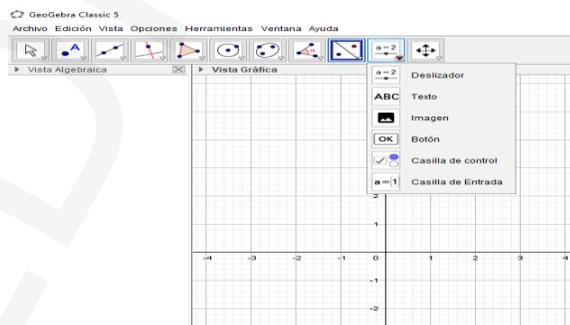
**Ilustración 10.** Herramientas para reflejos, traslación y rotación.



**Fuente:** Elaboración propia

Las herramientas para realizar reflejos, traslaciones y rotaciones se encuentran aquí.

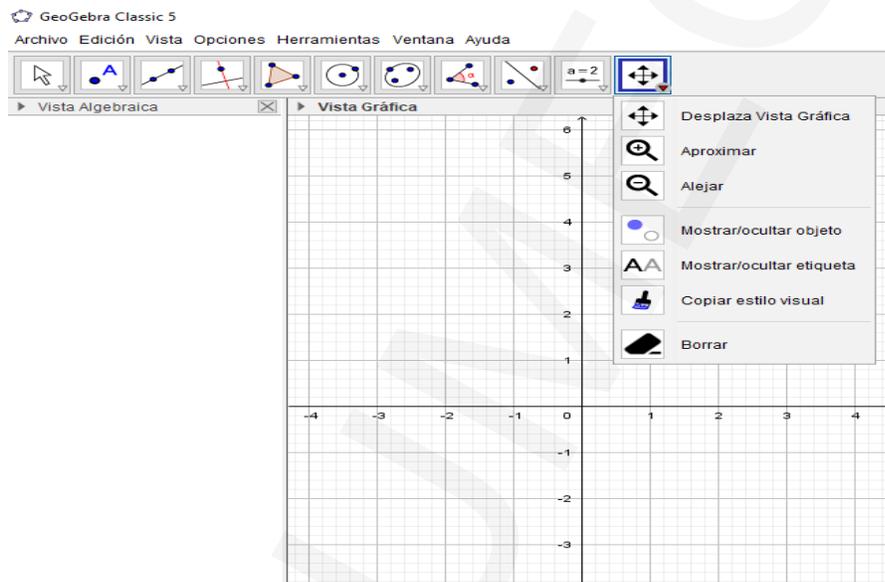
**Ilustración 11.** Herramientas para deslizadores.



**Fuente:** Elaboración propia

En la ilustración 12. Se presenta el botón que contiene los controladores tales como: deslizadores, casillas de control, imágenes y también las opciones de texto.

**Ilustración 12.** Herramientas para gráficas.



**Fuente:** Elaboración propia.

## 2.2 Definición Conceptual y Operacional de las Variables

- 2.2.1 Variables Independientes.

En esta categoría se encuentran las variables de Uso de las TIC (GeoGebra) y del material concreto (Tangram) en la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas, estas variables son perceptibles de intervención por parte de los docentes investigadores, fin que se pueda fortalecer las competencias geométricas en

los estudiantes del grado sexto.

### 2.2.2 Variables Dependientes.

Las competencias geométricas, los conocimientos sobre área y perímetros de figuras planas y la construcción sobre los mismos son consideradas variables dependientes al ser afectadas directamente por los procesos de enseñanza y aprendizaje enmarcados en la implementación de materiales físicos y concretos.

### 2.3 Operacionalización de las Variables

**Tabla 4.** muestra la operalización de las variables.

<b>Objetivo</b>	<b>Variable</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumento</b>
Identificar los niveles de competencias geométricas que poseen los estudiantes del grado sexto referido a los conceptos a perímetro y área de figuras planas.	Competencias geométricas. Conocimientos sobre área y perímetro de figuras planas.	Desempeño académico de los estudiantes.	Guía de observaciones Prueba diagnóstica inicial Cuestionario Inicial

Implementar una propuesta pedagógica que permita el fortalecimiento de competencias geométricas a través de GeoGebra y el material concreto (tangram) en los estudiantes del grado sexto.	Uso de las TIC (GeoGebra) Uso del material concreto (Tangram)	Interacción con materiales físicos (GeoGebra) y concretos (Tangram)	Guía de observaciones Guía de actividades
Analizar el proceso del fortalecimiento de las competencias geométricas referidas a los conceptos de área y perímetro de figuras planas, en estudiantes del grado sexto.	Competencias geométricas. Construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas.	Competencias geométricas adquiridas. Aprehensión de los conceptos de área y perímetro.	Guía de observaciones Prueba diagnóstica final Cuestionario Final

**Fuente:** Elaboración propia.

**Capítulo III: ASPECTOS  
METODOLÓGICOS DE LA  
INVESTIGACIÓN**

### 3.1 Paradigma, Método y/o Enfoque de Investigación.

Con el objetivo de fortalecer las competencias geométricas de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, mediante el aplicativo GeoGebra y tangram, se diseña una investigación con un enfoque cualitativo en un estudio de casos, en la que se pretende abordar el problema a partir de una investigación bibliográfica y análisis de los recursos más idóneos para aplicarlos en la enseñanza del área de geometría de igual manera integrarlos en el diseño curricular y ponerlos en práctica con los estudiantes del grado sexto para analizar los resultados que se desean obtener como son: que los estudiantes fortalezcan las competencias en construcción de conceptos como perímetro y área en figuras planas.

#### 3.1.1 Paradigma.

Para el desarrollo de este proceso investigativo, se implementó un paradigma interpretativo ya que “Intenta comprender la realidad, considera que el conocimiento no es neutral; Es relativo a los significados de los sujetos en interacción mutua y tiene pleno sentido en la cultura y en las peculiaridades de la cotidianidad del fenómeno educativo” (Ricoy Lorenzo, 2006. P. 17). Lo que indica que la realidad es dinámica e interactiva, por lo tanto, tiene en cuenta el comportamiento de los participantes.

Este paradigma intenta comprender las realidades de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, referidas a las dificultades de tipo académico asociadas a las pocas competencias geométricas específicamente en los conceptos de área y perímetros de figuras planas.

### 3.1.2 Enfoque Investigativo.

Teniendo en cuenta que la investigación centra su atención en el fortalecimiento de las competencias geométricas en los estudiantes del grado sexto a través de la interacción con GeoGebra y tangram, se asume un enfoque cualitativo, en la medida en que permite analizar la manera como los estudiantes visualizan, reconocen y clasifican el objeto geométrico, al mismo tiempo identificar el avance en las competencias geométricas que se desean fortalecer en relación a la construcción de conceptos de áreas y perímetros de figuras planas.

Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) manifiestan que la investigación cualitativa “se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado de las acciones de seres vivos, sobre todo de los humanos y sus instituciones (busca interpretar lo que va captando activamente)” (p.9). En este sentido, la implementación de éste enfoque podría ayudar al docente investigador a realizar una interpretación de los datos recolectados durante el proceso de intervención, teniendo en cuenta la profundidad y riqueza de la información registrada, la contextualización del ambiente y experiencias únicas.

### 3.1.3 Método de Investigación.

La investigación se desarrolló a partir de la implementación del método estudio de casos definido por Stake (1998) como “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11). El cual se constituyó en una herramienta

metodológica para dar respuesta a la pregunta de investigación y medir el alcance de los objetivos, en la medida en que permitió analizar y observar la manera como los estudiantes desarrollan competencias geométricas.

Desde los planteamientos de Stake (1998), el estudio de casos se clasifica en estudio intrínseco, estudio instrumental y estudio colectivo de casos. Tomando en cuenta que el interés del estudio se concentra en el fortalecimiento de las competencias geométricas mediante la interacción en GeoGebra y tangram de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, se asume un estudio de casos de tipo instrumental, dado que permite indagar en los sucesos del proceso investigativo, de manera que se logren obtener registros y elementos de análisis que conlleven a la comprensión de la situación problemática que generó el caso.

### 3.2 Tipo de Investigación.

Esta investigación es de tipo Descriptiva- Interpretativa, por lo tanto, se considera el reconocimiento de las costumbres y actitudes de la situación real en la que se desenvuelven los participantes, por lo tanto, no se trata solamente de la recolección de datos, sino también de predecir e identificar las variables a trabajar y las relaciones entre ellas, las causas y el porqué de la situación problemática que permitan describir y evidenciar los procesos empleados durante el desarrollo de competencias geométricas.

### 3.3 Diseño de la Investigación.

Este estudio se lleva a cabo a través de una investigación de campo, la cual se realiza con estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Atrato Medio donde acontece el fenómeno, este diseño de estudio se basa en informaciones o datos primarios, lo que permite garantizar las condiciones y fidelidad de los mismos, examinar y modificar los datos adquiridos si es necesario, obteniendo así un mayor nivel de confianza en su tratamiento y sistematización, por lo tanto se apoya en técnicas como observaciones, encuestas y documentos escritos (Sabino, 1992).

### 3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.

Para medir el objetivo del proceso investigativo el cual consiste en fortalecer las competencias geométricas de modo que contribuya en la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas, es indispensable conocer las acciones que emprenden los estudiantes durante la implementación del proyecto, al respecto, se utilizan las siguientes técnicas e instrumentos de recolección de información (Ver tabla 5).

**Tabla 5.** Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

<u>Técnicas de recolección de información</u>	<u>Instrumento</u>
Observaciones	Guía de observaciones
Encuestas a estudiantes	Cuestionarios (Inicial y final)
Documentos escritos	Prueba diagnóstica inicial Guías de actividades (Aplicativo GeoGebra) Evaluación diagnóstica final.

**Fuente:** Elaboración propia.

#### 3.4.1 Observaciones.

La técnica de observación consiste en adentrarse en situaciones sociales y reflexionar constantemente sobre ellas, manteniendo un papel activo que le permita estar atento a los detalles, sucesos o interacciones de los participantes, por lo tanto, el investigador “Necesita saber escuchar y utilizar todos los sentidos, poner atención a los detalles, poseer habilidades para descifrar y comprender conductas, ser reflexivo y flexible para cambiar el centro de atención, si es necesario” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014. P. 403).

Desde ésta perspectiva, las observaciones que se realizan en el estudio, están encaminadas en observar la manera como se logran fortalecer las competencias geométricas de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.

#### 3.4.2 Encuestas.

La encuesta es una de las técnicas más utilizadas para obtener información, especialmente cuando las preguntas son cerradas, Albert Gómez (2007) define la encuesta como “una técnica estructurada que permite la recogida rápida y abundante de información mediante una serie de preguntas orales o escritas que debe responder un entrevistado con respecto a una o más variables a medir” (p.115).

En esta investigación se utilizan las encuestas en dos momentos, en la etapa inicial de diagnóstico y en la fase final de la evaluación del proceso.

### 3.4.3 Documentos Escritos.

Para esta investigación, los documentos escritos hacen referencia a la prueba diagnóstica inicial, a la final y a la guía de actividades enmarcadas en el fortalecimiento de competencias geométricas mediante la implementación del aplicativo GeoGebra y el material concreto tangram. Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) mencionan que una fuente valiosa e importante de recolección de información son los documentos escritos, dado que ayudan a entender la situación real, en la medida en que permite conocer los antecedentes del contexto y las situaciones que se producen en él.

## 3.5 Población y Muestra.

### 3.5.1 Población y/o Descripción del Escenario de Investigación.

La investigación se desarrolló en la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, la cual se encuentra ubicada en el municipio Vigía Del Fuerte del departamento de Antioquia (Ver ilustración 13). En sus instalaciones se lleva a cabo la formación en base secundaria, media y talleres étnicos acerca de las culturas indígenas Emberás Dovidas, Eyavida y Oivida. Del mismo modo, se realizan talleres de mujeres de la región, microcentros educativos, actividades artístico-culturales y reuniones de autoridades indígenas y diferentes actores.

**Ilustración 13:** Ubicación geográfica de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.



**Fuente:**

En cuanto a la parte humana, la Institución cuenta con 60 docentes, tres directivos docentes, tres secretarías y 1850 estudiantes. En cuanto a la infraestructura, la sede principal tiene 20 aulas, aula comedora, zona de baños, bibliotecas y una sala de informática.

### 3.5.2 Muestra y/o Descripción y Criterios de Selección de los Informantes Clave.

En la implementación de este estudio participan 23 estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, con la finalidad de que se logre compartir ideas, conocimientos y experiencias. No obstante, para efectos del desarrollo del estudio, se hace el análisis y seguimiento de las actividades de cuatro (4) estudiantes.

En esta investigación se utilizó la técnica de muestreo no probabilístico, por lo tanto, los participantes fueron elegidos teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Dificultad en el área de geometría.
- Disponibilidad para trabajar dentro del aula de clase y fuera de ella.
- Mostrar interés por el área.
- Mostrar habilidades en la interacción con equipos tecnológicos.

### 3.6 Procedimiento de la Investigación.

El proyecto investigativo se desarrolla teniendo en cuenta las etapas de evaluación diagnóstica, diseño, implementación y desarrollo y evaluación y análisis de resultados.

**Tabla 6.** Etapas del proceso investigativo.

<u>Etapas</u>	<u>Actividades a realizar</u>	<u>Técnicas de recolección de información.</u>	<u>Variables que intervienen</u>
1	Evaluación diagnóstica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Encuesta</li> <li>✓ Observación</li> <li>✓ Documentos escritos (Prueba diagnóstica)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Competencias geométricas</li> <li>✓ Conocimientos sobre área y perímetro de figuras planas.</li> </ul>
2	Diseño	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Observación</li> <li>✓ Revisión de documentos</li> </ul>	Variables dependientes e independientes.
3	Implementación y desarrollo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Observación</li> <li>✓ Documentos escritos (Guías de actividades)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Interacción con el aplicativo GeoGebra.</li> <li>✓ Interacción con el Tangram</li> <li>✓ Conocimientos sobre área y perímetro de figuras planas.</li> </ul>
4	Evaluación y análisis	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Resultado de las observaciones</li> <li>✓ Resultados de los documentos escritos (actividades)</li> <li>✓ Resultado prueba diagnóstica final</li> <li>✓ Encuesta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Competencias geométricas</li> <li>✓ Conocimientos sobre área y perímetro de figuras planas.</li> <li>✓ Interacción con el aplicativo GeoGebra.</li> <li>✓ Interacción con el Tangram</li> </ul>

**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.7 Validez y Credibilidad de los Instrumentos.

Durante el proceso investigativo, se hace necesario tener seguridad de los instrumentos de recolección de datos, y que éstos posibiliten la obtención de información susceptible de ser analizada, en este sentido, se debe tener presente dos aspectos importantes como lo son dos la confiabilidad y validez.

Por tal razón, se puede decir, que los instrumentos empleados para la producción de registros son válidos, dado que los interrogantes planteados en ellos permiten conocer el nivel de las competencias que los estudiantes del grado sexto poseen, así como también, hacer un seguimiento del fortalecimiento de la misma durante el trabajo de campo.

### 3.8 Consideraciones Éticas.

Este proyecto investigativo se desarrolla bajo las pautas de respeto y seriedad que se debe tener a la cultura y costumbre de los pueblos indígenas donde se enmarca la investigación, así como también, el especial cuidado que se debe tener respecto a la aplicación de actividades que pongan entre dicho sus formas de vivencia y su plan de vida.

En este sentido, se garantiza la confidencialidad de la información y los datos personales de los participantes del estudio, asimismo, se tienen en cuenta algunos principios éticos, que se siguieron para la moderación de dicha información, por lo tanto, se utilizó como herramienta los consentimientos informados del comité de bioética de la universidad UMECIT. Tales herramientas fueron indispensables para

conocer el uso y manejo que se le daría a la información recolectada, el consentimiento voluntario de los mismo para participar dentro de la investigación, permitiendo proteger la información suministrada por los participantes.

También se deja claro que cualquier evidencia tomada será consultada con los estudiantes, padre de familia y el cabildo indígena local como municipal. Asimismo, se tiene en cuenta el valor de la moral para la toma de fotos y videos.

### 3.8.1 Criterios de Confidencialidad.

A continuación, se presentan los criterios de confidencialidad que se tienen en cuenta para el tratamiento de los datos personales de los participantes del proceso investigativo:

- Proteger la identidad de los participantes del proceso investigativo.
- La información será guardada y tendrá un acceso limitado, y solo los investigadores tendrán acceso a ella.
- La información obtenida en esta investigación será confidencial, solo será utilizada para escribir el informe final.

### 3.8.2 Descripción de la Obtención del Consentimiento Informado.

La implementación del consentimiento informado se constituye en un herramienta esencial para el desarrollo del proceso investigativo, ya que permite que los estudiantes

del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, participen en el proyecto, por tal motivo los acudientes o representantes de los estudiantes deberán de manera voluntaria brindar permiso para su participación, de igual manera en este espacio el acudiente manifiesta que ha entendido la información derivada de este proceso investigativo, la cual será confidencial y usada solamente para objetivos académicos donde la participación del estudiante en este ejercicio no implicará ningún peligro para él o ella.

**Capítulo IV: ANÁLISIS E  
INTERPRETACIÓN DE LOS  
RESULTADOS O HALLAZGOS**

#### 4.1 Técnicas de Análisis de datos o Hallazgos.

##### 4.1.1 Análisis de la Situación Académica Inicial.

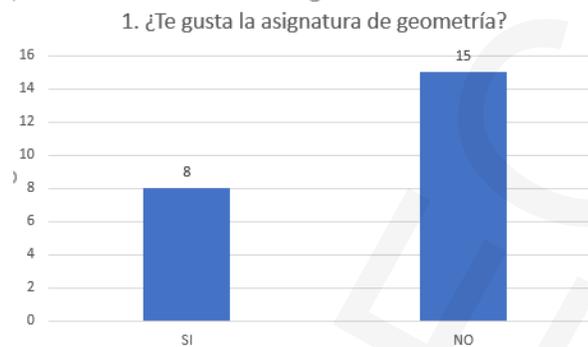
-

Al abordar el proceso de investigación sobre los niveles de competencias geométricas y el conocimiento sobre los conceptos de áreas y perímetros de figuras planas, en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato - Medio, es necesario la elaboración y aplicación de instrumentos de recolección de información que permitan evidenciar el estado real de los estudiantes en los aspectos señalados; en tal sentido, el análisis de situación académica inicial se realiza a partir de la encuesta, prueba diagnóstica y observaciones.

##### *4.1.1.1 Resultado del Cuestionario Inicial.*

Se aplica un cuestionario inicial con la finalidad de obtener información de primera mano sobre las opiniones y aceptación de la geometría en los estudiantes del grado sexto, del mismo modo tener conocimiento previo a cerca de que tanto conocen los estudiantes sobre las herramientas tecnológicas, al respecto, la pregunta N° 1 consistió en determinar el gusto por los estudiantes por la geometría, a lo que se obtuvo el siguiente resultado:

**Gráfica 3.** Respuesta a la pregunta N° 1 de la encuesta inicial a estudiantes.

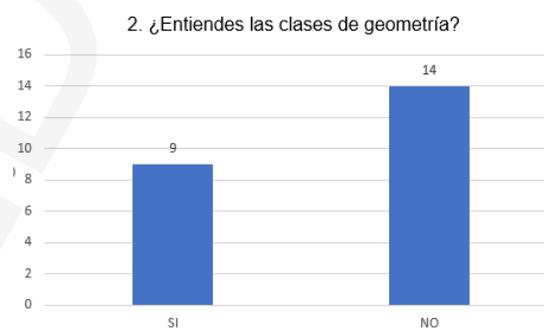


**Fuente:** Elaboración propia.

Teniendo en cuenta la información presentada en la gráfica, es posible evidenciar el poco interés de los estudiantes por la geometría, ya que el 65 % manifestaron que no les gustaba la asignatura, situación que puede estar asociada a la falta de estrategias pedagógicas para llevar los contenidos de geometría al aula, de modo que los estudiantes no logran conectar los conceptos vistos en el aula de clase con situaciones reales.

En la pregunta N° 2, se indaga a los estudiantes por la comprensión y asimilación de los contenidos de la geometría, obteniéndose la siguiente respuesta.

**Gráfica 4.** Respuesta a la pregunta N°2 de la encuesta inicial a estudiantes.

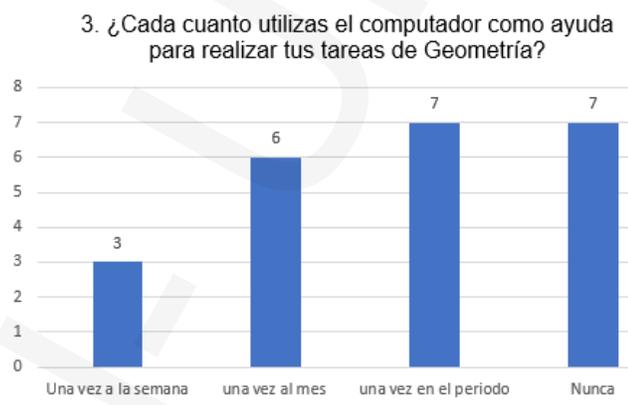


**Fuente:** Elaboración propia.

El 61% de los estudiantes del grado sexto manifiesta no comprender los contenidos trabajados la asignatura de geometría, dicha situación podría afectar el desempeño en el área de matemáticas, dado que algunos temas de geometría son transversales en otras áreas del conocimiento, por lo tanto, al no adquirir las competencias necesarias en cada grado de escolaridad, se puede ver afectado el desempeño académico de los otros niveles escolares.

La tercera pregunta estaba encaminada en indagar por la utilización de las TIC como apoyo pedagógico en las actividades de geometría, referente a esto, se obtuvo las siguientes respuestas:

**Gráfica 5.** Respuesta a la pregunta N° 3 de la encuesta inicial a estudiantes.

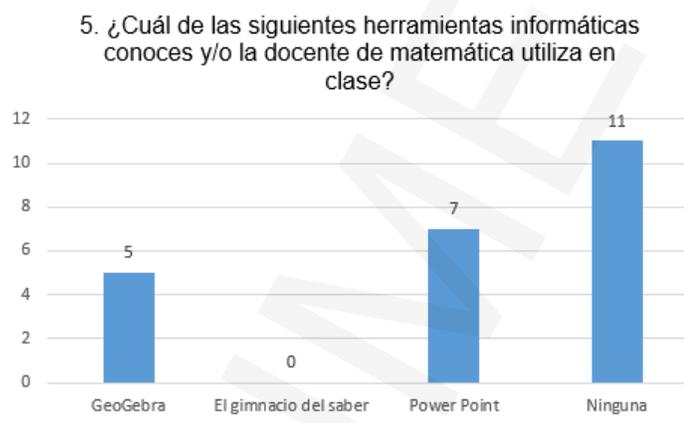


**Fuente:** Elaboración propia.

De las respuestas dadas por los estudiantes, se puede inferir que el 30% manifiesta no utilizar las herramientas tecnológicas como apoyo de las actividades académicas, otro 30% exponen utilizarlas una vez al periodo, el 26.5% las emplean una vez al mes y solo el 13.5% hace empleo de esta una vez a la semana. Tal situación pone en evidencia la poca interacción de los estudiantes con las TIC en el desarrollo de actividades escolares.

En la siguiente pregunta, se indaga a los estudiantes por las herramientas informáticas que conoce y las que emplea el docente de matemáticas en el proceso de enseñanza, las respuestas obtenidas fueron las siguientes:

**Gráfica 6.** Respuesta a la pregunta N° 5 de la encuesta inicial a estudiantes.



**Fuente:** Elaboración propia.

Lo expuesto en la gráfica anterior, pone en evidencia que el 48 % de los estudiantes del grado sexto no conocen las herramientas informativas, situación que puede ser atribuida a la sub utilización de las mismas por los docentes de la Institución, lo que genera desconocimiento en los estudiantes hacia dichas herramientas y atraso conceptual debido a la variedad de conocimientos que pueden adquirir a través de la interacción constante con las TIC, el 30% argumentan solo conocer Power Point y el 22 % el aplicativo de geoGebra.

Los resultados de la encuesta inicial, muestran que los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, no tienen interés ni deseos por aprender geometría, situación que ha conllevado al bajo rendimiento académico del área de matemáticas debido al aporte conceptual y procedimental que ésta recibe de la geometría. Asimismo, fue posible evidenciar la utilización casi nula de las TIC como

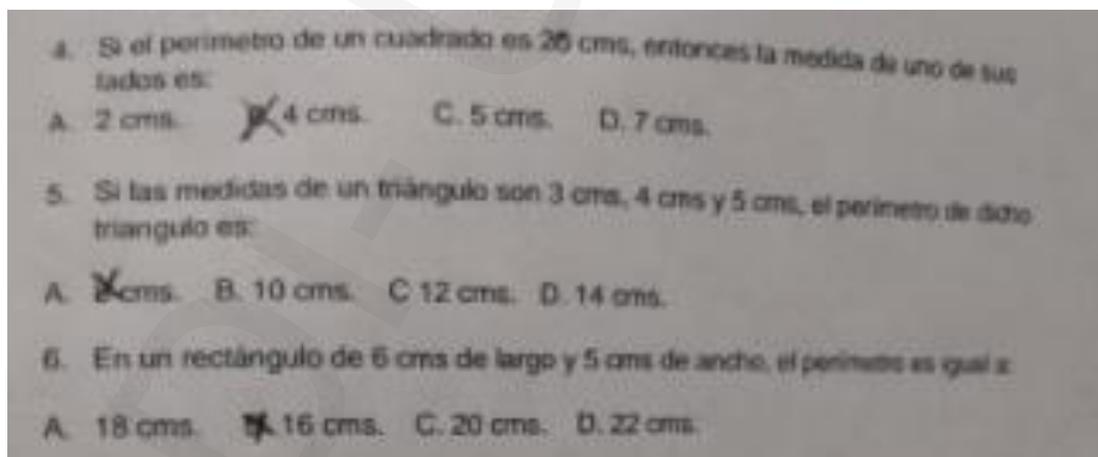
apoyo pedagógico en las clases de geometría.

#### 4.1.1.2 Resultado de la Prueba Diagnóstica Inicial.

A fin de determinar los niveles de conocimiento que los estudiantes del grado sexto poseen en el área de geometría, se procede en la realización de una prueba diagnóstica inicial la cual arroja los siguientes resultados:

Las preguntas 4, 5 y 6 estaban direccionadas a establecer el perímetro de cuadrados, rectángulos y triángulos, al respecto, los estudiantes respondieron de la siguiente manera:

**Ilustración 14.** Respuestas a las preguntas 4,5, y 6 de la prueba diagnóstica aplicada a estudiantes.



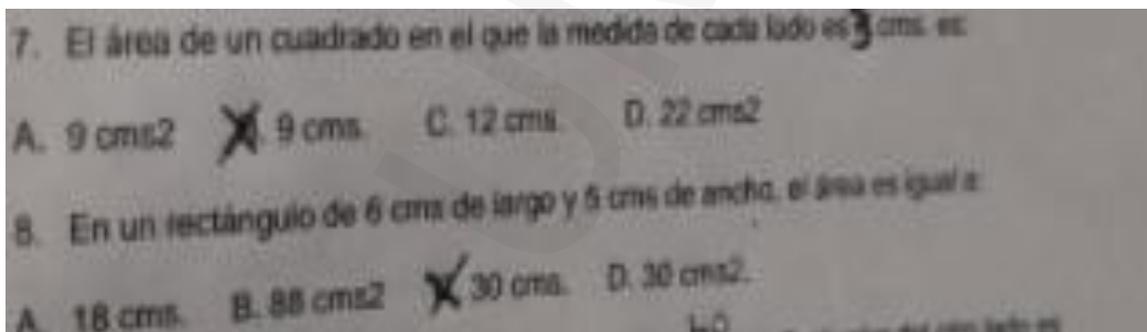
**Fuente:** Elaboración propia.

De acuerdo a la información presentada en la ilustración, se puede apreciar que a los estudiantes se les dificulta manejar conceptos básicos de la geometría de ahí que no identifican las propiedades de un cuadrado donde sus lados son iguales y tanto el área

como el perímetro son iguales. Cabe mencionar, que, en la resolución de la prueba diagnóstica, los estudiantes colocan valores sin sentido debido a que no identifican características de las figuras planas, por lo tanto, tienden a confundir la longitud del lado de una figura con el perímetro de la misma.

En las preguntas 7 y 8 de la prueba diagnóstica, se cuestionó a los estudiantes sobre el área de cuadrados y rectángulos, para dar respuestas acertadas, se debía tener claro los conceptos de cuadrado y rectángulo, como también las propiedades de cada uno de estos, al respecto se obtuvo lo siguiente:

**Ilustración 15.** Respuesta a las preguntas 7 y 8 de la prueba diagnóstica a estudiantes.



**Fuente:** Elaboración propia.

Es posible observar que los estudiantes tienen dificultades para calcular el área de figuras geométricas planas como cuadrado y rectángulo, así como también reconocer sus unidades de medida, tal situación pone en evidencia la poca apropiación que tienen los estudiantes respecto a la asignatura de geometría, teniendo en cuenta que los contenidos de ésta deben abordarse en todos los grados de escolaridad de acuerdo a lo planteado por el MEN (2016).

En contraposición a lo anterior, los autores Fandiño y D'Amore (2007) que cuando los estudiantes confunden los conceptos de área y perímetro en la resolución de

situaciones problemas, es por que poseen una actitud no crítica, dado que tiende a confirmar aumentos o disminuciones entre entidades puestas en relación. Desde este punto, los docentes, deben plantearse estrategias de modo que los estudiantes puedan identificar de manera adecuada dichos conceptos que son fundamentales en el desempeño académico de los educandos y en algunas situaciones extracurriculares.

#### 4.1.2 Análisis de la Situación Tecnológica Institucional.

La Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, cuenta con los siguientes recursos educativos digitales: Computadores, tablets, televisores, proyector y acceso a internet, en este sentido, se busca que el uso de la tecnología por parte de todos sus estudiantes sea ético, constructivo y multiplicador de conocimiento para sus comunidades indígenas.

Cabe mencionar que estos recursos tecnológicos están localizados en la sede principal de la Institución en la cual funciona la básica secundaria y media académica.

#### 4.1.3 Implementación de GeoGebra.

Aplicar la estrategia pedagógica en el fortalecimiento de competencias geométricas que contribuya en el aprendizaje de los conceptos de áreas y perímetros de figuras planas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, conllevó a lo siguiente:

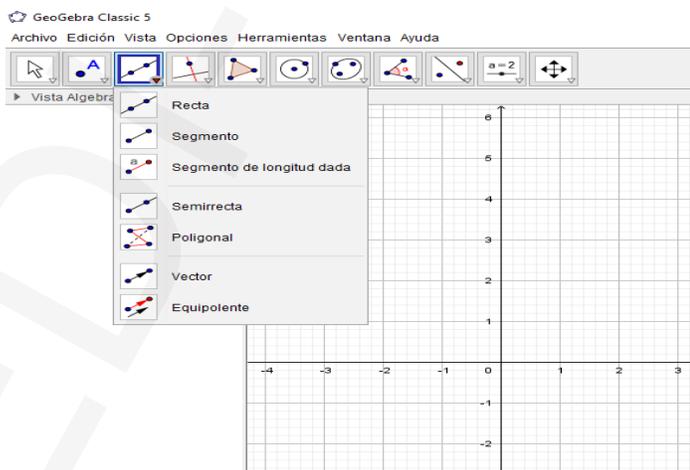
El primer paso para implementar la herramienta tecnológica GeoGebra fue su instalación offline en cada uno de los ordenadores.

Como segundo paso, se procede a llevar a la sala de informática a los 23 estudiantes de grado sexto, se inicia con un trabajo individual de exploración de los comandos y herramientas básicas de este aplicativo como apoyo en el aprendizaje de la geometría.

Al iniciar la actividad de exploración los estudiantes continuamente hacen muchas preguntas y como docentes ha sido necesario realizar la explicación y realimentación de forma continua y oportuna con el fin de que el estudiante se apropie del uso de cada comando y lo manipule correctamente, en general se observa el interés de los estudiantes y la gran motivación por el desarrollo del taller propuesto.

Los estudiantes exploran cada botón de la barra de herramientas, como los presentados en la ilustración 16.

**Ilustración 16.** Ventana de GeoGebra.

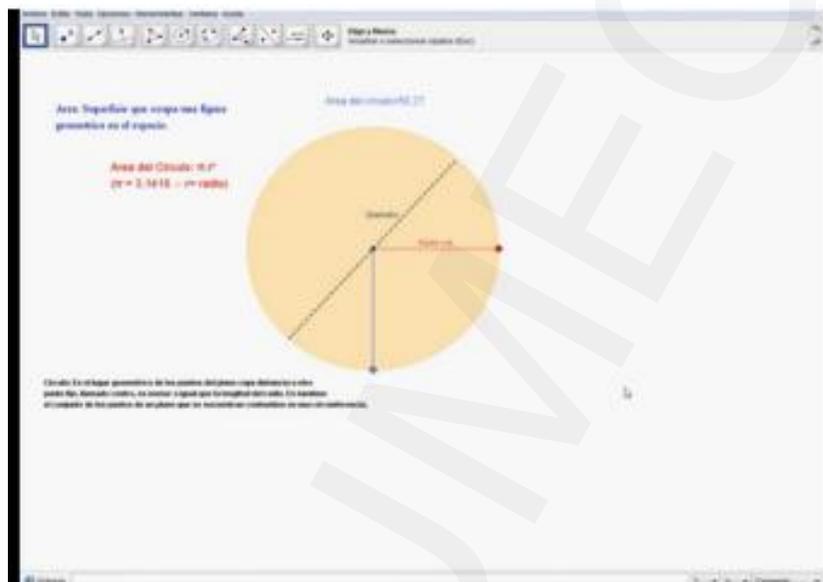


**Fuente:** Elaboración propia.

Los estudiantes comienzan a realizar una exploración mediante la cual dibujan puntos, rectas, polígonos como triángulos rectángulos, círculos circunferencias entre

otros, tal y como se aprecia en la ilustración 17.

**Ilustración 17.** Interacción de los estudiantes en GeoGebra.



**Fuente:** Elaboración propia

En esta actividad se observa la construcción de un círculo donde se observa de manera clara el área y el perímetro, creada con la intersección de una línea recta que pasa por el centro de la circunferencia del círculo, se hace aparecer la barra de navegación y podemos observar más detenidamente como fue que se llevó a cabo la construcción, se observa al punto de la circunferencia, permite cambiar colores y se ingresa la fórmula para que nos de él área en unidades cuadradas, al final lo que se busca es que el estudiante vea el proceso y lo realice de manera interactiva.

#### 4.1.4 Propuesta Pedagógica.

#### *4.1.4.1 Nombre de la Propuesta.*

Construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas mediante GeoGebra y Tangram.

#### *4.1.4.2 Descripción de la Propuesta.*

Esta propuesta consiste en implementar el aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram en la construcción de los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas planas, a fin que se pueda fortalecer las competencias geométricas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio.

#### *4.1.4.3 Fundamentación*

Esta propuesta surge por la necesidad de tipo académico que presentan los estudiantes del grado sexto de adquirir y fortalecer competencias geométricas que conlleven a la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas, por lo tanto, se dispone de la utilización de material virtual (GeoGebra) y físico (Tangram) de tal manera que la interacción con ellos despierte el interés y motivación por aprender y dotar de sentido el objeto de conocimiento.

En este sentido, aplicativo GeoGebra y el tangram, son estrategias pedagógicas que deben ser integradas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, de modo que los conceptos geométricos puedan ser visualizados desde diferentes perspectivas,

logrando así la asimilación de contenidos de manera eficaz y permanente.

#### *4.1.4.4 Objetivos.*

Objetivo general: Construir los conceptos de área y perímetro de figuras planas mediante la utilización del GeoGebra y el Tangram.

Objetivos específicos:

- ✓ Diseñar actividades que contribuya a la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas a través de materiales físicos y virtuales.
- ✓ Implementar actividades que estén encaminadas en la construcción de conceptos de área y perímetro de figuras planas.
- ✓ Analizar las competencias geométricas adquiridas durante la implementación de la propuesta.

#### *4.1.4.5 Beneficiarios.*

Los beneficiarios de la implementación de ésta propuesta son los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, ya que son esos los que interactuarán de manera directa con los materiales virtuales (GeoGebra) y físicos (Tangram), logrando así observar las diferentes figuras geométricas plana como también sus variaciones de tal manera que los estudiantes visualicen, identifiquen, clasifiquen y conozcan las propiedades de ellas, logrando así determinar el área y perímetro de las figuras.

Del mismo modo, la Institución Educativa en la cual se desarrolla la propuesta será beneficiaria directa, dado que también puede ser replicada en otros grados de escolaridad.

#### *4.1.4.6 Productos.*

Esta propuesta pedagógica tiene los siguientes productos, los cuales están direccionados de acuerdo a los tres primeros niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele:

- ✓ Guía de actividades en la que se visualicen las figuras planas, mediante el aplicativo GeoGebra y el material concreto tangram.
- ✓ Guía de actividades de reconocimiento y análisis de las propiedades de las figuras planas.
- ✓ Guía de actividades en donde los estudiantes reconozcan las propiedades de las figuras planas, de manera que puedan establecer área y perímetro.

#### *4.1.4.7 Localización.*

La propuesta se diseña para ser implementada en la Institución Educativa Emberá Rural Atrato medio, sin embargo, queda abierta la posibilidad para que otras instituciones educativas lo implementen.

#### 4.1.4.8 Cronograma.

**Tabla 7.** En la siguiente tabla se muestra cronograma de la propuesta pedagógica.

Actividades	Semanas						
	1	2	3	4	5	6	7
Preparación del material físico y virtual	x	x					
Desarrollo de la Guía N° 1			X	x			
Desarrollo de la Guía N° 2					x		
Desarrollo de la Guía N° 3						x	x

**Fuente:** Elaboración propia.

#### 4.1.4.9 Recursos.

Los recursos humanos necesarios para el desarrollo de esta propuesta son: los estudiantes, docentes investigadores, directivos docentes y padres de familia.

Los recursos tecnológicos y materiales para el desarrollo de la propuesta son: Computadores, Tablets, televisor, proyectores, aplicativo GeoGebra, Tangram, útiles escolares.

#### 4.1.4.10 Presupuesto.

La implementación de esta propuesta no tendría costo alguno, dado que los equipos

a utilizar son de la Institución Educativa, al igual que el material concreto Tangram.

#### 4.1.5 Implementación Propuesta Pedagógica.

La implementación de ésta propuesta pedagógica se desarrolló con estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, el procedimiento para su implementación fue el siguiente:

##### *4.1.5.1 Primer Momento (Identificación de Figuras Planas.)*

En este primer momento se tiene en cuenta el primer nivel de razonamiento geométrico de Van Hiele; El cual consiste en la identificación y visualización, en este sentido, la actividad que se implementan se enmarcan en el conocimiento de las figuras geométricas planas, por lo tanto, se emplea el GeoGebra y el Tangram para que los estudiantes hagan el reconocimiento de dichas figuras y se familiaricen con ellas, tal como se aprecia en la siguiente ilustración:

**Ilustración 18.** Interacción de los estudiantes con GeoGebra y el Tangram.



**Fuente:** Elaboración propia.

#### *4.1.5.2 Segundo Momento (Reconocimiento de las Figuras Planas y sus Propiedades).*

Luego de terminar el nivel de identificación y visualización de las figuras planas a través de los dispositivos virtuales y el Tangram, se avanza a un segundo momento el cual consiste en hacer un reconocimiento de las figuras previamente identificadas e identificar sus propiedades, por lo tanto, los estudiantes logran establecer clasificaciones de acuerdo a sus lados y sus ángulos.

#### *4.1.5.3 Tercer Momento (Establecer Relaciones entre las Propiedades de las Figuras Planas)*

En este tercer momento, los estudiantes establecen relaciones entre las propiedades de las figuras planas, de manera que pueden establecer áreas y perímetros de figuras planas, por lo tanto, el material físico y virtual se constituyen en herramientas pedagógicas de vital importancia en el fortalecimiento de las competencias geométricas, dado que posibilita la interacción constante, la visualización y la variación

de las figuras.

#### 4.2 Procesamiento de los Datos (cualitativa) y/o Proceso de Triangulación de los Hallazgos (cuantitativa).

Teniendo en cuenta que la investigación se realiza mediante la implementación de un estudio de casos, se presenta el proceso empleado por tres estudiantes del grado sexto para construir los conceptos de área y perímetro de figuras planas mediante la interacción con GeoGebra y el Tangram, direccionados por los tres primeros niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele.

Se espera que a través de la aplicación del aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram en la construcción de conceptos como perímetro y área en figuras planas, los estudiantes se motiven, se interesen y encuentren en el aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram, una nueva herramienta que les facilite el aprendizaje de forma significativa, interactiva y más relevante, de modo que desarrollen y estimulen habilidades que favorezcan la interpretación del mundo físico, apoyados mediante la visualización de imágenes y análisis de las mismas.

Durante el desarrollo de las guías de actividades, fue posible apreciar el interés y motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría, dado que la interacción constante con las herramientas virtuales y concretas (GeoGebra y tangram) se constituyeron en entornos de aprendizajes novedosos totalmente diferentes a los tradicionales, en los cuales fue posible compartir ideas, explorar e interactuar, brindando la oportunidad ver y conocer nuevas versiones de una misma figura geométrica plana, de modo que se establezcan comparaciones y variaciones de ellas,

afianzando así el objeto de conocimiento.

En las siguientes imágenes se puede observar a los estudiantes interactuando con la plataforma de GeoGebra.

**Ilustración 19.** Estudiantes del grado sexto interactuando con el aplicativo GeoGebra.



**Fuente:** Elaboración propia.

La actividad propuesta consistía en que los estudiantes realicen diferentes segmentos de recta y calculen su longitud, posteriormente deben realizar diferentes polígonos y calcular su perímetro. Realizan transformaciones de las figuras originales para ver cómo cambia su perímetro, al respecto, se destaca las guías y orientaciones de los docentes investigadores, quienes apoyaron el trabajo de los estudiantes (Ver ilustración 20)

**Ilustración 20.** Docente investigador orientando el proceso de aprendizaje de los estudiantes.



**Fuente:** Elaboración propia.

Los estudiantes demuestran mucha destreza para manipular y trabajar con los diferentes comandos, a la vez que van realizando figuras con las diferentes opciones de cada herramienta, ya manejan colores, tamaño, líneas, puntos y diferentes polígonos cambiando el número de lados.

Cabe mencionar, que la estrategia metodológica implementada, busca fortalecer las competencias geométricas de los estudiantes de los grados sexto, de manera que puedan comprender los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas planas, así mismo, se pretende que los estudiantes se conviertan en constructores de su propio conocimiento mediante la interacción constante con el GeoGebra y tangram, de modo que los estudiantes puedan asimilar e interiorizar los contenidos que se pretenden llevar a cabo dentro del aula de clase.

Habiendo implementado la propuesta pedagógica, es posible mencionar que ha contribuido de manera positiva en la identificación del área y perímetro de figuras geométricas planas, situación que se hace evidente en la revisión de las notas del segundo periodo, se desprende de esos buenos resultados a dos de los estudiantes, esto en virtud a que su mal rendimiento académico se presenta en todas las áreas, tiene más

que ver con problemas de atención y comportamiento, problemas que están siendo tratado por especialistas en el tema.

Ahora bien, para la evaluación de la transformación de los conceptos de área y perímetro de figuras planas y determinar el fortalecimiento de las competencias geométricas adquiridas por los estudiantes, se establece un análisis desde dos aspectos, el primero desde el desarrollo del trabajo práctico y el segundo desde el desempeño académico, en este sentido, se encontró que se logra avances significativos en cuanto al fortalecimiento de competencias geométricas a través de la implementación del GeoGebra y el tangram en la enseñanza de la geometría, ya que al fortalecer dichas competencias, también hace posible el rendimiento académico en toda el área de matemáticas, debido a que posibilita la visualización e interpretación de situaciones matemáticas en contextos académicos y extracurriculares.

Es plausible mencionar, que los entornos de aprendizajes generados por el GeoGebra y el Tangram, motivan a los estudiantes a participar de su propio aprendizaje, en la medida en que puede visualizar, compartir ideas, observar nuevas versiones de un mismo concepto y poder representarlo.

Así las cosas, con la organización de los temas y actividades plasmadas en la herramienta GeoGebra, lo que se procede es a implementarla y cumplir con los objetivos plasmados, la herramienta muestra ser de fácil manejo y cumple con los requerimientos didácticos que el desarrollo de los conocimientos y competencias exige.

**Tabla 8.** Debilidades y fortalezas del uso de GeoGebra.

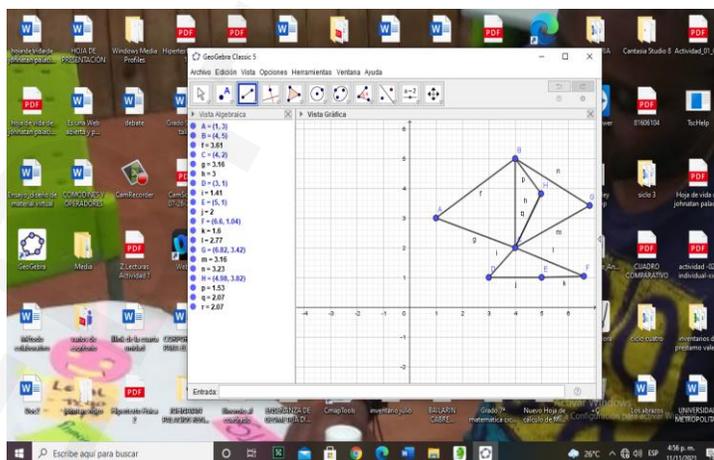
<b><u>EVALUACIÓN DEL DISEÑO DE LA PROPUESTA</u></b>	
<b><u>DEBILIDADES</u></b>	<b><u>FORTALEZAS</u></b>
Con el diseño de las actividades se tuvo dificultades en cuanto a la velocidad del servicio de internet, los programas que los equipos de la	En el diseño de las actividades fue muy poco lo que se realizó, en si lo que se hizo fue una clasificación de las actividades acordes para el

<p>Institución Educativa en el diseño de las actividades fue muy poco lo que se realizó, en si lo que se hizo fue una clasificación de las actividades acordes para el desarrollo de las competencias, que se querían fortalecer en Desarrollo Rural de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de vigía del fuerte que tenían no eran compatibles con el GeoGebra, fue necesario acudir a un ingeniero para que haga las modificaciones.</p>	<p>desarrollo de las competencias que se querían fortalecer en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de vigía del fuerte, fue necesario acudir a un ingeniero para que haga las modificaciones. los estudiantes, la herramienta GeoGebra cuenta con un sinnúmero de actividades, lo que facilito las cosas.</p>
---	---

**Fuente:** Elaboración propia.

En la siguiente ilustración, se puede observar que los estudiantes identificaron fácilmente segmentos de recta y calcularon su longitud, posteriormente realizaron diferentes polígonos y calcularon su perímetro. Realizan transformaciones de las figuras originales para ver cómo cambia su perímetro, esta actividad, es decir que la herramienta GeoGebra resultó de fácil manejo y contribuye en el desarrollo de las competencias en las cuales tienen problema.

**Gráfica 7.** Actividad de GeoGebra implementada en el aula.

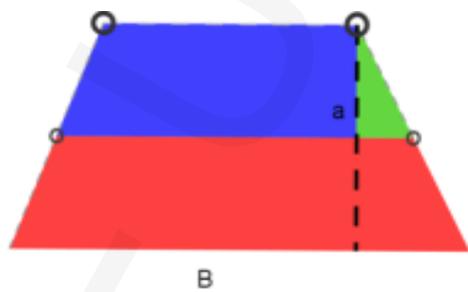


**Fuente:** Elaboración propia

De acuerdo a la gráfica se observa que los estudiantes hicieron la representación de un cuadrado realizando un proceso de instrumentalización, ya que inicialmente construyó un segmento, una recta perpendicular a cada uno de los vértices del segmento. Además, pudo encontrar el área y el perímetro del cuadrado utilizando la herramienta.

En otra de las actividades, los estudiantes emplearon la herramienta GeoGebra para formar un trapecio y posteriormente concluyeron que el área del trapecio es igual al área de un rectángulo al mover las fichas del lado derecho, las cuales están de color rojo y verde. (ver ilustración 21)

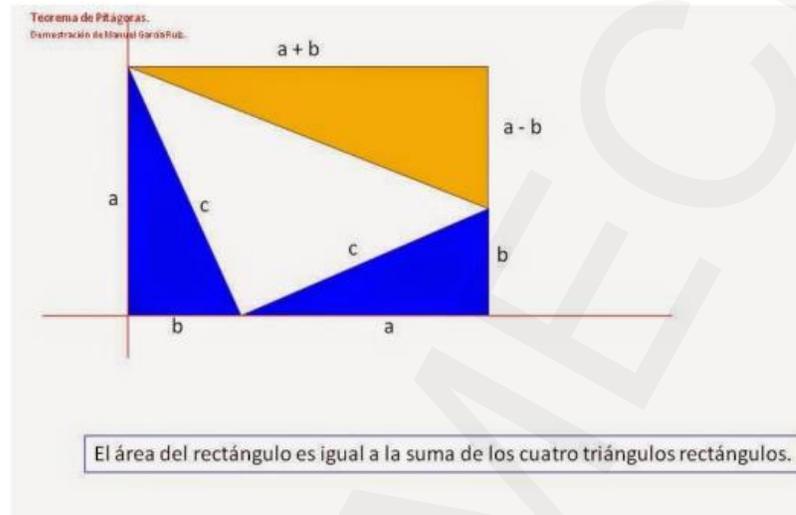
**Ilustración 21.** Actividad desarrollada por los estudiantes.



**Fuente:** Elaboración propia.

Otro de los estudiantes construyó un rect-ángulo con cuatro triángulos rectángulos y de esta manera pudo darse cuenta que el ár-ea del rectángulo sería igual a la suma de las áreas de los cuatro triángulos.

**Ilustración 22.** Actividad de herramienta GeoGebra implementada.

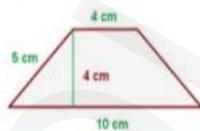


**Fuente:** Elaboración Impropia

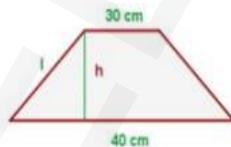
La herramienta GeoGebra demuestra en este punto la facilidad de explorar diferentes procesos para encontrar áreas y perímetros.

**Ilustración 23.** Actividad de herramienta GeoGebra implementada.

1) Calcula el área y el perímetro del siguiente trapecio



2) El perímetro de un trapecio isósceles es 110 m, las bases miden 40 y 30 respectivamente. Calcula los lados no paralelos y el área.



**Fuente:** Elaboración propia

Para el desarrollo del punto 1 y 2 utilizaron el desplazamiento del triángulo de la

izquierda a la derecha y fácilmente lograron el resultado del área del trapecio y cayeron en cuenta que la herramienta GeoGebra les brindó la oportunidad de construir una nueva figura que fue el rectángulo.

El uso de las herramientas TIC y para el caso la herramienta GeoGebra brinda a los estudiantes la oportunidad de explorar una nueva metodología significativa para aprender la geometría de una manera lúdica y recreativa, es decir que la actividad lúdica es atractiva y motivadora, capta la atención de nuestros alumnos hacia un aprendizaje específico, encontramos beneficios en las actividades lúdicas ya que mediante ella, el niño adquiere conocimiento y conciencia de la misma y recreativa porque los niños encuentran divertida la clase, el manejo de la herramienta GeoGebra resulta divertida y no resulta una actividad obligatoria.

Para esta clase no se siguió de una guía de actividades, sino del programa GeoGebra, se lee dio las instrucciones paso a paso, con el fin de todas lleven un mismo ritmo de trabajo y la atención se centrara en las instrucciones asignadas por la profesora.

Finalmente, se pudo evidenciar el progreso de los estudiantes, la velocidad en resolver las actividades, el entusiasmo con el cual asimilan los conceptos y resuelven problemas, es destacar que el progresivo no deja de sorprender y los resultados se ven evidenciados en las calificaciones de los exámenes y actividades en clases.

**Ilustración 24.** Actividad de herramienta GeoGebra implementada.

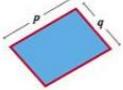


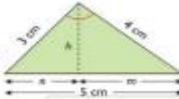
**Fuente:** Elaboración propia

Se les presentó a los estudiantes evaluaciones en la herramienta GeoGebra en las cuales ellos pudieron darse cuenta que al trasladar figuras podían obtener otras nuevas y de la misma forma las áreas y perímetros serían ellos mismos, como por ejemplo el área de un cuadrado sería igual a la de dos triángulos rectángulos. El trapecio, al mover uno de los triángulos se convertiría en un rectángulo. (Ver ilustración 25).

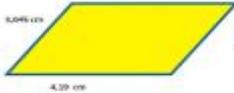
**Ilustración 25.** Actividad de herramienta GeoGebra implementada.

2. Escriban las expresiones algebraicas que sirven para calcular los perímetros de las siguientes figuras geométricas:

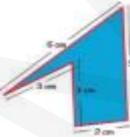
	
Expresión: _____	Expresión: _____
	
Expresión: _____	Expresión: _____

1. El perímetro del siguiente triángulo  es de  cm.

2. Según sus lados se trata de un triángulo  y según sus ángulos es un triángulo .

3. La figura de la imagen,  se llama  y su perímetro es  cm.

4. Esto  es un , porque tiene sus cuatro lados  y sus ángulos son iguales    . Su perímetro es de  cm.

5. Según el número de lados, esta figura  es un , cuyo perímetro es de  cm.

6. El perímetro de esta circunferencia  es de  cm. Su radio es de  cm.

Fuente: elaboración impropia

Para la enseñanza de la geometría la herramienta GeoGebra fue de gran ayuda puesto que los estudiantes demostraron entusiasmo e interés en el desarrollo de las clases, además al desarrollar los ejercicios fueron ágiles, prácticos y el tiempo que tardaron en comprender conceptos de área y perímetro fue más veloz que cuando hacían en el tablero y con marcador o mediante la utilización de fotocopias y guías.

Tabla 8. Debilidades y fortalezas del diseño de la herramienta GeoGebra.

<b>DEBILIDADES Y FORTALEZAS DEL DISEÑO DE LA HERRAMIENTA GEOGEBRA</b>	
<b>DEBILIDADES</b>	<b>FORTALEZAS</b>
En principio resulta difícil el manejo hasta para el docente, pero es una situación de práctica, con	El contenido que ofreció la herramienta es muy amplio en cuanto a geometría y álgebra.

el tiempo de manipulación resulta muy sencillo.	<p>Contiene una interfaz clara.</p> <p>Se sacó provecho de la variedad de instrumentos de estudio</p> <p>Se resalta el hecho de su Interactiva.</p> <p>Ofrece un sin número de Gráficos de ecuaciones.</p> <p>Es posible arrastrar figuras previamente, posibilitando generar muchas figuras relacionadas entre sí. Posibilitando en los estudiantes mayor visualización de las variaciones de figuras planas.</p> <p>Las animaciones de las figuras planas.</p>
---	--

**Fuente:** Elaboración propia.

El material concreto tangram se constituyó en una herramienta pedagógica que facilitó el proceso de aprendizaje de los estudiantes, dado que las figuras se podían palpar y hacer comparaciones entre ellas, referente a la posición y al área. A continuación, se presenta la tabla N° 11 que muestran las debilidades y fortalezas de dicho material concreto.

**Tabla 9.** Debilidades y fortalezas del uso del Tangram.

<b><u>EVALUACIÓN DEL DISEÑO DE LA PROPUESTA</u></b>	
<b><u>DEBILIDADES</u></b>	<b><u>FORTALEZAS</u></b>
La herramienta no contiene muchos recursos que permitan la evaluación continua de las actividades que realiza el estudiante.	<p>Promueve el desarrollo de las capacidades psicomotrices e intelectuales.</p> <p>Facilita el aprendizaje de la geometría plana.</p> <p>Estimula la creatividad y contribuye a la formación de las ideas abstractas.</p> <p>Fomenta la orientación y estructuración espacial.</p> <p>Desarrolló el conocimiento lógico-matemático.</p>

	<p>Mejora la atención y concentración.</p> <p>Estimula la memoria visual</p> <p>Entrena la percepción de figura y fondo.</p>
--	--

**Fuente:** Elaboración propia.

De acuerdo a lo mencionado en las tablas N° 10 y N° 11, el aplicativo GeoGebra y el material concreto tangram tienen ciertas ventajas a nivel académico que deben ser aprovechadas en la enseñanza de la geometría o cualquier otra rama de las matemáticas, teniendo en cuenta que potencializan las competencias geométricas, desarrollando el pensamiento lógico, la capacidad de visualización e interpretación, de manera que se logre la comunicación de ideas y planteamientos respecto a un tema específico, que para este caso se trató de los conceptos de área y perímetro de figuras planas.

Del mismo modo resaltamos que los estudiantes se apropiaron de su papel de exploradores de la herramienta, que en ellos se despertó la curiosidad, y por ende el avance del conocimiento se ve afianzado por el hecho de que los estudiantes dejan de conformarse con ejercicios sencillos, y solicitan mayor exigibilidad, esto solo demuestra el gran aporte de la implementación de la herramienta y el cambio de perceptibilidad y aceptabilidad que los estudiantes tenían de la geometría.

**Gráfica 8.** Análisis de resultados de prueba diagnóstica No.2



**Fuente:** Elaboración propia.

En las gráficas anteriores, se percibe la asertividad que tuvieron en la evaluación diagnóstica número 2, los resultados demuestran al avance.

#### 4.3 Discusión de los Resultados (cuantitativa) y/o Contrastación y Teorización (cualitativa).

##### 4.3.1 Competencias Geométricas

Para la enseñanza de la geometría, se debe tener en cuenta el carácter real que este tiene y la practicidad del mismo en situaciones del contexto, por ello, se debe reflexionar acerca de lo que se puede observar en el entorno, y explicarle a los el mundo está compuesto por relaciones geométricas, al respecto, los autores García y López (2008, p. 21) exponen que “la geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la geometría es la matemática del espacio”, así el MEN (1998) plantean que “La Geometría como una herramienta para interpretar, entender y apreciar el mundo, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para

desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación” (p.17).

De este modo, el estudiante podrá manejar la temática familiarice y apropiarse de ella, logrando así que el gusto por la geometría de modo que adquieran competencias geométricas. En este sentido, la implementación de la propuesta de campo se constituyó en pieza clave para que los estudiantes del grado sexto interpreten, argumenten y razonen sobre las figuras geométricas, así mismo, establezcan formulaciones y ejecuciones sencillas sobre sus propiedades.

#### 4.3.2 Conocimientos sobre Área y Perímetro de Figuras Planas.

La enseñanza de la geometría es una actividad práctica y dinámica que requiere de observación constante para poner identificar y comprender los elementos básicos de esta. En éste sentido, la actividad geométrica no puede ser una realidad de abordaje sencillo, tampoco es algo simple su enseñanza ha de hacer, necesariamente, referencia a lo más profundo de la persona, escarbar en sus gustos y explorar en métodos de enseñanza innovadores que despierten el interés de los estudiantes y el deseo por adquirir conocimientos que puedan ser aplicados en diferentes situaciones.

Desde ésta perspectiva, la implementación del aplicativo GeoGebra y el Tangram, posibilitaron la identificación y visualización de figuras planas, así como también, el reconocimiento de sus propiedades de manera que establezca relaciones entre ellas, en este punto, los estudiantes de grado sexto lograron construir el concepto de área y perímetro de figuras geométricas planas, teniendo en cuenta la longitud de sus lados, situación que evidencia un avance y un logro positivo en la puesta en marcha de la propuesta pedagógica.

#### 4.3.3 Uso de las TIC (GeoGebra)

La implementación de software como GeoGebra, pueden ayudar a la enseñanza de la geometría en aspectos, tales como: construcciones, visualización de algunos conceptos y propiedades (Alfaro, Alpízar, Arroyo, Gamboa e Hidalgo, 2004). Las posibilidades que ofrecen estas herramientas tecnológicas, en la enseñanza de las matemáticas, van desde el cálculo de expresiones aritméticas, soluciones reales de ecuaciones o sistemas de ecuaciones, gráficas estadísticas, gráficas de las funciones reales, hasta otras más avanzadas que incluyen software de geometría y de cálculo simbólico, que permiten trabajar con expresiones algebraicas.

Lo anterior, tiene que ver con la ventaja que traen las herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, dado que se constituyen en una estrategia pedagógica, en la medida en que posibilita la interacción entre el estudiante y el objeto de conocimiento, logrando que se adquieran competencias geométricas y que al mismo tiempo se construyan conceptos del área.

En este orden de ideas, Martín (2000) señala que las TIC debe ser utilizada en la enseñanza de las matemáticas, enfatizando en el conocimiento matemático que se puede desprender de tales herramientas yendo más allá de los procedimientos rutinarios que han estado tan prevalecientes en los cursos de matemáticas.

**Capítulo V: CONCLUSIONES Y  
RECOMENDACIONES**

## 5.1 Conclusiones.

En este apartado se presentan las conclusiones que surgieron durante el proceso investigativo, las cuales dan respuesta a la siguiente pregunta “¿Cómo fortalecer las competencias geométricas de tal manera que permita la construcción de los conceptos de perímetro y área de figuras planas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de Vigía del Fuerte, a través del aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram?, así mismo, mostrar el alcance de los objetivos propuestos.

### 5.1.1 Respuesta a la Pregunta de Investigación.

Este trabajo investigativo se desarrolló por las dificultades que presentaban los estudiantes del grado sexto en el área de matemática en la parte geométrica, específicamente en los temas de área y perímetro de figuras planas, situación que generó un bajo desarrollo de las competencias geométricas, desde esta perspectiva, se planteó la implementación del aplicativo GeoGebra y el material concreto Tangram como estrategias metodológicas que contribuyan al fortalecimiento de tales contenidos geométricos.

De acuerdo a lo anterior, en el primer capítulo de este estudio se presenta la problemática en la que se enmarca el proceso investigativo, mostrando que los estudiantes del grado sexto de la Institución educativa Emberá Rural Atrato Medio, tienen problemas académicos referidos a la identificación, reconocimiento de figuras planas, así como también el establecer el área y perímetro de ellas, de igual forma, de resalta las dificultades para inferir, representar y comunicar situaciones geométricas,

en este punto, se plantean objetivos que puedan ser desarrollados y a su vez dar solución a la problemática encontrada.

Habiendo identificado la problemática y trazado los objetivos a desarrollar durante el proceso investigativo, plantean estrategias que permita fortalecer las competencias geométricas de los estudiantes del grado sexto y al mismo tiempo la asimilación de contenidos referidos, dichas estrategias tienen que ver con la interacción con el aplicativo GeoGebra y el material concreto tangram, de igual forma, se implementa el marco teórico de los esposos de Van Hiele; Quienes presentan el modelo de razonamiento geométrico, por lo tanto, se propuso que las actividades a desarrollar durante el trabajo de campo, estuvieran netamente direccionadas por los tres primeros niveles de razonamiento, mediados por los materiales virtuales y físicos, bajo las orientaciones y guías de los docentes investigadores.

Luego de la implementación de las actividades previamente diseñadas por los docentes investigadores, se pudo establecer que los estudiantes lograron conceptualizar los temas referidos al área y perímetro de figuras planas, logrando identificar dichas figuras, conocer sus propiedades y establecer relaciones entre ellas, tal situación fue posible dada la interacción constante con herramientas virtuales y físicas (GeoGebra y Tangram) quienes se constituyeron en pieza clave para avanzar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, permitiendo ver las figuras planas más allá de la abstracción, es decir, comprender cada una de las figuras planas desde las características y propiedades, estableciendo semejanzas que permitan identificar las relaciones entre ellas.

Desde esta perspectiva, el fortalecimiento de las competencias geométricas en estudiantes del grado sexto fue posible gracias a la intervención oportuna de los docentes investigadores, quien buscaron la manera de presentar los contenidos de geometría a través de la implementación del GeoGebra y el Tangram, mediante

actividades encaminadas a la identificación, reconocimiento, construcción y representación del objeto de conocimiento, motivando al diálogo permanente entre los estudiantes y docentes, a despertar el interés y curiosidad, y sobre todo a las orientaciones e indicaciones de los docentes investigadores.

En este sentido, el aplicativo GeoGebra y el material concreto tangram son herramientas que favorecen el aprendizaje de la geometría en la medida que presentan figuras geométricas, propiedades de ellas y diferentes representaciones y variaciones de las mismas.

#### 5.1.2 Alcance de los Objetivos.

Teniendo en cuenta que el objetivo principal del proceso investigativo era fortalecer las competencias geométricas de modo que contribuya en la construcción de los conceptos de área y perímetro de figuras planas, mediante la implementación del aplicativo GeoGebra y material concreto como el tangram, en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, se diseñaron objetivos cuatros objetivos específicos de los cuales se da cuenta a continuación:

El primer objetivo específico consistió en identificar los niveles de competencias geométricas que poseen los estudiantes del grado sexto referido a los conceptos a perímetro y área de figuras planas, al respecto, se aplicaron encuestas y pruebas diagnósticas, las cuales arrojaron los siguientes resultados:

- ✓ Los estudiantes del grado sexto tienen dificultades para identificar y representar figuras geométricas planas.
- ✓ No interpretan modelos geométricos.
- ✓ Se les dificulta la resolución de problemas geométricos

- ✓ No emplear conocimientos básicos de la geometría para resolver operaciones sencillas.
- ✓ Tienen a confundir los conceptos de área y perímetro de figuras planas.
- ✓ Desconocimiento sobre las figuras planas.

Habiendo identificado las dificultades presentadas por los estudiantes referidos a la geometría plana, se propone diseñar una propuesta pedagógica a través de la implementación de GeoGebra y el Tangram que contribuya al fortalecimiento de competencias geométricas en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, para dar cumplimiento de este objetivo, los docentes investigadores diseñaron una serie de actividades enmarcadas en los tres primeros niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele (reconocimiento o visualización, análisis y deducción informal u orden), en este sentido, se emplean los materiales físicos y virtuales (tangram y GeoGebra) como mediadores entre los estudiantes y los conceptos académicos a trabajar.

El tercer objetivo consistió en implementar una propuesta pedagógica que permita el fortalecimiento de competencias geométricas a través de GeoGebra y el material concreto (tangram) en los estudiantes del grado sexto, al respecto, durante el desarrollo del proceso investigativo fue posible desarrollar el trabajo de campo con los estudiantes del grado sexto, es decir, se implementó la propuesta pedagógica que se diseñó con la finalidad de fortalecer las competencias geométricas.

En este sentido, fue posible evidenciar la aceptación de la propuesta pedagógica por parte de los estudiantes quienes tuvieron la oportunidad de mirar el objeto de conocimiento mediante la interacción con GeoGebra y el tangram, situación que generó el aprendizaje de los estudiantes respecto al área y perímetro de las figuras planas y el desarrollo de competencias geométricas.

Como cuarto objetivo se propuso analizar el proceso del fortalecimiento de las competencias geométricas referidas a los conceptos de área y perímetro de figuras planas, en estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio, por lo tanto es plausible mencionar que tras la implementación de la propuesta pedagógica, los estudiantes lograron establecer relaciones entre las figuras geométricas planas de acuerdo a las características y propiedades de cada una de ellas, así mismo, interpretaron e hicieron diferentes representaciones de ellas, situación que posibilitó el análisis de dichas figuras y la resolución de problemas de situaciones geométricas.

A partir de lo mencionado en párrafos precedentes, es meritorio mencionar que la geometría es una asignatura que conlleva a que el estudiante comprenda algunas situaciones del contexto que lo rodea, dada la practicidad de la misma, por lo tanto, se hace necesario que las clases de geometría se enriquezcan mediante la implementación de herramientas virtuales o concretas que motiven y despierten el interés del estudiante, logrando así que identifique, visualice, comprenda y comunique el objeto de conocimiento. Situación que se hace posible a través de una serie de actividades con objetivos claros, y con temáticas puntuales que requiera de experimentación e interacción constante.

## 5.2 Recomendaciones.

El acceso a internet es deficiente, debido a la ubicación geográfica de la institución, el servicio de internet es precario, tampoco existe mantenimiento constante de las redes. Existen temporadas en las cuales el internet funciona eficientemente, pero en otras no, si funcionara en un 100%, esto optimizaría los resultados, teniendo en cuenta que sería de gran ayuda que el uso de la herramienta pudiera complementarse con información de la red y alternar con otras herramientas estándar.

En el caso del estudio y revisión del material de apoyo como documentos y videos, los estudiantes lo realizaron por cuenta propia, convirtiéndose en un impedimento para los que no cuentan con internet en casa y sus recursos económicos no son suficientes para pagar salas de internet públicas.

Es por esto, que la principal recomendación es para el personal administrativo de la Institución Educativa Emberá Rural Atrato Medio del municipio de vigía del fuerte, para que gestione prontamente los recursos necesarios para dotar la institución con conectividad y salas de sistemas adecuadas y suficientes al servicio de los docentes de todas las áreas ya que en la actualidad son elementos indispensables para el buen desarrollo de la labor académica.

Del mismo modo, se recomienda a los docentes de matemática que andes de abordar las temáticas concernientes a la planeación de aula, se hace necesario hacer retroalimentación de temas anteriores, de manera que permitan identificar falencias o dificultades y así diseñar acciones que conlleve a contrarrestar dichas falencias.

Es indispensable que la geometría de inicie a trabajar desde la básica primaria, dado que esta permite a los estudiantes tener mayor conocimiento respecto situaciones del entorno. De igual forma, el ministerio de Educación Nacional de Colombia establece que los pensamientos y sistemas matemáticos deben ser trabajados de manera integral desde los primeros años de escolaridad, a fin de que se adquieran competencias y habilidades que favorecen los procesos de enseñanza aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento.

También, se recomienda tener una intencionalidad académica clara a la hora de implementar las TIC o material concreto en los procesos de aprendizaje, puesto que, si no se fijan metas claras, dichas herramientas se pueden convertir en distractores para el conocimiento.

Finalmente, la invitación es para todos los docentes a que se motiven y pongan en marcha proyectos escolares en los que integren los recursos tecnológicos educativos como instrumentos de motivación para incentivar el aprendizaje, la autonomía, la creatividad y la formación integral de los estudiantes

## Referencias

- Alaminos Gómez , A. (2009). Las matemáticas en la educación infantil. *Revista digital: Innovación y experiencia*.
- Albert Gómez, M. J. (2007). *La Investigación Educativa: Clases Teóricas*. Madrid-España: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Aranguren López, E. (2015). El uso de las TIC para el aprendizaje de la geometría. Madrid, España: Universidad de Valladolid.
- Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Scielo: Revista Colombiana de Educación.*, 41-60.
- Chavarria Pallarco, N. (2020). Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica. *Dialnet*, 14(2), 85-95.
- Díaz Abahonza, E. (2014). *El uso de las TIC's como medio didáctico para la enseñanza de la geometría. Estudio de caso : grados segundos de básica primaria de la Institución Educativa Seminario (Ipiales-Nariño)*. Ipiales Nariño, Colombia: Tesis de maestría, Universidad Nacional .
- Gamboa Anaya , R., & Ballesteros Alfaro, E. (Diciembre de 2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. (U. Nacional, Ed.) *Revista Electrónica Educare*, 125-142.
- García , S., & López , O. (2008). La enseñanza de la Geometría. *Redalyc: Educación matemática*, 135-140.
- Grisales Pérez, C. (2013). Implementación de la plataforma Moodle en la Institución Educativa Luis López de Mesa. Medellín Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Hernández , R., Fernández , C., & Baptista , P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México DF: MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Klein, F. (2016). Cómo ver la botella medio vacía o medio llena. (1. parte). *Suma*, 81-

89.

- López Escudero, O., & García Peña, S. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México: INEE: Institución Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Mañas, J. (2013). *UTILIZACIÓN DE LAS TIC EN EL AULA. GEOGEBRA Y WIRIS*. España.
- Mayoral Castro, J., & Suarez Llinás, E. (2014). *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS MEDIADAS CON TIC PARA FORTALECER APRENDIZAJE AUTÓNOMO DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE 9° DEL IDDI NUEVA GRANADA*. Barranquilla Colombia: Tesis de maestría, Universidad de la Costa.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Republica de Colombia.
- Miranda Ospina, N. (2011). *Caracterización del uso de las TIC en la enseñanza de los puntos notables de los triángulos*. Medellín, Colombia: Tesis de maestría, Universidad Nacional.
- Patton, M. (2011). Developmental Evaluation: Applying Complexity Concepts to Enhance Innovation and Use. *Journal of Program Evaluation*, 26(2), 108-110.
- Pérez Gómez, Á. (2007). *Cuadernos de Educación: La naturaleza de las competencias básicas y sus aplicaciones pedagógicas*. Cantabria: Gobierno de cantabria.
- Ricoy Lorenzo, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Revista de Educação. Revista do Centro de Educação*, 31(1), 11-22.
- Sabino, C. (1992). *El proceso de Investigación*. Caracas- Venezuela.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: EDICIONES MORATA, S. L.
- Vargas, G., & Gamboa Anaya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *UNICIENCIA*, 27(1), 74-94.

REDI-UNMECIT

**ANEXOS**

Anexo A. Evaluación Diagnóstica.

### EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE GEOMETRIA GRADO SEXTO.

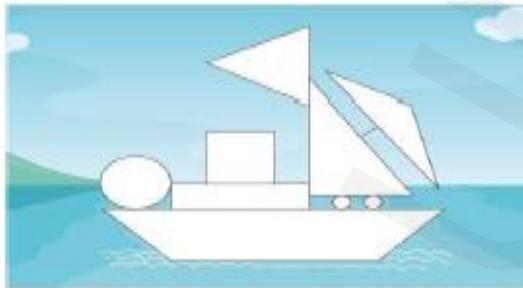
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

#### PREGUNTAS TIPO I CON ÚNICA RESPUESTA

Encierra en un círculo la respuesta correcta de las siguientes preguntas. Realice las operaciones al reverso de la hoja.

Observa el dibujo de un barco formado por figuras planas.

¿En cuál de las opciones, todas las figuras geométricas sombreadas del barco tienen dos o más ángulos rectos?



En los tres triángulos

En el cuadrado y en el rectángulo.

En el círculo y en el triángulo rectángulo.

En el trapecio.

Teniendo en cuenta la figura anterior (punto 1), encontramos líneas paralelas en:

A. El triángulo.

B. El rectángulo.

C. El círculo

D. Ninguna figura geométrica

En un cuadrado que tiene 4cms de lado el perímetro es igual a:

A. 8 cms.    B. 4 cms.    C. 12 cms.    D. 16 cms.

Si el perímetro de un cuadrado es 25 cms, entonces la medida de uno de sus lados es:

A. 2 cms.    B. 4 cms.    C. 5 cms.    D. 7 cms.

B.

Si las medidas de un triángulo son 3 cms, 4 cms y 5 cms, el perímetro de dicho triángulo es:

- A. 8 cms. B. 10 cms. C. 12 cms. D. 14 cms.

En un rectángulo de 6 cms de largo y 5 cms de ancho, el perímetro es igual a:

- A. 18 cms. B. 16 cms. C. 20 cms. D. 22 cms.

El área de un cuadrado en el que la medida de cada lado es 8 cms. es:

- A. 9 cms<sup>2</sup> B. 9 cms. C. 12 cms. D. 22 cms<sup>2</sup>

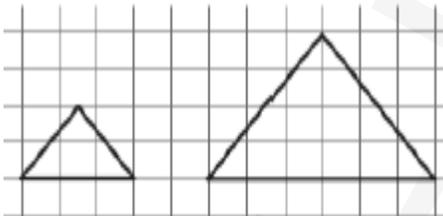
En un rectángulo de 6 cms de largo y 5 cms de ancho, el área es igual a:

- A. 18 cms. B. 88 cms<sup>2</sup> C. 30 cms. D. 30 cms<sup>2</sup>.

En un rectángulo de 10 cms de largo y de área 30 cms<sup>2</sup>, el valor del otro lado es igual a:

- A. 3 cms. B. 3 cms<sup>2</sup> C. 10 cms. D. 10 cms<sup>2</sup>.

Observa las figuras. Estas figuras tienen: A. La misma forma, pero diferente tamaño.



Diferente tamaño y diferente forma

El mismo tamaño, pero diferente forma.

La misma forma y el mismo tamaño.

## Anexo B. Encuesta a Estudiantes.

El presente estudio está siendo realizado, para obtener información que permita determinar la aceptación por parte de los estudiantes en cuanto a la conformidad del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría.

DATOS DE IDENTIFICACION: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Edad  Género: Masculino  Femenino

- ¿Te gusta la materia de geometría?  
A. SI B. NO
- ¿Entiendes las clases de geometría?  
A. SI B. NO
- ¿Cada cuánto utilizas el computador como ayuda para realizar tus tareas de geometría?  
A. A. Una vez a la semana B. una vez al mes  
C. Una vez en el periodo D. Nunca
- Cada cuanto la docente de geometría explica las clases utilizando herramientas como el computador:  
A. A. Una vez a la semana B. una vez al mes  
C. Una vez en el periodo D. Nunca
- Cuál de las siguientes herramientas informáticas conoces y/o la docente de matemáticas ha utilizado en la clase :  
A. A. GeoGebra. B. El Gimnasio del Saber,  
C. Power Point D. Ninguna.

Anexo C. Trabajo con el GeoGebra y el Tangram.



