



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004

Acreditada mediante Resolución N°15 del 31 de octubre de 2012

**Facultad de Humanidades y ciencias de la Educación
Doctorado en Ciencias de la Educación con Énfasis en Investigación,
Evaluación y Formulación de Proyectos Educativos**

**Impacto de la implementación del Modelo didáctico alternativo para
la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria**

MIRPROAR

**Trabajo presentado como requisito para optar al grado de Doctor en Ciencias de
la Educación, con énfasis en investigación, formulación y evaluación de
proyectos educativos**

Carlos Andrés Salazar Pérez

Tutor: Helmer Muñoz Hernández

Panamá, Abril, 2021

Dedicatoria

A mi señor Dios al que debo todo lo que soy, por haberme brindado todo su apoyo y respaldo durante toda mi vida, por la sabiduría, entendimiento e inteligencia que me proporcione durante todo el tiempo de este doctorado y por estar a mi lado siempre que lo he necesitado.

A mis queridos y adorados padres por su amor, dedicación y entrega, especialmente por su apoyo moral y espiritual; así como a mi hermanos y sobrinas, quienes son parte fundamental de mi vida, como motivo de inspiración para salir adelante.

A mi hermosa esposa e hijo, regalos de Dios por su compañía, ayuda, amor incondicional y apoyo.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Doctor Helmer Muñoz Hernández, asesor de tesis de la Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, por sus valiosas orientaciones, por su motivación y aportes en el desarrollo del proyecto.

Doctores Magdy de Las Salas y Eduardo Atencio, docentes de la Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, por los conocimientos aportados y apoyo brindado.

Índice general

	Pág.
RESUMEN	13
ABSTRACT	14
INTRODUCCION	15
CAPITULO I. CONSTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	19
1.1 Descripción de la problemática	20
1.2 Formulación de la pregunta de investigación	24
1.3 Hipótesis	24
1.4 Objetivos	25
1.4.1 Objetivo general	25
1.4.2 Objetivos específicos	25
1.5 Justificación e impacto	25
CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	32
2.1 Bases teóricas, investigativas, conceptuales y legales	34
2.1.1. Bases teóricas	34
2.1.1.1 Evolución histórica del proceso de enseñanza aprendizaje	34
2.1.1.2 Factores que configuran el contexto de las dificultades en la resolución de problemas aritméticos en Colombia	42
2.1.1.3 Dificultades cognitivas de aprendizaje	45
2.1.1.4 Definición de problemas de aprendizaje	48
2.1.1.5 Como identificar una dificultad	48
2.1.1.6 El aprendizaje de las matemáticas	50
2.1.1.7 Como aprenden matemáticas los niños	52
2.1.1.8 El papel histórico de la resolución de problemas en la educación Matemática	55
2.1.1.9 La actividad matemática por excelencia: resolución de problemas	58

2.1.1.10 Importancia de la resolución de problemas en la educación	
Matemática	60
2.1.1.11 Trascendencia de la resolución de problemas en los currículos	63
2.1.1.12 Perspectiva de la resolución de problemas: consideraciones	
Importantes para la educación matemática	67
2.1.1.13 Competencias matemáticas	69
2.1.1.14 Los modelos didácticos alternativos en la enseñanza de las	
Matemáticas	75
2.1.1.15 Concepto, características y estructura del modelo didáctico	
Alternativo	80
2.1.2 Bases investigativas	85
2.1.2.1 Antecedentes históricos	85
2.1.2.2 Antecedentes investigativos	87
2.1.3 Bases conceptuales	92
2.1.3.1 Educación	92
2.1.3.2 Innovación	94
2.1.3.3 Matemáticas	96
2.1.3.4 Modelos didácticos	97
2.1.3.5 Resolución de problemas	98
2.1.4 Bases legales	100
2.2 Definición conceptual y operacional de las variables	102
2.3 Operacionalización de las variables	104
CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA	
INVESTIGACIÓN	106
3.1 Paradigma, método y enfoque de la investigación	107
3.2 Tipo de investigación	109
3.3 Diseño de la investigación	111
3.4 Técnicas e instrumentos de la recolección de datos	112

3.5 Población, muestra y muestro	114
3.5.1 Población y descripción del escenario de la investigación	114
3.5.2 Muestra, descripción y criterios de selección de los informantes clave	121
3.6 Procedimiento de la investigación	125
3.7 Valides y confiabilidad de los instrumentos	127
3.8 Consideraciones éticas	136
3.8.1 Criterios de confiabilidad	136
3.8.2 Descripción de la obtención del consentimiento informado	137
3.8.3 Riesgos y beneficios	138
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS	140
4.1 Técnicas de análisis de datos o hallazgos	142
4.2 Procesamiento de los datos	142
4.2.1 Resultados de la aplicación del pre test	142
4.2.2 Resultados de la aplicación del cuestionario a docentes	156
4.2.3 Resultados de la aplicación de la observación directa	168
4.3 Discusión de resultados	170
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	175
5.1 Conclusiones y recomendaciones	176
CAPÍTULO VI. CONSTRUCTO TEÓRICO	185
CAPÍTULO VII. PROPUESTA	196
7.1 Denominación de la propuesta	197
7.2 Descripción de la propuesta	197
7.3 Fundamentación de la propuesta	201
7.4 Objetivos de la propuesta	204
7.4.1 Objetivo general	204
7.4.2 Objetivos específicos	205
7.5 Beneficiarios	205

7.6 Producto	206
7.7 Localización	211
7.8 Método	214
7.9 Cronograma	223
7.10 Recursos	225
7.11 Presupuesto	225
BIBLIOGRAFÍA	227
APÉNDICES	235
ANEXOS	256

Lista de cuadros

	Pág.
Cuadro 1. Definición conceptual y operacional de las variables	103
Cuadro 2. Operacionalización de las variables	105
Cuadro 3. Población y muestra	124
Cuadro 4. Validez del instrumento. Cuestionario a docentes	128
Cuadro 5. Validez del instrumento. Cuestionario a estudiantes	129
Cuadro 6. Resultados de la aplicación del cuestionario a estudiantes	132
Cuadro 7. Conclusiones y recomendaciones	177
Cuadro 8. Etapas y pasos del modelo “MIRPROAR”	219
Cuadro 9. Cronograma de actividades	223
Cuadro 10. Recursos para el diseño e implementación de la propuesta	225

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1. Interpretación del coeficiente de confiabilidad	135
Figura 2. Pregunta 1. Cuestionario a estudiantes	143
Figura 3. Pregunta 2. Cuestionario a estudiantes	143
Figura 4. Pregunta 3. Cuestionario a estudiantes	144
Figura 5. Pregunta 4. Cuestionario a estudiantes	145
Figura 6. Pregunta 5. Cuestionario a estudiantes	146
Figura 7. Pregunta 6. Cuestionario a estudiantes	147
Figura 8. Pregunta 7. Cuestionario a estudiantes	148
Figura 9. Pregunta 8. Cuestionario a estudiantes	149
Figura 10. Pregunta 9. Cuestionario a estudiantes	150
Figura 11. Pregunta 10. Cuestionario a estudiantes	151
Figura 12. Pregunta 11. Cuestionario a estudiantes	152
Figura 13. Pregunta 12. Cuestionario a estudiantes	153
Figura 14. Pregunta 13. Cuestionario a estudiantes	154
Figura 15. Pregunta 14. Cuestionario a estudiantes	155
Figura 16. Pregunta 15. Cuestionario a estudiantes	155
Figura 17. Pregunta 16. Cuestionario a estudiantes	156
Figura 18. Pregunta 1. Cuestionario a docentes	157
Figura 19. Pregunta 2. Cuestionario a docentes	158
Figura 20. Pregunta 3. Cuestionario a docentes	159
Figura 21. Pregunta 4. Cuestionario a docentes	159
Figura 22. Pregunta 5. Cuestionario a docentes	160
Figura 23. Pregunta 6. Cuestionario a docentes	161
Figura 24. Pregunta 7. Cuestionario a docentes	162
Figura 25. Pregunta 8. Cuestionario a docentes	163

Figura 26. Pregunta 9. Cuestionario a docentes	164
Figura 27. Pregunta 10. Cuestionario a docentes	165
Figura 28. Pregunta 11. Cuestionario a docentes	165
Figura 29. Pregunta 12. Cuestionario a docentes	166
Figura 30. Pregunta 13. Cuestionario a docentes	167
Figura 31. Pregunta 14. Cuestionario a docentes	168
Figura 32. Comparación de resultados académicos finales grupo experimental	209
Figura 33. Comparación de resultados académicos finales grupo control	209
Figura 34. Mapa de Colombia ubicando el departamento de Cundinamarca	213
Figura 35. Mapa de Cundinamarca ubicando el municipio de Chía	214
Figura 36. Mapa de Chía con la ubicación de cada institución educativa Seleccionada	
Figura 37. Descripción del modelo “MIRPROAR”	

Lista de apéndices

	Pág.
Apéndice A. Formato de observación directa	235
Apéndice B. Cuestionario dirigido a los docentes	236
Apéndice C. Cuestionario pre test	242
Apéndice D. Cuestionario pos test	254

Lista de anexos

	Pág.
Anexo A. Características y estructura del modelo didáctico alternativo	257
Anexo B. Lineamientos curriculares de matemáticas	258
Anexo C. Estándares básicos de competencias en matemáticas	262
Anexo D. Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas	266
Anexo E. Formato F-58. Revisión ortográfica	289
Anexo F. Formato F-138. Certificado de proyectos de formación	293
Anexo G. Formato de consentimiento informado estudiantes, docentes y rector	295
Anexo H. . Ejemplo de Cuestionario dirigido a los docentes diligenciado	300
Anexo I. Ejemplo de Cuestionario pre test diligenciado	306
Anexo J. Ejemplo de Cuestionario pos test diligenciado	312

Autor: Carlos Andrés Salazar Pérez

Título: Impacto de la implementación del Modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria “MIRPROAR”.

Finalidad: Validar el modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria “MIRPROAR”.

Facultad: Facultad de Humanidades y ciencias de la educación

Ciudad, país y año: Chía, Cundinamarca, Colombia, 2020

Resumen

El presente trabajo, es una investigación de tesis doctoral titulada, “Impacto de la implementación del Modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria “MIRPROAR”. Tiene como objetivo aportar al sistema educativo una nueva alternativa compuesta por una serie de pasos consecutivos, cuyo objetivo general es “Evaluar el impacto de la implementación del Modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria “MIRPROAR”. Es así, que este trabajo de investigación, parte en primera instancia de hacer un acercamiento de los lectores a la problemática detectada, después se describen los antecedentes, bases teóricas y legales en las cuales se fundamenta esta propuesta. La metodología desarrollada para su implementación de la propuesta está fundamentada en el paradigma cuantitativo, es de tipo descriptivo, en la cual se explica y comprende a profundidad la situación actual y real de los estudiantes de la básica primaria frente a sus fortalezas y debilidades en el proceso de resolución de problemas aritméticos a la luz de los estándares básicos de competencias y los derechos básicos de aprendizaje para así poder diseñar un modelo didáctico alternativo que busca dar respuesta a estos resultados obtenidos. De igual forma se plantean las conclusiones y recomendaciones. Y finalmente se expone el diseño de la propuesta, por medio de un modelo didáctico alternativo, con la cual se pretende fortalecer las habilidades básicas matemáticas en la resolución de problemas aritméticos en la muestra seleccionada para esta investigación.

Palabras clave: educación, innovación, matemáticas, modelo didáctico y resolución de problemas.

Abstract

The present work is a doctoral thesis investigation titled, "Impact of the implementation of the Alternative Didactic Model for solving arithmetic problems in elementary school" MIRPROAR ". The objective of the educational system is to implement a new alternative consisting of a series of consecutive steps, the general objective of which is to "Evaluate the impact of the implementation of the Alternative Didactic Model for solving arithmetic problems in elementary school" MIRPROAR ". Thus, this research work, in the first instance, begins with an approach of the readers to the problems detected, then describes the background, theoretical and legal bases on which this proposal is based. The methodology developed for its implementation of the proposal is based on the quantitative paradigm, it is descriptive, in which the current and real situation of primary school students is explained and understood in depth, compared to their strengths and weaknesses in the process of solving arithmetic problems in light of basic competency standards and basic learning rights in order to design an alternative teaching model that seeks to respond to these results. Likewise, the conclusions and recommendations are discussed. And finally, the design of the proposal is exposed, by means of an alternative didactic model, with which it is intended to strengthen the basic mathematical skills in solving arithmetic problems in the sample selected for this research.

Key words: education, innovation, mathematics, didactic model and problem solving.

Introducción

El presente trabajo se encuentra fundamentado en la investigación de tesis doctoral en ciencias de la educación, con énfasis en investigación, formulación y evaluación de proyectos educativos, de la Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología “UMECIT”, titulada: “Impacto de la implementación del Modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria MIRPROAR”. Por un lado, habla de la importancia que tiene el área del desarrollo de las habilidades matemáticas básicas en la vida de cualquier ser humano y la incidencia de esta en el rendimiento escolar de las diferentes áreas del conocimiento y por otro, se centra en la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, por medio de la aplicación de un modelo didáctico alternativo, diseñado y plasmado en el capítulo de propuesta del presente trabajo.

Es así, que las matemáticas son fundamentales para el desarrollo intelectual de los niños, les ayuda a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción. Además, las matemáticas configuran actitudes y valores en los alumnos pues garantizan una solidez en sus fundamentos, seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos. Todo esto crea en los niños una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día. A su vez, las matemáticas contribuyen a la formación de valores en los niños, determinando sus actitudes y su conducta. Sirven como patrones para guiar su vida, un estilo de enfrentarse a la realidad lógico y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos, capacidad de abstracción, razonamiento y generalización y la percepción de la creatividad como un valor.

De igual forma, las matemáticas enseñan a pensar mejor ya que desarrollan la capacidad del pensamiento. Así mismo, ayudan a encontrar las soluciones a los problemas o soluciones a determinadas situaciones complejas de una forma mucho más coherente. Por lo tanto, las matemáticas son fundamentales e imprescindibles en la educación de todas las personas. Es fundamental que los estudiantes sean capaces de comprender las matemáticas, porque de esta forma encontrarán soluciones lógicas y razonadas a muchas situaciones de la vida y la mente estará mejor preparada para solucionar problemas reales de la vida cotidiana. Hay que tener en cuenta que las matemáticas desarrollan el pensamiento analítico con el que se desarrollará la habilidad para investigar y conocer la realidad que la vida plantea a cada ser humano.

Sin embargo, en el colegio la asignatura de matemáticas suele ser, de lejos, la más odiada. Y ¿Por qué ocurre esto? Parece que los docentes no se están dando cuenta de que las matemáticas llevan años enseñándose mal. Es necesario que desde la escuela se transmita una idea positiva de las matemáticas y para ello hay que cambiar la manera en la que se les presentan a los estudiantes. Estos deben ver la importancia que tienen las matemáticas para la vida diaria, deben entender que viven rodeados por las matemáticas y que si no se tiene cierta noción de éstas se puede ser engañado con mucha facilidad.

En definitiva, queda claro que las matemáticas sirven para toda la vida y es indispensable su enseñanza, primordialmente en la básica primaria, pues es donde los niños y niñas empiezan a tener un contacto más profundo con ellas y donde el docente refuerza y enseña a resolver problemas matemáticos.

Teniendo en cuenta lo anterior, en este trabajo se define el diseño, implementación y evaluación de un modelo didáctico alternativo que busca fortalecer el desarrollo de las habilidades básicas matemáticas y en especial en el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos, en los estudiantes de la básica primaria de las Instituciones Educativas San Josémaría Escrivá de Balaguer y Santa María del Río, ubicadas en el municipio de Chía, Cundinamarca, Colombia.

La razón por la cual se escogió este tema, fue debido a que en la práctica pedagógica y desempeño de los estudiantes en el área de las matemáticas, al igual que en la presentación de pruebas externas nacionales, se ha podido detectar bajo rendimiento académico y resultados básicos y bajos en estas.

Es así, que, en el capítulo I de este trabajo, se parte en primera instancia de hacer un acercamiento de los lectores a la problemática detectada, donde se describe cual es la situación problémica encontrada, el porqué de la importancia de buscar una solución a esta, definiendo los objetivos propuestos alcanzar.

Después, en el capítulo II se citan y desarrollan las bases teóricas, capítulo en el cual se lleva a cabo una revisión de diferentes fuentes bibliográficas, antecedentes, normas y leyes que tratan sobre los temas centrales de la investigación, las matemáticas, la resolución de problemas, la innovación y los modelos didácticos alternativos en la educación como apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje. También se definen las variables de esta investigación.

Paso seguido, en el capítulo III se encuentra la metodología desarrollada para el diseño de la propuesta, en la cual se desglosa el tipo de investigación seleccionada, el paso a paso del diseño de esta, con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, definiendo un objeto de estudio y explicando el porqué de la muestra seleccionada. desSeguidamente se explican uno a uno los instrumentos de recolección de datos y la forma por medio de la cual serán analizados sus resultados.

En el capítulo IV, los lectores podrán encontrar el análisis detallado de los diferentes resultados que se obtuvieron tras la aplicación de los instrumentos de evaluación diseñados para esta investigación. Además, se narran aquellas experiencias propias vividas por el autor en el aula de clase desde su práctica docente. Después, en el capítulo V, se encuentran las conclusiones y recomendaciones a las que dieron lugar los resultados alcanzados.

En el capítulo VI, se encuentra el constructo teórico, en el cual se describe detalladamente el aporte teórico que hace el autor con esta investigación al área de las

matemáticas. Y Finalmente, en el capítulo VII, se encuentra definido en la propuesta, el modelo didáctico alternativo MIRPROAR, por medio del cual se busca fortalecer las habilidades básicas matemáticas en la resolución de problemas aritméticos de los estudiantes de la básica primaria. Cabe destacar que, aunque esta propuesta está diseñada para ser aplicada en las instituciones anteriormente mencionadas, puede ser implementada y utilizada por cualquier docente, en cualquier nivel educativo y población estudiantil.

En última instancia, se encuentran citadas una a una las diferentes fuentes bibliográficas, tanto físicas como digitales, en las cuales se fundamenta esta investigación y que fueron de gran apoyo para explicar la importancia y relevancia de está en el campo educativo y sustentar la propuesta final.

CAPÍTULO I.
CONTEXTUALIZACIÓN DE LA
PROBLEMÁTICA

En este primer capítulo, el lector podrá encontrar la parte inicial del proceso de esta investigación, en el cual se pretende ubicar a esté en la problemática a resolver y la forma en la cual se desea dar solución. Está compuesto por la descripción de la problemática, formulación de la pregunta problema, hipótesis, objetivos, justificación e impacto, por medio del cual se busca armonizar y estructurar formalmente la idea de investigación.

Por lo tanto, este proceso fue realizado de forma consiente y cuidadosa, debido a que de su lógica y coherencia obedecerá todo el curso de la investigación. De igual forma, su importancia radica en el trazado de los objetivos, los cuales se constituyen en la columna vertebral de cualquier trabajo de investigación, donde los objetivos específicos definirán el camino a seguir para alcanzar el general y del alcance de estos dependerá el éxito de los resultados que se obtengan al final del proceso.

1.1 Descripción de la problemática

Esta investigación se centra por la forma o metodología en la que los estudiantes de la básica primaria realizan los diferentes procesos aritméticos propios del área de las matemáticas para su edad y nivel escolar, que los lleva a presentar dificultades y poco éxito en su realización.

Teniendo en cuenta que, en el contexto educativo no solo nacional, sino a nivel mundial , una de las materias de mayor índice de reprobación es la matemática; en el desarrollo de esta asignatura ha predominado un enfoque curricular academicista, el cual según explica Castillo (2003), se caracteriza por la transmisión de conocimiento del docente hacia el estudiante, quien se considera el protagonista por poseer el saber, esta actitud genera que los estudiantes tengan un rol pasivo en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Es así que, uno de los contenidos curriculares de la matemática que mayor dificultad adquiere para los estudiantes es la resolución de problemas; en el cual él desarrolla la

habilidad de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva. Según Kamii (1994), citado por Ruiz y otros (2003, p. 326) “...La resolución de problemas debería darse al mismo tiempo que el aprendizaje de las operaciones en vez de después, como aplicaciones de éstas...”; por lo tanto, el aprendizaje simultáneo de ambos facilitaría la comprensión y asimilación de las operaciones aritméticas.

Por otro lado, la metodología empleada en la enseñanza en matemáticas, es un elemento clave para el logro satisfactorio de los contenidos en esta área, Polya (1965), citado por Echenique (2006, p. 10), explica “...que el profesor tiene en sus manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés...”. Los estudiantes deben ser introducidos de forma agradable con actividades que mantengan el interés en la materia y evite abstracciones que conllevan a la desmotivación ante la falta de comprensión de los diversos conceptos.

Lo que requiere, un cambio para erradicar la concepción de la matemática como una materia aburrida y difícil, se debe tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, pero también es necesario tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta área.

Es así que, uno de los principales procesos matemáticos como lo es, la resolución de problemas ha sido considerada desde siempre como el foco en las matemáticas (Arcavi y Friedlander, 2007). A este respecto, Royo (1953) en referencia al papel de la resolución de problemas en la escuela, señalaba: “Tienen los problemas tal importancia, que hay quien se pregunta si la parte principal del estudio matemático no debe ser la solución del problema en lugar del estudio del libro de texto. Hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo matemático. Si concedemos que el ‘poder’ y no el ‘saber’, el ‘pensar’ y no el

‘memorizar’ son los aspectos beneficiosos de la matemática, la importancia de los problemas es indudable” (Royo, 1953, p. 253).

Sin embargo, es a partir de la década de los 80, cuando se insiste en que la resolución de problemas debe ser el eje de la enseñanza de la matemática escolar (NCTM, 1980). Es por esto, que la resolución de problemas de matemáticas (RPM) ha sido considerada en los últimos 30 años como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, incrementando su presencia en los currículos (Castro, 2008; Puig, 2008; Santos, 2007) sugiriéndose que sea uno de los ejes principales de la actividad matemática y el soporte principal del aprendizaje matemático. De esta manera, debe considerarse como eje vertebrador del contenido matemático, ya que pone de manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación. Además, se propone como un contenido específico (Blanco y Cárdenas, 2013; ver capítulo 2) y aparece como una competencia básica que los estudiantes deben adquirir.

De igual forma, diferentes informes internacionales sobre educación matemática, como los Informes PISA del 2003, 2006, 2009 y 2012 y 2016, muestran los bajos resultados obtenidos en matemáticas y, específicamente, en la resolución de problemas. En el caso de Colombia, los estudiantes lograron en conjunto una puntuación de 390 frente a los 423 de Chile y los 408 de México, 14 puntos más que en 2012. Se superó así el puntaje de Brasil con 377 y se igualó a Perú, Líbano e Indonesia. Frente a estos datos positivos, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos OCDE alerta que el 66 % de los estudiantes de Colombia no alcanzan los objetivos mínimos en esta materia, frente al 23 % del resto de estados miembros que tampoco lo logra.

Ello, ha sido un motivo para poner de manifiesto la importancia de la resolución de problemas de matemáticas en la enseñanza obligatoria. Estos resultados confirman la idea de Castro, (2008) y Santos, (2008) quienes insisten en que los intentos realizados para enseñar a los alumnos, de primaria y secundaria, estrategias generales de resolución de problemas no han tenido éxito. Simultáneamente, parece importante recordar la falta de atención de los libros de texto en el tratamiento de las heurísticas y

estrategias generales para resolver problemas (Pino y Blanco, 2008; Schoenfeld, 2007) y la falta de referencia de los profesores de primaria para trabajar y evaluar específicamente en el aula los diferentes heurísticos (Cárdenas, 2014) como se sugiere en los diferentes currículos de matemáticas, como afirma Rico (1991), “la experiencia escolar que recordamos la mayoría de nosotros sobre matemáticas está mucho más relacionada con dificultades, incomprensión, fracaso y rechazo que con actitudes positivas...Hablar por tanto de resolución de problemas como una parte de la Educación matemática puede resultar para muchos un contrasentido; la enseñanza de las Matemáticas parece resolver muy pocos problemas a la mayoría de los escolares, bien al contrario, les crea muchos otros” (p. 243).

Así, a pesar de que actualmente se reconoce, de modo unánime, que resolver problemas es un objetivo prioritario en las matemáticas escolares, muchos niños siguen experimentando grandes dificultades al intentar resolver problemas tan sencillos como los aritméticos.

A lo anteriormente expuesto, no son ajenos los estudiantes de la básica primaria de las instituciones educativas oficiales del municipio de Chía, quienes evidencian dificultad en el área matemáticas.

Es de anotar, que dos de las instituciones educativas del municipio, se han consolidado en las pruebas externas Saber Pro que se realizan a los estudiantes del grado once por parte del Instituto Colombiano del Fomento a la Educación ICFES, en el nivel superior y primeros lugares departamentales dentro de las instituciones educativas de carácter oficial, en los últimos cinco años. Pero, este tipo de resultados no se han logrado alcanzar en las pruebas que se realizan a los estudiantes de grado tercero y quinto de la básica primaria, teniendo como una de las causas de esto la dificultad en la resolución de problemas matemáticos, es por esto que año tras año se buscan estrategias y metodologías de enseñanza-aprendizaje que pretenden reforzar y facilitar este proceso educativo de manera eficiente.

Debido a lo anterior, en este trabajo de investigación doctoral se presentarán aspectos referentes a las dificultades que muestran los estudiantes con respecto al aprendizaje de la matemática, centrándose en lo referente a la resolución de problemas aritméticos y presenta un modelo didáctico que se puede emplear para obtener una enseñanza eficaz en relación al tema y que promueve el desarrollo de la inteligencia lógico matemática en los estudiantes de educación primaria.

Teniendo en cuenta que, para enseñar la resolución de problemas en matemática se debe aplicar una metodología que ayude al estudiante a hallar la solución correcta de una manera comprensiva; para lograr esto es importante reconocer aspectos referentes al papel del docente y del estudiante en este proceso, así como la influencia que tiene la actitud que muestren ambos sujetos.

Finalmente, la implementación de un modelo didáctico puede brindar a los estudiantes de este nivel una herramienta que facilite la resolución de problemas aritméticos.

1.2 Formulación de la pregunta de investigación

Por lo anterior, se plantea la pregunta orientadora, ¿Qué cambios se pueden producir en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de la básica primaria mediante la aplicación del modelo didáctico alternativo de resolución de problemas matemáticos MIRPROAR?

1.3 Hipótesis

A continuación, se presenta la hipótesis de investigación o de trabajo.

Los estudiantes que resuelven problemas aritméticos utilizando el modelo didáctico alternativo “MIRPROAR” logran un mejor desarrollo de sus competencias matemáticas, frente a los estudiantes que utilizan otras metodologías para su resolución.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Evaluar el impacto del modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos “MIRPROAR”, por medio de su diseño e implementación en estudiantes de la básica primaria.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar las dificultades y fortalezas que los estudiantes de la básica primaria presentan frente a la resolución de problemas aritméticos teniendo como referente los estándares básicos de competencias y los derechos básicos de aprendizaje.
- Establecer bases teóricas que permita validar el diseño del modelo didáctico alternativo de resolución de problemas aritméticos en la básica primaria.
- Proponer un modelo didáctico alternativo que conlleve a realizar procesos asertivos en la resolución de problemas aritméticos por parte de los estudiantes de la básica primaria.
- Implementar el modelo didáctico alternativo diseñado, con el fin de observar los resultados alcanzados por los estudiantes de básica primaria.

1.5 Justificación e impacto

Este trabajo se encuentra enmarcado según las líneas de investigación trazadas por la universidad metropolitana de educación ciencia y tecnología UMECIT, dentro de la línea de “Educación y sociedad”, en el área de “docencia y currículo” y el eje “Herramientas didácticas, ambientes y recursos para el aprendizaje”. De acuerdo a la UMECIT (2016):

“La línea de investigación Educación y Sociedad surge de la valoración de la educación como el principal factor auspiciador del desarrollo de la sociedad, tomando en cuenta que, a través de su praxis se configura el conjunto de conocimientos aplicables a la creación de soluciones dignas a las principales necesidades y expectativas del hombre. La línea apunta a una concepción sistémica integrada donde se desarrolla el pensamiento educativo con una visión social y humanística”.

Una vez, enmarcada la investigación, se procede a describir su importancia. El bajo rendimiento académico de los estudiantes en el área de las matemáticas ha llegado a ser, junto con los procesos de lecto-escritura, uno de los temas más relevantes e importantes en la educación y en una vida diaria, el cual exige que las personas se adapten permanentemente a variadas situaciones, respondiendo de forma estratégica, y con cierto grado de pertinencia a la situación planteada.

Por lo que, de igual forma, la resolución de problemas es un tema relevante dentro del ámbito escolar, tanto a nivel regional, nacional e internacional. Los establecimientos educacionales, aunque no abordan directamente este tema, plantean en sus proyectos educativos y demás instrumentos una serie de conductas y habilidades que en el instante de planificar su accionar se consideran en los programas de estudio de los diferentes niveles de enseñanza, donde se explicitan los objetivos transversales y, por lo tanto, el desarrollo de destrezas y habilidades necesarias para el trabajo en equipo. Es así que, esto representa una buena oportunidad de desarrollar algunas de las habilidades iniciales en los estudiantes en la resolución de problemas. Aunque en general se considera que la capacidad para resolver problemas es un tema más bien matemático, hay plena conciencia entre los docentes que estas habilidades permiten a los estudiantes una formación integral que los capacita para enfrentar situaciones de diversa índole.

Pero, existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema. La mayor parte de las veces se piensa que es equivalente a resolver ejercicios ya discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos y explicaciones entregadas en el aula; sin

embargo, implica un tipo de actividad mental de mayor exigencia. La resolución de problemas ha sido un tema ampliamente debatido a lo largo de la historia de la pedagogía, que además goza de una permanente renovación, acorde con los vaivenes de la actualidad social, ya que representa un área importante dentro de los planes y programas educativos, y que no siempre está claramente expuesto.

Siendo así, se hace necesario plantear un modelo didáctico que promueva la combinación de conceptos matemáticos a situaciones cotidianas, la implementación de procesos de razonamiento matemático, el uso eficiente de los recursos y estrategias disponibles, la capacidad lógica de reconocimiento y el descubrimiento de patrones y similitudes que generalmente no son potenciadas por la enseñanza tradicional. La resolución de problemas también potencia las competencias genéricas o fundamentales como por ejemplo la capacidad de la participación en equipo. Otra de las competencias genéricas potenciadas, es la capacidad de organizar y planificar su trabajo y de este modo su propio aprendizaje, ya que desarrollan una metodología de trabajo que incluye la planificación de las fases de resolución del problema y la distribución de tareas en el equipo, resaltando la formación de líderes y el espíritu emprendedor de los estudiantes. Las competencias específicas son propias de una materia, y la resolución de problemas permite su desarrollo. Además, promueve las heurísticas que según el autor Schoenfeld (1985) son "las estrategias y técnicas que permiten progresar en la solución de un problema no conocido (no estándar) como son la exploración de problemas relacionados, trabajo hacia atrás y la verificación de procedimientos".

Pensar, razonar, resumir, comparar, clasificar e interpretar datos son esencialmente habilidades del pensamiento que todo sujeto debe desarrollar; sin embargo, en la educación básica pese a que debe ser fundamental para que el aprendizaje esté bien cimentado, no se refleja de forma correcta y oportuna el desarrollo de dichas habilidades en los estudiantes en las diversas áreas del conocimiento y principalmente en las matemáticas.

Razón por la cual, es importante reconocer que existen razones primordiales para el aprendizaje de las matemáticas, por un lado, porque forman parte del patrimonio cultural y es un lenguaje universal, y por otro, porque la sociedad exige cada vez más información científica y técnica.

Como es claro y sabido, la educación básica es esencial y de todos es conocido que los estudiantes llegan a la secundaria con grandes carencias en cuanto a habilidades lectoras, falta de vocabulario, etc., en suma, su razonamiento verbal y matemático deja mucho que desear.

Además, los programas educativos en el nivel superior, consideran experiencias educativas o asignaturas relacionadas con las habilidades del pensamiento, que no es otra cosa que enseñar a los estudiantes a pensar, a razonar, a resumir, a comparar, a clasificar, a interpretar datos. Por lo tanto, es indispensable poner más atención en la formación de los estudiantes en la educación básica, de esta manera al llegar a la universidad ellos contarán con las habilidades necesarias para iniciar cualquier programa académico.

Por lo general, en matemáticas se enseñan primero las operaciones básicas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones), para después ver donde se pueden aplicar, pero, un mejor modelo podría ser enseñar los dos procesos al tiempo, con el fin de que los estudiantes puedan aplicar los conocimientos adquiridos en su realidad y así les vean una utilidad y relación con su cotidianidad.

En ese sentido, el presente proyecto de intervención tiene como propósito principal gestionar el aprendizaje de las operaciones básicas en aritmética y aprender a seleccionar cual se debe utilizar en la resolución de problemas por medio de un modelo didáctico el cual permitirá coadyuvar en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de habilidades que esta exige.

Es importante, tener presente que los estudiantes aprenden lo que les interesa, para acercarlos a las matemáticas, es necesario presentarles una propuesta novedosa para su aprendizaje y lo más conveniente es empezar desde la escuela elemental.

Dentro del estudio de las matemáticas, la parte más difícil para los estudiantes, después de entender los conceptos básicos de aritmética, es la aplicación de las operaciones adecuadas cuando deben resolver problemas. Es por esto, que con el fin de fomentar o incrementar la capacidad de raciocinio en los estudiantes, se propone un modelo de resolución de problemas, para que ellos se den cuenta qué tan útiles son las matemáticas en la vida cotidiana y lo importante que resulta el aprendizaje de las operaciones básicas.

De igual forma, en la actualidad nuestros estudiantes se encuentran intensamente bombardeados por técnicas de comunicación muy poderosas y atractivas. Es una fuerte competencia con la que los docentes se deben enfrentar en la enseñanza cuando se trata de captar una parte sustancial de su atención. De allí la necesidad e importancia del diseño e implementación de nuevas estrategias metodológicas, como la que se presenta en esta tesis doctoral, como lo es el modelo didáctico alternativo de resolución de problemas aritméticos “MIRPROAR”. Cuya característica innovadora radica en la importancia de fomentar el espíritu investigador estudiante, ya que cada enunciado promueve llevar a cabo un proceso de investigación, teniendo en cuenta sus gustos, intereses y contexto.

Es así, que, al estar resolviendo las situaciones problemáticas asociadas con el mundo real, los estudiantes fortalecen sus habilidades lógico-matemáticas, ya que relacionarán los conocimientos adquiridos con el problema a resolver.

Según Piaget (1999), los aprendizajes más significativos, relevantes y duraderos se producen como consecuencia de un conflicto cognitivo, en la búsqueda de la recuperación del equilibrio perdido.

Por lo tanto, si el individuo no llega a encontrarse en una situación de desequilibrio y sus esquemas de pensamiento no entran en contradicción, difícilmente se lanzará a buscar respuestas, a plantearse interrogantes, a investigar, a descubrir, es decir, a aprender. El conflicto cognitivo se convierte en el motor afectivo indispensable

para alcanzar aprendizajes significativos y además garantiza que las estructuras de pensamiento se vean modificadas.

Por otro lado, este estudio, pretende proporcionar una estrategia por medio de un modelo didáctico para lograr resolver un problema en situaciones aditivas y multiplicativas. Este modelo se podrá convertir en un paso a paso del cómo resolver un problema direccionando a los estudiantes a tener un pensamiento más objetivo de la realidad y dando solución a problemas que se le pueden presentar en la cotidianidad, sea en la escuela, en su hogar o en el medio donde habita, al interactuar con otros.

De igual forma, la evaluación en el área de matemáticas, ha cambiado, y lo importante es enseñar al estudiante a pensar, de manera lógica utilizando sus saberes previos, proporcionándoles un saber a partir de otro y brindándoles confianza en sus habilidades y destrezas en su pensamiento o razonamiento. Cuando el alumno convive con el constante uso de los números, aprende a interactuar con ellos, así que es importante que consiga analizar una situación de su contexto, si requiere de solución, pues así no conozca su respuesta en el momento, pueda utilizar métodos o recursos que logren conseguir una respuesta acertada (Díaz y Poblete, 2001).

Por otro lado, el desarrollo de una tesis doctoral es una actividad avanzada en la que el doctorando demuestra hacer una contribución significativa al avance de la Ciencia. Por lo tanto, el objetivo de esta tesis es que marque un antes y un después; es decir que el autor arroje luz sobre un tema del que antes todos sabíamos menos, y ahora que se está llevando a cabo el presente trabajo doctoral, se sepa un poquito (o un mucho) más.

Es por lo anterior, que la presente investigación pretende lograr un mejoramiento en los procesos didácticos en los docentes y de aprendizaje en la resolución de problemas en los estudiantes que en un mediano plazo los conduzca a obtener mejores resultados académicos y sobretodo, les permita enfrentarse en forma exitosa a situaciones problemáticas de la vida real, cuando el ejercicio de su profesión así se lo exija.

En razón a lo anterior, el impacto que se desea alcanzar con el desarrollo de esta importante investigación, es en primera instancia, lograr superar las dificultades

presentadas por los niños de la básica primaria en el área de las matemáticas y en especial en la resolución de problemas aritméticos, mediante el diseño y aplicación de un modelo didáctico alternativo.

Además, en segunda instancia el autor dará a conocer dicho modelo y resultados, en el desarrollo en el foro municipal con el fin de obtener apoyo por parte de la secretaria de educación y con el de motivar a los demás docentes a utilizar este modelo como herramienta didáctica en sus aulas de clase.

CAPÍTULO II.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Planteado el problema de estudio, definidos los objetivos y siendo coherente con los planteamientos de Hernández, Fernández y Baptista (2010), es momento de sustentar teóricamente la investigación, ello implica hacer una revisión de antecedentes que se consideren válidos, exponer y analizar diferentes teorías, conceptualizaciones e investigaciones previas que permitan tener una panorámica general del campo del conocimiento en el cual hemos de incursionar y dar soporte teórico que ayude al alcance de los objetivos.

De acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista, las funciones de la perspectiva teórica dentro de una investigación son las siguientes:

- Ayuda a prevenir errores que se han cometido en otras investigaciones.
- Orienta sobre cómo habrá de realizarse el estudio. En efecto, al acudir a los antecedentes nos podemos dar cuenta de cómo se ha tratado un problema específico de investigación:
 - a. Qué clases de estudios se han efectuado.
 - b. Con qué tipo de participantes.
 - c. Cómo se han recolectado los datos.
 - d. En qué lugares se han llevado a cabo.
 - e. Qué diseños se han utilizado.

Aun en el caso de que se desechen los estudios previos, éstos orientan sobre lo que se desea y lo que no se desea para la investigación.

- Amplía el horizonte del estudio o guía al investigador para que se centre en su problema y evite desviaciones del planteamiento original.
- Documenta la necesidad de realizar el estudio.
- Conduce al establecimiento de hipótesis o afirmaciones que más tarde habrán de someterse a prueba en la realidad, o nos ayuda a no establecerlas por razones bien fundamentadas.
- Inspira nuevas líneas y áreas de investigación (Yurén Camarena, 2000).

- Provee de un marco de referencia para interpretar los resultados del estudio. Aunque podemos no estar de acuerdo con dicho marco o no utilizarlo para explicar nuestros resultados, es un punto de referencia.

Teniendo en cuenta lo anterior, para la elaboración del marco teórico de la investigación sobre el diseño e implementación de un modelo didáctico para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, se inicia con la revisión de fuentes primarias como libros, artículos científicos, ponencias o tesis doctorales, de las cuales se extrae la información más conveniente, relevante, pertinente y acorde igualmente con el problema de investigación planteado, la metodología, la recolección y análisis de datos, el tipo de investigación y el contexto.

Posteriormente, se citan los antecedentes, sobre investigaciones afines relevantes, que se han llevado a cabo a nivel mundial y nacional.

Por otro lado, teniendo en cuenta las palabras claves de esta investigación, se definen de forma textual y por expertos en el tema de educación.

Finalmente, se adjunta todo lo relacionado con los referentes legales al respecto del tema de las matemáticas y de la resolución de problemas.

2.1 Bases teóricas, investigativas, conceptuales y legales

2.1.1 Bases teóricas

2.1.1.1 Evolución histórica del proceso de enseñanza – aprendizaje

Habiendo hecho una aproximación a los conceptos de pedagogía y didáctica, es importante hacer un rápido recorrido alusivo a la evolución de la educación desde la época clásica hasta la actualidad teniendo como base a Jaramillo (1990) y el colectivo de autores de la Universidad de la Habana (2000) entre los cuales se encuentran Canfux, Rodríguez, Rojas, Ojalvo, entre otros.

De acuerdo a Canfux (s.f), el pensamiento pedagógico es una consecuencia del devenir histórico de la humanidad. La ciencia es una expresión importante del desarrollo de la sociedad y la ciencia pedagógica es parte de ésta. En un inicio, es en los países del oriente antiguo donde las ideas pedagógicas se llevan a la práctica y se establecen instituciones para el aprendizaje de los conocimientos a las que asisten las clases privilegiadas. Hay manuscritos muy antiguos de China, la India, Egipto y otros países donde aparecen ideas y pensamientos de valor acerca de las cualidades que debe tener el maestro y el alumno, que se reconocen por la humanidad y son parte del desarrollo cultural de estos pueblos.

Más adelante este pensamiento pedagógico se desarrolla en otras civilizaciones esclavistas como Grecia y Roma con figuras como Sócrates, Platón, Aristóteles, entre otros, cuyas disertaciones contienen ideas sobre la enseñanza y la educación que tienen vigencia en la actualidad.

En la época clásica la educación tenía en cuenta los siguientes periodos: la palestra, que era el lugar de lucha, donde se iniciaba el ejercicio gimnástico y deportivo bajo la dirección de un paidotriba, el cual literalmente golpeaba al niño para que aprendiera; la didaskaleia, donde bajo la dirección de un didaskalo se inicia al niño en la lectura y la escritura; el gimnasio bajo la dirección de un gimnasiarka, donde se perfecciona la actividad deportiva y la filología y finalmente la efebía donde se daba el entrenamiento militar y la profundización intelectual.

Atenas acentúa la educación filológica e intelectual, mientras Esparta da mayor importancia a lo militar. Con el pasar del tiempo la cultura griega cambia debido al desarrollo urbano, y a la densificación de población, navegantes, comerciantes y artesanos.

A partir de esto, la política entra a jugar un papel importante en la educación. Ahora no solo se prepara únicamente al hombre libre sino también para ser conductor de la polis por medio de la retórica y la oratoria, siendo Isócrates el mejor exponente de este nuevo rumbo de la pedagogía griega.

Aparece también la moneda como medio de cambio de productos y con ello los problemas de tipo matemático como contar y llevar cuentas, como resultado de las nuevas exigencias a la educación griega, ahora se debe educar para ser un conocedor de hombres, político, diplomático, pulido, y los sofistas como Gorgias, Protágoras, Hipias, Trasímaco e Isócrates, serán los representantes del nuevo ideal pedagógico en medio de una controversia muy fuerte entre Isócrates con su ideal teórico orador y Platón con su ideal de educación basado en la ciencia y la filosofía. Sócrates, por su parte coloca la educación moral en el centro de toda actividad pedagógica y dice que se debe formar en lo intelectual y el adiestramiento de la razón por medio del método dialectico.

El periodo helenístico se centra en la educación personalista y la educación política o comunitaria, con alto contenido humanístico y teológico. No se puede olvidar que la pedagogía antes que enseñar unas ciencias es el arte de modelar en otros o de ayudarles a modelar en sí mismos, un tipo ideal de hombre, el problema pedagógico en adelante es antropológico y filosófico.

Por otro lado, las escuelas de la edad antigua se organizaban alrededor de un gran maestro (Sócrates, Platón, Pitágoras, Isócrates, Aristóteles, etc.), tenían carácter de fraternidades cerradas con una relación muy estrecha entre el estudiante y el maestro. En el periodo helenístico la educación basada en la filosofía y las letras toma una estructura similar a la de nuestros días, esta estructura incluye las llamadas siete artes liberales, de las cuales la retórica, la dialéctica y la gramática conformaban el trívium y la matemática, la música, la geometría y la astronomía conformaban el cuadrivium. Igualmente, es importante tener en cuenta la concepción pedagógica romana de la edad antigua, uno de los grandes contrastes entre el sistema pedagógico griego y el romano radica en el papel jugado por la familia en la formación de la joven. Aunque en roma también existió el esclavo preceptor el padre y la madre intervenían directamente en la educación de los hijos; cuando la madre no podía llenar a cabalidad su papel, escogía para la crianza a alguna mujer respetable, de edad madura y de carácter severo.

Así mismo, el romano noble menospreciaba el deporte, la música y la danza tan importantes en la formación del pueblo griego, a medida que fue pasando el tiempo, principalmente los deportes fueron abandonados a la plebe y atletas profesionales. El joven romano debía prepararse entonces, para ser político, jurista y ante todo para ser buen conservador del patrimonio de la familia, igualmente debían ser bilingües, pero iniciando la formación en el otro idioma al terminar la infancia, por influencia de los griegos fueron retóricos, refinados y sofistas. La educación romana era estatal en la cual los maestros eran pagados con fondos del tesoro imperial y tenían privilegios como la exención de impuestos, muchas personas se dedicaban a la enseñanza como manera de ascender en la escala social y dejar la calidad de esclavo. En esta etapa de la educación se crearon muchas bibliotecas imperiales y centros llamados Ateneos, donde se profesaba la filosofía y la jurisprudencia.

Finalmente, la edad antigua cierra con el cristianismo el cual transforma la concepción de la paideia clásica e introduce la cristopaideia como nuevo ideal educativo. La nueva pedagogía tendrá por lo tanto un sentido religioso y es encomendada a la familia y la iglesia, se tiene un profundo respeto por el conocimiento y por quien enseña, la instrucción escolar no comenzaba antes de los seis años y se otorgaba alta dignidad al maestro quien se colocaba por encima de los padres ya que los padres solamente se limitaban a dar la vida y el maestro era el que guiaba hacia el mundo futuro, se profesaba que el temor al maestro era igual al temor al cielo.

De igual forma, la época medieval inicia con la caída del imperio romano en el año 476 d.c y finaliza a finales del siglo XV d.c, la educación medieval estuvo caracterizada por tres tipos de escuelas: las monásticas, las catedralicias y las parroquiales, las catedralicias fueron la primera escuela rural. Estas escuelas medievales estaban organizadas sobre la base del viejo sistema helenístico de las siete artes liberales (trívium y cuadrivium), el griego fue totalmente excluido y el latín que era la lengua oficial de la iglesia se aprendía de manera muy deficiente y se hizo énfasis en poder leer y entender al mismo tiempo, cosa que no se hacía en latín.

Además, el renacimiento y el barroco constituyen un periodo de transición entre la edad media y el mundo moderno, donde la filosofía escolástica se deja de lado y se estudia a Platón, la filología y la historia ocupan el centro de la enseñanza y se avocan nuevos métodos, la formación lingüística toma la supremacía sobre la filosófica.

A mediados del siglo XVI se presenta la reforma y la educación jesuita, donde se da gran hostilidad al aristotelismo que había dominado la educación escolástica y se presenta rechazo al legado de la antigüedad. Los jesuitas lograron una educación combinada de algunos textos y autores antiguos, el tradicionalismo religioso y el desarrollo técnico y científico del modernismo.

De la pedagogía moderna sobresalen personajes considerados clásicos del modernismo como Montaigne, Locke, Bacon, Descartes, Comenio, Rousseau y Pestalozzi a quienes se les deben numerosos descubrimientos psicológicos y pedagógicos que conservan vigencia hoy día.

Por otro lado, la educación de finales del siglo XIX y el siglo XX se caracteriza por un sistema pedagógico cerrado, sistemático, rigurosamente científico e intelectualista, fuertemente influenciado por la filosofía y la psicología donde se busca la formación en valores, intelectual y para el trabajo, basada en el interés del alumno, el docente se convierte en un guía dentro del aula. Se evidencia la renovación pedagógica con el concepto de escuela nueva donde se destacan eminentes psicólogos, médicos, pedagogos y hombres de ciencia.

De acuerdo a Rodríguez y Sanz (s.f), la escuela nueva o activa se denomina a aquellos intentos más prácticos que teóricos que se inician a finales del siglo XIX y que alcanzan su desarrollo en las primeras décadas del siglo XX, orientados hacia una crítica de la escuela tradicional y autoritaria predominante de la época. Este nuevo movimiento educativo constituye un reflejo de los profundos cambios y transformaciones socioeconómicos ocurridos y de las ideas filosóficas, psicológicas y pedagógicas que se desarrollan en este período.

La pedagogía toma nuevos rumbos metodológicos y didácticos con apoyo en la psicología moderna, el psicoanálisis y la filosofía, el método de enseñanza pasa del texto a métodos audiovisuales, los idiomas se aprenden de forma hablada y escrita, el aprendizaje va de la mano de la edad de los niños, se armoniza la educación intelectual, moral y física, las orientaciones sexuales, el trabajo manual, el canto y la formación ética y estética. El estudiante es activo en el seno del aula, por su parte el docente es quien estimula y dirige, pero no da acabados los conocimientos para que el alumno memorice, el aprendizaje se da a partir de problemas planteados por el profesor para que el estudiante los resuelva con ayuda de bibliotecas, laboratorios, museos etc.

Así mismo, a finales del siglo XIX y durante el siglo XX se originan corrientes pedagógicas y teorías del aprendizaje como el conductismo en donde sobresalen personajes como Skinner, Watson, Pavlov, Bandura y Thorndike. El conductismo estudia el comportamiento observable y considera el entorno como un conjunto de estímulos-respuestas donde el aprendizaje es gradual. El cognitivismo, por su parte, se basa en la idea de que el aprendizaje se produce a partir de la propia experiencia, pretende lograr el aprendizaje significativo con sentido y desarrollar habilidades estratégicas generales y específicas de aprendizaje aquí sobresalen Gagné, Bruner, Anderson, Gardner, Novak, Rummelhart y Norman.

En el constructivismo sobresalen Vygotsky, Piaget, Ausbel, Lave y Wenger, Bransford, Hasselbring, Grabinger, Spiro y cols, aquí el aprendizaje se da a partir de la experiencia en el contexto, el docente es el mediador y facilitador y el estudiante es activo en su proceso de aprendizaje.

Hoy la educación es blanco de muchas críticas y se exigen cambios en la función de los docentes, estudiantes y padres de familia con el fin de que el proceso de enseñanza aprendizaje deje definitivamente de ser una simple transmisión de contenidos y se oriente al desarrollo de competencias ciudadanas, laborales y cognitivas, a la construcción del conocimiento y al aprendizaje significativo, sin embargo, en lo que respecta a la educación superior, muchas universidades están comprometidas

políticamente, donde los postulados de transparencia, equidad e igualdad son pura retórica, es un contexto donde es imposible ejercer decisiones colectiva y democráticamente.

En este sentido, la educación superior, ha sido reducida a la educación terciaria, que responde a las habilidades que el mercado requiera, el capitalismo decide que es pertinente y el estado financia esas exigencias. En Colombia la educación está organizada en educación para la primera infancia, educación básica primaria, educación básica secundaria y educación media, la educación media puede ser de carácter académico o técnico.

Para todos los casos el Ministerio de Educación Nacional (MEN) define las áreas o disciplinas y estándares académicos a trabajar en el aula. En la primera infancia los docentes se dedicarán a un trabajo pedagógico tendiente al desarrollo de diversas dimensiones del niño. Para la educación básica el MEN a través de la ley general de educación (ley 115 de 1994) define nueve áreas fundamentales obligatorias: Ciencias naturales y educación ambiental, ciencias sociales, Educación artística, educación ética, educación física, educación religiosa, humanidades, matemáticas y tecnología e informática.

Para la educación media académica serán obligatorias las mismas áreas fundamentales de la educación básica más ciencias económicas, políticas y filosofía, a la educación media técnica se le adiciona la formación para el desempeño laboral.

Fuentes (1997), propone que el currículo es el contenido que se debe asimilar en aras de alcanzar un objetivo, es además un programa, un plan de trabajo y estudio, necesario para aproximarse al logro de los objetivos, que se da en un contexto social influido y determinado por las ideas sociales, filosóficas, políticas, pedagógicas.

El contexto en el que se encuentra inmersa la educación actualmente es el que impone el dinamismo social, la globalización, el sistema político, los mercados, el capitalismo, el sistema religioso, y el desarrollo tecnológico, estos son elementos relacionados estrechamente con la educación, que generan una gran apertura y una fuerte

competencia educativa a nivel nacional e internacional, en este sentido, las instituciones educativas deben responder a ello a través de sus planes de estudio.

Según Salinas (1997), las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) comienzan a superar la utopía de la comunicación humana exclusiva de la enseñanza presencial. En este sentido, el desarrollo tecnológico y la unión de la computación, la información y las comunicaciones, ha posibilitado el surgimiento de otras formas de enseñanza que facilitan la educación permanente desde la virtualidad. En el Coloquio Regional sobre el Desarrollo Futuro de la Educación en América Latina y el Caribe, celebrado en Caracas en 1980 se resalta la importancia del autoaprendizaje en las modalidades escolares y no escolares, un uso mayor de los medios de comunicación de masas y el desarrollo de programas de educación permanente.

De acuerdo a lo anterior, la educación actual se proyecta hacia la conformación de currículos abiertos que se desarrollan por medio de la conformación de redes de aprendizaje, donde los avances tecnológicos dan lugar a nuevas metodologías y estrategias en el proceso de enseñanza – aprendizaje. En este sentido, es creciente el número de campus virtuales, plataformas de trabajo en línea, procesos de formación a distancia, donde simplemente es disponer de dispositivos de comunicación y una buena conectividad para tener acceso a diferentes opciones educativas en el mundo entero.

El desarrollo de esta modalidad educativa requiere de quien la asume, alto grado de responsabilidad, autonomía y compromiso, de lo contrario puede llegar a ser un total fracaso. Sin embargo, la educación actual presenta contradicciones representadas en la falta de elementos que se dan en el aula, como son la vivencia de la interculturalidad, la articulación que se establece entre integrantes de la comunidad educativa y las relaciones sociales en general, elementos que constituyen un gran aporte a la formación del ser, del saber ser y el saber convivir.

Es importante señalar que pensar que la escuela es la correctora de los vicios e insuficiencias culturales, y que con ello los docentes son los responsables de la educación y conformación de la sociedad, es errado, por cuanto el proceso de

enseñanza aprendizaje se da en todos los ámbitos, independiente del concepto de formalidad o informalidad planteado por Savater (2001), es decir, la familia, la sociedad y el estado son responsables de la formación integral del educando, como lo plantea el MEN (2002) en la ley general de educación colombiana (ley 115 del 94).

La educación debe ser orientada a la formación del ser desde el alma y la moral si deseamos sociedades pacíficas y armónicas, tarea que desarrolla eficazmente el pedagogo. Desde una posición de humanización de la educación, el niño debe ser reconocido con sus cualidades irrepetibles para formarse sin desequilibrios, fortaleciendo su autoestima y autonomía, de lo contrario quedará expuesto a modelos brindados por la televisión, las bandas callejeras, grupos urbanos, grupos violentos, sectas satánicas o religiosas y muchas otras ofertas alternas a la educación, negociando su autoestima.

Para que una familia funcione educativamente, alguien allí ha de resignarse a ser adulto, actuar con madurez y tomar las riendas, ya que actualmente hay una crisis de autoridad en los hogares, dice Savater, no es mandar, sino ayudar a crecer a todos los miembros de la familia, principalmente los menores para inculcar en ellos principios y valores. Una autoridad amorosa que evite que más adelante sean las instituciones quienes impongan la realidad sin afecto y por la fuerza.

2.1.1.2 Factores que configuran el contexto de las dificultades en la resolución de problemas aritméticos en Colombia

Los problemas de aprendizaje y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y en la resolución de problemas, son situaciones en las que se puede encontrar un estudiante de básica primaria, puede ser de tipo cognitivo, físico o mental, o por algún problema social en el cual se encuentre el estudiante.

Como argumenta Kilpatrick (1998) quien habla sobre las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas teniendo en cuenta tres componentes: el

problema, interrogante o cuestión que se plantea el alumno, a quien se plantea el problema y la situación en que se resuelve el problema.

Si se detecta una dificultad de aprendizaje, es necesario realizar un diagnóstico, que nos permite saber si el niño que aparenta tener dificultades en alguna área en especial, en nuestro caso es matemática realmente las tiene y en qué consisten.

Pero, para esto se debe tener claro el concepto de dificultad de aprendizaje. Según Santiuste, González - Pérez (2005) mencionan:

“Puede decirse que las dificultades de aprendizaje se definen como aquellas dificultades de aprendizaje que están constituidas por un conjunto heterogéneo de problemas cuyo origen es, probablemente, una disfunción del sistema nervioso central. Se manifiestan primariamente con problemas en el ámbito lingüístico y con defectos de procesamiento en los principales factores cognitivos (atención, percepción, memoria), derivadamente, en el ámbito de las disciplinas instrumentales básicas (lectura, escritura, matemáticas) y, secundariamente, en las diversas áreas curriculares (ciencias experimentales, ciencias sociales, segundo idioma). Cursan, además, con problemas de personalidad, auto concepto y sociabilidad, y pueden ocurrir a lo largo del ciclo vital del sujeto” (p.75).

En el caso concreto del área de matemática, es importante realizar el diagnóstico, donde se pueda evidenciar cual es en verdad la situación que padece el estudiante, teniendo en cuenta la parte de la geometría y la estadística, para determinar si existe una enfermedad que pueda degenerar el proceso de aprendizaje como (dislexia, disgrafía, dispraxia, etc.).

Sin embargo, la dificultad también está relacionada con el lenguaje ya que es a través de este que se pueden interpretar los planteamientos matemáticos, influyendo en alteraciones de la atención perdiendo de vista conceptos importantes para aprender matemáticas.

Otro factor determinante en los problemas de aprendizaje es la inadecuada enseñanza y transmisión de conocimiento, puesto que muchas veces no se acomoda a las necesidades de los alumnos y por ello es difícil que los estudiantes capten tales conocimientos.

Por lo anterior, es indispensable tener en cuenta la perspectiva desde la afectividad ya que así podremos saber e identificar si el niño tiene o no dificultad real en el aprendizaje o tiene otro tipo de problema que le impide asimilar el concepto. Eso sí, sin olvidar que la competencia numérica del niño se halla relacionada con el desarrollo del pensamiento logicomatemático puesto que es construido a partir de la interacción con su entorno, por ello teniendo en cuenta estos factores, podemos identificar las dificultades del aprendizaje de matemáticas.

Se debe entonces, usar lenguajes acordes con la edad de los alumnos que sirvan de apoyo para la asimilación y construcción del pensamiento, implementar estrategias novedosas en el aula que motiven al estudiante sin olvidar que la matemática no es solo adquisición de conceptos y reglas sino que es la base para el desarrollo del pensamiento y así para evitar dificultad en el aprendizaje.

Otro factor que determina los problemas en el aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con el sistema nervioso central, es decir el cerebro, cuando existe una disfunción en el hemisferio derecho y sus lóbulos, es decir que es problema médico más que del individuo en sí, como lo señalan Romeo y Lavigne (2004), en donde la primera es generada especialmente por problemas biológicos y cerebrales; y la segunda se refiere más a los problemas escolares o bajo rendimiento, las cuales se focalizan en la privación social y cultural, es decir, en aquellos escenarios que influyen en el desarrollo del estudiante. Sin embargo los problemas de aprendizaje obedecen a múltiples factores como los son la herencia y anomalías genética, que se heredan de padres a hijos; complicaciones prenatales y durante el nacimiento que marcan el desarrollo físico, psíquico y emocional del niño; enfermedades que afecten el sistema nervioso, accidentes o golpes en la cabeza; alimentación y cuidados inadecuados, esto en relación a la desnutrición y descuido cuando el niño se enferma y no se atienden sus necesidades básicas, lo cual se refleja en la concentración y asimilación de conceptos. Los factores familiares y sociales como la pobreza que dificulta un sinnúmero de necesidades básicas de los alumnos, el maltrato e indiferencia, conflictos,

estrés, hacinamiento, baja autoestima, entre otros; es decir cualquier problemática o situación que presente los alumnos puede influir de manera negativa en el aprendizaje no solo de las matemáticas sino de todas las áreas del conocimiento.

Aprender matemáticas es un proceso lento, que se va desarrollando con el paso del tiempo y con una práctica constante, por lo cual no podemos olvidar que vamos a trabajar con niños o jóvenes que no tienen la habilidad que el maestro tiene para resolver un problema.

2.1.1.3 Dificultades cognitivas de aprendizaje

Los problemas del aprendizaje afectan a 1 de cada 10 niños en edad escolar. Son problemas que pueden ser detectados en los niños a partir de los 5 años de edad y constituyen una gran preocupación para muchos padres y maestros ya que afectan al rendimiento escolar y a las relaciones interpersonales de sus hijos, ya que a los alumnos en el aula lo que dificultaría el adecuado desarrollo de las clases. No todos los problemas de aprendizaje, se refieren a enfermedades, sino que puede estar relacionado con una cantidad de situaciones que en muchos casos no es fácil detectar.

Por lo tanto, son muchos los términos que se tienen para referirse a la población que presentan este tipo de dificultad; Ostad (1998), en Noruega, habla de discapacidad en matemáticas; en Inglaterra, Hitch y McAuley (1991), de dificultades aritméticas específicas; en Canadá, Rourke y Conway (1997) se refieren con el término de discapacidad en aritmética y en el razonamiento matemático. En Estados Unidos, Geary (2004) utiliza entre otros Dificultades de la resolución de problemas matemáticos de estudiantes de grado 501 Colegio Floresta Sur, sede b, jornada tarde, Localidad de Kennedy 29 términos, niños con discapacidad matemática y el de discapacidad matemática, y Ginsburg (1997) se refiere a ellas como dificultad de aprendizaje en matemáticas al igual que en España, sin embargo, este país hace una

propuesta desde un enfoque neuropsicológico denominando a estas dificultades como: discalculia o discalculia evolutiva (Romero & Lavigne, 2005).

Un niño o niña con problemas de aprendizaje suele tener un nivel normal de inteligencia, de agudeza visual y auditiva. Es un niño(a) que se esfuerza en seguir las instrucciones, en concentrarse, y portarse bien en su casa y en la escuela. Su dificultad está en captar, procesar y dominar las tareas e informaciones, y luego a desarrollarlas posteriormente. El niño con ese problema simplemente no puede hacer lo que otros con el mismo nivel de inteligencia pueden lograr.

Un niño que presenta estos problemas, de alguna manera se relaciona con otros niños de su misma edad, juega, habla, etc., sus esquemas neurológicos son un tanto distintos para descubrir las cosas del mundo que los rodea.

Estos problemas pueden causar que a un niño se le dificulte hacer o realizar una cantidad de actividades que son normales en su edad; si es niño le gustará jugar, brincar, en si todo lo que hacen los niños. Generalmente se afectan destrezas en la lectura, ortografía, escucha, hablar, razonar, y matemática.

Se puede concluir que para el contexto educativo las dificultades que presentan los estudiantes en el área de matemáticas se denominan dificultades del aprendizaje (DA) y según las evidencias que se presenten en el proceso de aprendizaje teniendo en cuenta factores que lo alteren desde una mirada de la neuropsicología se denomina discalculia. Por lo tanto, los estudiantes que tienen un desempeño normal, pero su rendimiento es significativamente bajo y su capacidad para realizar tareas que involucran el cálculo mental y la resolución de problemas están por debajo de su capacidad, presentan DAM. En la realización de las tareas matemáticas se pueden encontrar presentes diferentes procesos implicados: traducir, integrar, planificar, operar y revisar que exigen que los estudiantes tengan determinados conocimientos que abarcan desde hechos numéricos, formulas, reglas entre otros, como aquellos conocimientos previos adquiridos de su contexto en forma espontánea y de su experiencia con el entorno cuantitativo.

Cuando el niño tiene un problema del aprendizaje, él o ella, puede presentar cualquiera de los siguientes síntomas, los cuales son descubiertos generalmente en los primeros años de la primaria.

Puede tener problemas en aprender el alfabeto, hacer rimar las palabras o conectar las letras con sus sonidos.

Puede cometer errores al leer en voz alta, y repetir o detenerse a menudo.

Puede no comprender lo que lee. Puede tener dificultades con deletrear palabras.

Puede tener una letra desordenada o tomar el lápiz torpemente.

Puede luchar para expresar sus ideas por escrito.

Puede aprender el lenguaje en forma atrasada y tener un vocabulario limitado.

Puede tener dificultades en recordar los sonidos de las letras o escuchar pequeñas diferencias entre las palabras.

Puede tener dificultades en comprender bromas, historietas cómicas ilustradas, y sarcasmo. Puede tener dificultades en seguir instrucciones.

Puede pronunciar mal las palabras o usar una palabra incorrecta que suena similar.

Puede tener problemas en organizar lo que él o ella desean decir o no puede pensar en la palabra que necesita para escribir o conversar. Puede no seguir las reglas sociales de la conversación, tales como tomar turnos y puede acercarse demasiado a la persona que le escucha.

Puede confundir los símbolos matemáticos y leer mal los números.

Puede no poder repetir un cuento en orden (lo que ocurrió primero, segundo, tercero).

Puede no saber dónde comenzar una tarea o cómo seguir desde allí.

Si el niño tiene problemas inesperados al aprender a leer, escribir, escuchar, hablar, o estudiar matemáticas, entonces los maestros y los padres pueden investigar más. Lo mismo es verdad si el niño está luchando en cualquiera de estas destrezas. Es posible que el niño tenga que ser evaluado para ver si tiene un problema del aprendizaje.

2.1.1.4 Definición de problema del aprendizaje

El Acta para la Educación de Individuos con Discapacidades (IDEA) define un problema del aprendizaje específico como “un desorden en uno o más de los procesos psicológicos básicos involucrados en la comprensión o uso del lenguaje, hablado o escrito, que puede manifestarse en una habilidad imperfecta para escuchar, pensar, hablar, leer, escribir, deletrear o hacer calculaciones matemáticas, incluyendo condiciones tales como problemas preceptuales, lesión cerebral, problemas mínimos en el funcionamiento del cerebro, dislexia, y afasia del desarrollo.”

Pero hay unos problemas que la ley no incluye y tienen que, con dificultades de la visión, audición o coordinación motora, del retraso mental, de disturbios emocionales, o desventajas ambientales, culturales, o económicas.

2.1.1.5 Como identificar una dificultad

Para identificar las dificultades de aprendizaje que puedan presentar los estudiantes, es indispensable conocerlos para hacer un diagnóstico preciso de las dificultades que presenten cada uno de ellos, porque desde allí el maestro puede determinar cómo enseñarles a estos estudiantes.

El diagnóstico nos permite saber si el niño que aparenta tener dificultades en matemática realmente las tiene y en qué consisten. Habitualmente, se explora únicamente la aritmética, pero es necesario explorar también la geometría.

No sólo se debe saber qué habilidad o habilidades matemáticas están afectadas, sino también si es una dificultad en matemática aislada o si es un elemento más en una dificultad de aprendizaje que afecta otras funciones aprendidas, o que existe una enfermedad que pueda degenerar el proceso de aprendizaje como (dislexia, disgrafía, dispraxia, etc.). Por lo tanto, si bien el estudio pedagógico es lo fundamental, no resulta

suficiente para que el estudiante pueda asimilar los contenidos de manera adecuada (escala de inteligencia de Wechsler para niños, en su tercera edición, WISC-III).

Durante el trabajo en la escuela se observa el desempeño del niño o del adolescente frente a las tareas que se proponen, y también se teoriza sobre las capacidades cognitivas subyacentes a esa ejecución. Se distinguen entonces desempeño y competencia. El desempeño es lo visible. Se determinan, con pruebas que exploran las diferentes habilidades, la noción de número, el cálculo, y la resolución de problemas, que se elaboran a partir del currículo escolar, poniendo énfasis en los objetivos generales y específicos de la materia.

El estudio de la competencia va más allá y explora el potencial del sujeto, su actividad cognitiva, cómo construye sus conocimientos, qué posibilidades tiene de acceso a los mismos, cómo conceptualiza, qué formas de representación utiliza, cómo aparecen y qué hace con los obstáculos, cómo responde a la intervención o a la enseñanza de un nuevo conocimiento. La competencia debe fundamentarse en modelos teóricos. Las actividades que se desarrollan durante el diagnóstico se registran, y así podrá disponerse de ellas al analizar los resultados y elaborar la hipótesis diagnóstica.

Para explorar la geometría se observa si el niño identifica las formas presentadas en el plano y las nociones básicas representadas en ellas, como puntos, rectas y planos. Asimismo, si conoce los nombres y los asocia a la representación correspondiente, si maneja alguna clasificación y las posibles inclusiones de clases. La geometría requiere de una notación particular, mucho más que la aritmética. El uso correcto de este vocabulario está muy ligado al proceso de conceptualización; se indaga sobre trazados, es decir, la planificación que el niño realiza, el algoritmo apropiado, si es capaz de escribirlo o verbalizarlo, el manejo de los útiles de geometría adecuados, la verificación en cuanto a lo planificado y lo solicitado.

Con relación a la resolución de problemas, la dificultad puede estar vinculada al tipo de enunciado, su interpretación, al lenguaje específico, al grado de abstracción requerida, a los conocimientos previos que posea el niño. Esto indica cuál es el

rendimiento del niño en un momento dado y deja la duda acerca de si ese niño no puede tener mayores posibilidades que las demostradas y que haya motivos que determinen que su rendimiento actual sea inferior que el posible.

Entre esos factores puede estar, por ejemplo, una alteración de la atención, ya que en la matemática más que en otras asignaturas es importante no perder ningún paso de lo que se está enseñando, también una alteración de las prácticas o los conocimientos, que determinen dificultades en el cálculo escrito que la geometría, o del lenguaje, que dificulten la comprensión del enunciado de los problemas, esto refiere al lenguaje oral y escrito, y al lenguaje matemático y geométrico.

Hay que agregar un problema importante y frecuente que es la enseñanza inadecuada. El estudio deberá explorar también la afectividad cuyos problemas pueden estar en la base de la dificultad, porque si los niños no se sienten acompañados en su proceso de una manera afectiva podrá trascender a una dificultad para el aprendizaje.

Desde la afectividad podremos saber si el niño tiene o no dificultad real en el aprendizaje de la matemática. Saber si esta dificultad es primaria o duradera.

Saber, en caso de que se trate de una verdadera dificultad, cuál de las habilidades matemáticas está afectada y con qué intensidad.

Según estas teorías podemos entonces decir que hay un problema, y siguiendo el Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales, en su tercera edición (DSM-III), se considera que esta dificultad existe: Cuando el desempeño es muy inferior con relación al esperado para la edad y el nivel escolar. Cuando se produce un impacto importante en la escuela y la vida cotidiana.

2.1.1.6 El aprendizaje de matemáticas

En los últimos años, el estudio sobre el aprendizaje de la matemática alcanzado por niños en la básica primaria ha sido uno de los tópicos más trabajados en la psicología del desarrollo cognoscitivo. Los resultados muestran una conceptualización

significativa sobre el desarrollo temprano de la matemática y de cómo se efectúa su aprendizaje en la escuela. La mayoría de las investigaciones consideran que el aprendizaje de los números y la aritmética constituye una parte importante del currículum escolar y que los conceptos numéricos representan la base sobre la cual pueden desarrollarse elevadas competencias numéricas (Res Nick, 1989).

Según la visión constructivista de los aprendizajes tiene como teoría de base el trabajo de Piaget, especialmente, la descripción sobre la génesis del número.

En esta teoría, los conceptos matemáticos primarios son construidos mediante la abstracción reflexiva, en la que el sujeto realiza una lectura de sus propias acciones sobre los objetos, lo que le permite descubrir relaciones entre ellas y luego reflejarlas en la realidad exterior. Por tanto, el desarrollo de la competencia numérica del niño se halla relacionado con el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

El pensamiento lógico-matemático es construido por el niño desde su interior a partir de la interacción con el entorno. Se deben, entonces, retomar desde aquí las dificultades de aprendizaje de matemática que ya hemos tratado para encontrar las razones que nos ayuden a comprender dichas situaciones.

Kamil (1994), muestra que los conocimientos aritméticos a los que la escuela dedica mucho tiempo no son asimilados por los niños cuando se pretende transmitirlos mecánicamente. Tales conocimientos son producto de construcciones de un pensamiento autónomo, mediante la generación de hipótesis, regularidades que aplica como esquemas de pensamiento en situaciones posteriores. Según el autor, la aritmética debe surgir del pensamiento de cada niño a medida que va estructurando su realidad lógicamente.

Simultáneamente, encontramos otra corriente que ha desarrollado investigaciones relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de la aritmética (Vygotsky y Gavino, 1996). Desde allí se plantea que, para el aprendizaje de la aritmética, debe haber una mediación personal y simbólica para que el niño construya su pensamiento.

Utilizando lenguajes acordes a la edad del niño y que le servirán de apoyo para el niño asimilar y construir su pensamiento, cuando esto no se permite en la escuela puede entonces surgir una dificultad de aprendizaje.

Desde esta perspectiva, el niño puede conceptuar a través de los sistemas simbólicos que la cultura pone a su disposición, de modo que interiorizar una función o un contenido cultural supone la presencia del educador y de los símbolos como mediadores, aquí también podemos agregar todo aquello que sirva como mediador para facilitar el aprendizaje, como juegos, materiales lúdicos, cuentos y todo aquello que pueda motivar al estudiante.

2.1.1.7 Como aprenden matemáticas los niños

Aquí se debe, trabajar la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética dentro de nuestro contexto educativo. Según Res Nick (1989), existe un amplio consenso en torno a la consideración de los problemas del aprendizaje de la aritmética, entre ellos, figuran los relacionados con:

-Los conceptos numéricos son contruidos normalmente por los niños en ambientes “naturales”, por tanto, resultan válidos como base para un futuro desarrollo del conocimiento matemático. Al respecto, Vygotsky (1979) sostiene que: “Todo tipo de aprendizaje que el niño encuentra en la escuela tiene su propia historia previa. Por ejemplo, los niños empiezan a estudiar aritmética en la escuela, pero mucho tiempo antes han tenido ya alguna experiencia con cantidades. Por consiguiente, los niños poseen su propia aritmética preescolar,” (p. 130). Igualmente, Bermejo (1990), afirma que el niño construye la aritmética en dos contextos separados: en el aula y fuera de ella; de modo que las estrategias y métodos autogenerados que suele utilizar para solventar problemas aritméticos en contextos extraacadémicos expresan mejor el modo de pensar infantil y están desconectados de los procedimientos escolares.

También, señala este autor que la aritmética que se estudia habitualmente en la escuela no tiene nada que ver con el mundo de los objetos físicos, ni con los problemas del mundo real, ni con los métodos autogenerados por los niños. En consecuencia, la práctica escolar actual no parece estar construida sobre estos conocimientos naturales, de hecho, los suprime deliberadamente, por ser una práctica orientada hacia la ejercitación para el cálculo.

El desarrollo de rutinas sistemáticas por parte del maestro, origina que el niño interprete que éstas tienen valor en él mismo (sé sumar, sé leer, etc.) independientemente de su uso. En razón de ello, Brissiaud (1993, p. 14). Sostiene que “... el mal endémico que sufre la enseñanza de la matemática en la escuela elemental es muy conocido: los niños saben calcular más o menos, pero no saben resolver problemas”. Esto se evidencia en la mecánica de las “planas” de sumas y restas, con la finalidad de adiestrar al niño para producir una respuesta estereotipada.

También se percibe en las aulas es que la enseñanza de la matemática está centrada en la manipulación formal de símbolos. En este aspecto, el programa oficial de matemática para la primera etapa de Educación Básica (Ministerio de Educación, 1997), recomienda a los maestros “evitar la simbolización precipitada”. Igualmente, Res Nick (1989) sostiene que la enseñanza escolar presta atención a los símbolos aritméticos y no a las cantidades que ellos representan, es decir, hay una preferencia por una actuación sintáctica sin ninguna referencia a la semántica. Esto ocurre porque casi todo el tiempo de instrucción es dedicado a la aritmética escrita y al cálculo, a los que les asigna gran peso en las pruebas que con regularidad efectúan los niños. Es por ello que cuando los niños no pueden comprender estos símbolos se presentan resultados desastrosos porque ven que la matemática no es interesante o no sirve para nada.

Analizando las dificultades de aprendizaje según Skinner y Pavlov se pueden presentar porque los docentes no estimulan a sus estudiantes o refuerzos positivos donde el estudiante encontrará un motivo interesante para por el cual adquirir en aprendizaje,

según estos autores el aprendizaje se da por medio de refuerzos positivos o condicionados en los cuales el niño desde un buen estímulo dará una respuesta positiva que debe ser el aprendizaje. Cuando los educadores no implementamos estrategias nuevas en el aula para generar en el estudiante motivación, la educación para el niño va a ser una dificultad.

El área de matemática por lo general está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos, reglas y fórmulas para solucionar problemas, dejando de lado que la función de la matemática en la escuela es el desarrollo del pensamiento, y no solo para solucionar problemas matemáticos sino para el trabajo en cada una de las materias que se trabajen en la escuela. Es aquí donde tiene importancia el trabajo matemático en los niños. Si comenzamos a mirar la matemática como algo bueno, que tiene sentido, si la trabajamos de la manera más sencilla, será más fácil para el niño comprender los conceptos matemáticos. Desde luego tendrá que ir avanzando, pero eso se va llevando con el desarrollo del niño, desde la edad, desde el avance cognitivo, desde sus propias capacidades, porque hay que tener en cuenta no todos los niños ni jóvenes aprenden de la misma manera, unos son más lentos otros son más rápidos, es el maestro el que debe estar preparado para trabajar con el niño desde su necesidad.

La matemática escolar trata de dar una explicación y solución a las situaciones provenientes de la problemática real en el aula de clase y fuera de ella, porque es allí donde el estudiante va a utilizar cada uno de los conocimientos adquiridos. Por eso la matemática es un buen referente de los conocimientos a movilizar en el aula.

Las dificultades de aprendizaje de la matemática han sido estudiadas con mucha antelación por muchos teóricos que a largo de la historia se han podido conocer.

Las dificultades de aprendizaje pueden ocurrir por multiplicidad de situaciones, es decir, que en la realidad o en la vida cotidiana todo se puede convertir en una dificultad para el aprendizaje de matemática y cualquier otra área del conocimiento. Por ejemplo, los computadores son de mucha importancia en la actualidad, se podría decir que aquella persona que no maneja la computadora es analfabeta, pero una persona que

se dedique solo a la computadora, a través de sus juegos, incluso la puede manejar perfectamente, pero no saca tiempo para estudiar matemática, si es estudiante, va a presentar muchas dificultades en su proceso académico; entonces podríamos decir que la computadora se convirtió en una dificultad para el aprendizaje de matemática. Ese puede ser un ejemplo, pero hay múltiples situaciones; en la edad escolar, si el niño trabaja, si hace mucho deporte, si al mismo tiempo que estudia también participa en otras actividades del colegio y esto le quita tiempo para el estudio.

Desde esta perspectiva entonces el alumno también deberá autorregular su propio aprendizaje, y al maestro deberá también estar ahí para apoyarlo.

En palabras de autores reconocidos Loper, Hallahan y Lanna (1982), si "la capacidad de autorregular el propio aprendizaje, es decir, de planificar qué estrategias hay que utilizar en cada situación de aprendizaje, aplicarlas, controlar el proceso de utilización, evaluarlo para detectar los errores que se hayan cometido y modificar, en consecuencia, la nueva situación" nos encontramos con que los niños con problemas de aprendizaje presentan una falta de capacidad para aprender por sí mismos aquella información que no se les ha dado y que es necesaria para resolver un problema, así como en la incapacidad de generalizar lo aprendido, lo que es consecuencia, a su vez, de las dificultades que estos sujetos presentan para planificar y regular sus procesos de conocimientos.

2.1.1.8 El papel histórico de la Resolución de problemas en la Educación matemática.

Antes de hacer referencia directamente a la resolución de problemas como tema propio de la educación matemática conviene tener en cuenta importantes referencias que hacen pública la evolución de este tema. Stanic y Kilpatrick (1989) hacen referencia al lugar que han ocupado los problemas de matemáticas en la educación matemática. Para ello incluso referencian importantes escritos de la antigüedad en los que aparecen

problemas aritméticos, algebraicos, de suma de series y de fracciones. Problemas que eran propuestos incluso a niños. Esta referencia se ofrece para mostrar la importancia que se les ha dado a los problemas en la enseñanza de las matemáticas.

De igual manera, Reiss y Törner (2007) mencionan la correspondencia que sostenían matemáticos como Gauss con sus colaboradores en el afán de dar solución a algunos de sus planteamientos problémicos. La necesidad de dar solución a problemas es motivo de referencia para rescatar la importancia que cobra un problema cuando ha sido solucionado. Solucionar problemas ha sido entonces importante para el desarrollo de las ciencias, especialmente de las matemáticas.

Si bien, la solución de un problema puede proveer resultados importantes para las mismas matemáticas, algunos observadores perspicaces comenzaron a ver que el poder dar solución a un problema implicaba una serie de acciones mentales sumamente interesantes. Al respecto, Reiss, et al. (2007) hablan del trabajo del matemático Jacques Adamar, quien en un libro llamado la invención o el descubrimiento en matemáticas propuso una serie de etapas: la preparación, incubación, iluminación y verificación. Etapas que intentaban clasificar el proceso desarrollado por alguien inmerso en el ejercicio de dar solución a un problema.

Por lo tanto, se podría afirmar que en principio el interés por los problemas fue un tema de matemáticos. No obstante, a principios del último siglo del pasado milenio, expertos de otros campos emprendieron interesantes investigaciones motivadas por un hecho claro: saber qué pasaba, qué procesos mentales se desarrollaban mientras las personas resolvían problemas. Psicólogos como Marx Wertheimer y Karl Dunker, representantes de la psicología de la Gestalt, se dieron a la tarea de realizar investigaciones en los procesos de pensamiento implicados en la resolución de problemas (Reiss et al., 2007). Uno de los más importantes planteamientos de los movimientos psicológicos, y vigentes hasta hoy, afirma que los educadores deben apuntar, con la resolución de problemas, a posibilitar la comprensión de problemas y de las temáticas que bien sean tratadas a través de ellos. Con ello se hace referencia

al alejamiento de la repetición de los procesos algorítmicos, pues estos no conducen al desarrollo de pensamiento (Reiss et al., 2007).

Después, hacia 1945 se da la aparición del texto, que, en cuanto a resolución de problemas, se puede decir sienta un precedente que demanda a la comunidad de educadores matemáticos la urgente consideración de la resolución de problemas como temática obligada en el aula de clase. Aquí, nos referimos al texto de George Polya. Históricamente la aparición del texto es importante porque da origen a las consideraciones o formas en las que ha sido entendida la resolución de problemas.

Pero, aunque el texto no parece haber sido trascendental para la educación matemática desde su publicación, si lo ha sido con el tiempo. Si bien los planteamientos de Polya (1945) han recibido elogios y muchos adeptos, también ha recibido críticas. Tales críticas aunadas a las diferentes interpretaciones hechas a su teoría marcarían una de las más importantes situaciones presentadas hacia finales de los años 80 del siglo pasado: la consideración de diversas perspectivas de lo que es la resolución de problemas. Es en esta misma década donde sectores de la educación matemática deciden darle más importancia al tema; pues hasta los años 80 aproximadamente la Resolución de problemas se posicionaba como tema de investigación e interés, pero sin ocupar un lugar en el currículo (Gaulin, 2001).

A la fecha, podría decirse que la resolución de problemas es un tema “viejo”, pero su consideración en los currículos es relativamente nueva (Gaulin, 2001). El mismo Gaulin sostiene que es a partir de finales de los ochentas tras la aparición de los estándares internacionales de matemáticas que cobra especial importancia la resolución de problemas para la comunidad de educadores de matemáticas.

De otro lado, en Colombia de manera particular, el tema fue considerado durante la década de los noventas por el profesor Orlando Mesa, quien habla no de resolución de problemas sino de situaciones problema.

Más tarde, con la aparición de los lineamientos curriculares de matemáticas (Anexo B) hacia 1998, los temas son propuestos dentro de lo que en ellos se considera como los

procesos generales para una estructura curricular, siendo el planteamiento de la resolución de problemas, como lo pensaba Polya, su base principal.

Actualmente, por referenciar sólo Colombia, las investigaciones en el tema son crecientes. La comunidad de educación matemática le ha dado especial atención y parece haberse entendido la importancia de la resolución de problemas; tanto así que incluso otras áreas del conocimiento inscritas en los procesos educativos consideran hoy por hoy con gran seriedad la resolución de problemas.

2.1.1.9 La actividad matemática por excelencia: resolver problemas.

Catalogada como la actividad matemática por excelencia, la resolución de problemas se ha convertido en un importante foco de atención para quienes en ella ven la posibilidad de potenciar los desarrollos del conocimiento. De hecho, se ha venido posicionando, de manera especial en la educación matemática, como uno de los ejes fundamentales para la orientación de los procesos educativos de la enseñanza de las matemáticas. Tanta es la importancia que se le otorga que, se puede decir, ha nacido como un campo conceptual que cada vez demanda más atención de los educadores matemáticos e incluso de los mismos matemáticos.

Teniendo en cuenta, que la importancia de esta temática ha exigido a sus estudiosos la claridad conceptual para profundizar en su estudio; como resultado de ello se hace necesario saber qué se está entendiendo por problema. Reiss et al. (2007) en voz de Alan Schoenfeld lo define como “[...] una tarea que el individuo quiere lograr y para la cual él o ella no tiene acceso a un medio directo para la solución” (pág. 431). Bajo esta concepción cobra especial importancia hablar de la resolución de problemas como la tarea matemática por excelencia; pues no importa si se enfrenta un problema de aplicación o un problema estrictamente conceptual, con respecto a las matemáticas; lo interesante es saber qué fue necesario realizar, hacer, a qué medio –en términos de Schoenfeld (1985) – se accedió para lograr la solución.

En ese sentido, al hablar de lo que es un problema, se encuentra con mucha frecuencia en los textos dedicados a la temática, lo que se ha considerado como una necesaria diferenciación: distinguir entre lo que es un problema y un ejercicio. Al respecto Gaulin manifestó, en una conferencia presentada hacia el año 2001, una concepción – muy cercana a la expuesta por Schoenfeld (1985) – de lo que es un verdadero problema; así pues, los problemas “[...] son situaciones donde hay que reflexionar, hay que buscar, hay que investigar..., donde para responder hay que pensar mucho” (pág. 51). Este tipo de concepciones de lo que es un problema exhibe en su definición una serie de acciones muy propias de los seres humanos. Obsérvese por ejemplo que en la última definición aparecen palabras como reflexionar, investigar y pensar. Por su parte en la definición primera se encuentran los términos: tarea y medios. Conceptos que bien atañen a aspectos sociales y de la psiquis humana.

Ahora bien, lo interesante es saber cómo esto se relaciona con las matemáticas. Quien se enfrenta a la resolución de un problema en matemáticas necesita de una constante reflexión, de la investigación de las temáticas asociadas al problema que afronta y ello necesariamente le implica realizar acciones de pensamiento. Sin duda alguna realizar la reflexión frente a la situación demanda la importante tarea de consultar para poder establecer el medio, la forma, la manera de dar solución al problema.

En síntesis, lo que se hace necesario para resolver un problema de matemáticas parece ser propio de la actividad matemática; del hacer matemático. Al respecto Gaulin (2001), referencia con especial relevancia lo que él mismo se ha dado en llamar el postulado Polya, a saber: "Hacer Matemáticas es resolver problemas".

Ahora bien, muchos comparten las definiciones presentadas por Schoenfeld (1985) citado por Reiss et al. (2007) y Gaulin (2001), con referencia a la que se debe considerar como problema, ha acontecido una situación que reviste especial atención para este trabajo, a saber: lo que se entiende por Resolución de problemas. La cuestión se hace visible cuando se cuestiona a expertos en el tema y docentes no expertos, pero que implementan la teoría de resolución de problemas en el aula. Las concepciones de

unos y otros, las formas en cómo se entiende la resolución de problemas se convierte en un tema que abarca diferentes puntos de vista, de la educación, de la enseñanza, de lo que son las matemáticas, de por qué enseñar matemáticas en general y resolución de problemas en particular (Satanice et al., 1989).

2.1.1.10 Importancia de la resolución de problemas en la educación matemática.

Recientemente educadores matemáticos han aceptado la idea de que el desarrollo de la capacidad de Resolución de problemas merece una atención especial (Stanic et al., 1989). Esto es una afirmación hecha hace poco más de 20 años; en la actualidad en Colombia, y desde que los lineamientos curriculares de matemáticas vieron la luz pública hacia 1998, el tema de resolución de problemas se ha considerado con mucha seriedad. Los mismos lineamientos curriculares, en el título que propone una estructura curricular, han dedicado, en el apartado correspondiente a procesos generales, un espacio de reflexión para el tema denominado la resolución y planteamiento de problemas.

Es así que, la importancia dada al tema es hoy día muy fuerte; tanto así que en Colciencias aparecen 21 grupos dedicados a la investigación en educación matemática bajo la línea de la Resolución de problemas. Demuestra esto que por lo menos desde 1998, hace 14 años, existe o está latente la necesidad de considerar la resolución de problemas como uno de los temas centrales de la Educación matemática tanto en las investigaciones como en los procesos educativos.

Si bien, en Colombia la resolución de problemas ha sido un tema que lleva en discusión por lo menos veinte años, el tema parece haberse entendido desde una perspectiva que, aunque importante, limita otro cúmulo de posibilidades que oferta el trabajo de la resolución de problemas. El resultado de ello se observa en una situación que opaca las posibilidades de trabajo con la resolución de problemas desde otras perspectivas, a saber: la enseñanza para la Resolución de problemas y sobre la

Resolución de problemas. Esto dado que hasta ahora en el país y particularmente en la región la tendencia en la utilización de la resolución de problemas parece dedicarse a la enseñanza a través de ella. Las tendencias mencionadas anteriormente se refieren a una clasificación hecha por Gaulin (2001). Una clasificación que en términos de Stanic et al. (1989), responde a asumir la resolución de problemas desde tres perspectivas. Perspectivas que más adelante serán tratadas en detalle. Lo interesante aquí es poder establecer que bajo una sola óptica se limita enormemente el aporte que puede hacerse desde la resolución de problemas a la educación matemática.

Teniendo en cuenta, además, que a pesar del trabajo realizado hasta hoy y los desarrollos obtenidos en el tema no existe una justificación clara de por qué se hace importante la resolución de problemas para la educación matemática y junto a ello cuál es su importancia en los currículos de las escuelas. Y dicha justificación creemos debería partir de una reflexión que permita acuerdos para definir cómo será entendida la resolución de problemas y con ello refinar los por qué de la necesidad de enseñar a resolver problemas (Stanic et al., 1989).

De igual forma, un aspecto fundamental que ha permitido que el tema referenciado aporte inmensamente a la educación matemática se basa en las diferentes miradas y en las críticas que autores han hecho a ciertos planteamientos. Una de estas situaciones es referenciada por Reiss et al. (2007), quien citando los trabajos de Dietrich Dörner, observa cómo la resolución de problemas hacia los años ochenta cobraba singular importancia en Alemania. Dörner introdujo un concepto más amplio, que tuvo en cuenta procesos para la Resolución de problemas complejos, basados en problemas mal definidos con un resultado incierto. La idea para la época era básicamente considerar opciones diferentes a la hora de contemplar los problemas; esto se logró ofreciendo matices a los problemas, pues hasta el momento los trabajos sobre resolución se hacían a través de problemas de naturaleza lógica o matemática que tenían en común un buen objetivo (Reiss et al., 2007). Más allá de ser tan sólo una crítica o una posición de trabajo la observación de la mencionada diferencia en el tipo

de problemas se convirtió en toda una nueva perspectiva que hoy posibilita pensar la Resolución de problemas como una habilidad a desarrollar.

Bajo esta mirada, resolver problemas se constituye en una solución para el problema de la educación matemática de cómo lograr que los estudiantes sean capaces de aprender y retener cierta cantidad de información; pues quienes son capaces de resolver problemas con éxito son capaces de aprovechar la información ofrecida (Reiss et al., 2007).

Polya (1945) en su libro „Cómo plantear y solucionar problemas“ propone una herramienta heurística para resolver problemas matemáticos de manera eficaz, afirmando que [...] al tratar de encontrar la situación podemos cambiar rápidamente nuestro punto de vista, nuestro modo de considerar el problema. Tenemos que cambiar de posición una y otra vez. Nuestra concepción del problema será probablemente incompleta al empezar a trabajar; nuestra visión será diferente cuando hayamos avanzado un poco y cambiará nuevamente cuando estemos a punto de lograr la solución. (pág. 28) Con lo que deja ver que las herramientas utilizadas en el libro no son pasos para la solución de un problema, pues de ser así, la solución del problema no sería susceptible a cambios en su desarrollo.

Comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y realizar una visión retrospectiva, son las etapas de la heurística planteada por Polya. Comprender el problema significa saber en qué consiste el problema ubicando los datos que éste proporciona y la incógnita buscada para dar una solución al problema. La concepción del plan entra en acción cuando se sabe cuál es la incógnita que se debe hallar y un posible camino para hallarla. Para esto Polya (1945) propone la mirada a problemas análogos en cuanto a su estructura puesto que la solución de estos permite encontrar una manera sencilla para usar los datos que el problema brinda, desencadenando una posible solución. El uso de construcciones auxiliares en esta etapa es adecuado para relacionar los datos con la incógnita.

El tercer aspecto que Polya (1945) discute es la ejecución del plan. En este momento se ponen en juego conocimientos anteriores, buena concentración, buenos hábitos de pensamiento y como lo dice Polya, buena suerte. El plan proporciona una línea que se debería seguir para llegar a la solución, siempre mirando que cada paso y algoritmo que se realice sea correcto.

Por último, la visión retrospectiva no por estar en último lugar es la menos importante. Mirar si la solución obtenida es correcta, si a partir de ella se pueden solucionar otros problemas, si se puede llegar a la solución obtenida de otra manera y si hay otras soluciones al problema, son preguntas que ayudan a la comprensión de la solución y por ende puede mejorar procesos aplicados en futuros problemas.

2.1.1.11 Trascendencia de la resolución de problemas en los currículos.

Renglones atrás se sostuvo que la resolución de problemas es un tema “viejo”, sin embargo, su consideración en los currículos es bastante reciente. Gaulin (2001) al igual que Stanic et al. (1987) y Reiss et al. (2007), referencian que la resolución de problemas no fue considerada sino hasta los años ochenta como tema importante para los currículos de matemáticas. Es importante dejar en claro que los problemas si han sido considerados en los currículos desde hace mucho, pero la resolución de problemas es la que recientemente ha hecho su aparición en este contexto (Stanic et al., 1989). Tal aparición motivada por factores ya mencionados, también se ha visto influenciada de manera especial por tres importantes consideraciones en torno a las que creemos gira la discusión. La primera de ellas –no estimamos la ordenación en términos de importancia– las maneras de entender la resolución de problemas.

En segunda instancia, aparece un tema trascendental para los intereses de la educación matemática: la justificación de por qué enseñar matemáticas en el aula. Finalmente, la consideración de los tiempos actuales y la necesidad de pensar en las exigencias que éste demanda a los adultos de los años venideros. Bajo esta última exigencia se plantea

que la resolución de problemas se yergue como objetivo de la educación matemática para el nuevo milenio (Gaulin, 2001). Con las tres situaciones sobre la mesa, las dos últimas propuestas, entendidas desde una perspectiva de la enseñanza orientada por la resolución de problemas, vienen a ser ejes fundamentales para la introducción de la resolución de problemas en los currículos de las escuelas. Al respecto, Gaulin (2001) y Stanic et al. (1989) manifiestan que la aparición del tema en los currículos se da tras la necesidad de establecer cómo contribuyen las matemáticas al desarrollo de las capacidades intelectuales de los seres humanos.

Entonces, en términos un poco más puntuales la discusión motivada hacia los años ochenta del pasado siglo, adquiere tintes especiales cuando se intenta entender cuál será el papel de la resolución de problemas en el aula. Aunque actualmente no se discute si el tema debe o no pertenecer a los programas curriculares –esto sin una clara justificación– la discusión gira en torno a cómo debe ser entendida la resolución de problemas y bajo ello cómo deberá ser su implementación.

Al respecto, nos dice Stanic et al. (1989): [...] durante el último siglo, el debate sobre la enseñanza de la resolución de problemas se ha movido manifestando que los estudiantes simplemente son introducidos con reglas para solucionar problemas específicos para el desarrollo de los enfoques más generales de la resolución de problemas (págs. 7-8).

Esta última referencia es sumamente importante, pues manifiesta una crítica muy generalizada a algunas de las formas en cómo ha sido implementada la Resolución de problemas en el aula; aspecto fundamental a la hora intentar promover la resolución de problemas en aula y, de hecho, de justificar su aparición en la misma.

Si bien, los autores citados referencian la falta de una clara justificación para la introducción de la temática en el aula, también observan que el tema está puesto sobre la mesa para ser analizado. El resultado de ello es que importantes asociaciones sugieren que el tema debe incluso comandar las riendas de la educación matemática: El NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) recomienda que la

resolución de problemas debe ser el foco de la enseñanza de las matemáticas (Gaulin, 2001); y ello fundado en que existe una relación directa entre la resolución de problemas en las clases de matemáticas y la resolución de problemas en otras partes de nuestra vida (Stanic et al., 1989).

De hecho, hasta ahora la justificación más profunda para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos asumida hasta tiempos presentes es suponer que con ello se debería mejorar los pensamientos de la gente (Stanic et al., 1989).

Es así, que pensar la resolución de problemas como tema obligado –aunque sin una moderna justificación– también ha generado que el tema juegue un papel trascendental en los currículos, más que el sólo hecho de ser parte de estos. Así pues, la resolución de problemas aparece como un eje transversalizador de las temáticas contenidas en los currículos (Stanic et al., 1989). Ello abre una perspectiva sumamente interesante del papel que entra a jugar el tema en cuestión en la estructura de los currículos.

Siendo así, es factible hablar de la resolución de problemas como un objetivo fundamental a alcanzar con los procesos de enseñanza.

Hasta el momento se ha comentado lo que a nivel internacional se sugiere en cuanto a la consideración de la resolución de problemas; valdría la pena observar ahora un poco de lo que al respecto ha sucedido en Colombia.

Como ya se había mencionado los marcos generales para los programas curriculares o lineamientos curriculares en Colombia aparecen en 1998. En ellos se propone la resolución de problemas como procesos generales que debieran ser tenidos en cuenta en el currículo de matemáticas (MEN, 1998). Bajo el título de “La resolución y el planteamiento de problemas” se describen en el texto los trabajos de Polya y Schoenfeld como referentes a considerar a la hora de incluir la resolución de problemas en los marcos curriculares. Lo interesante es observar que, bajo los referentes escogidos, en el documento se posibilitan dos perspectivas a asumir al referirse a la resolución de problemas. Una en la que se considera la resolución de problemas como un objetivo a alcanzar y la otra en la que se manifiesta que la resolución de problemas

funge como medio para la enseñanza de los temas de la matemática. No obstante, en el texto contenido en los lineamientos aún hace falta una justificación clara de por qué incluir este tema en los currículos de las escuelas.

Aunque, ya se asume la necesidad de incluir la resolución de problemas en los programas curriculares, desde hace algunos años atrás se ha venido hablando de competencias en el país. “Una competencia significa una capacidad, los expertos dicen de movilizar recursos cognitivos (conocimientos, habilidades, cosas que hemos aprendido) y aplicarlas en un contexto real” (Gaulin, 2001). Este relativo nuevo concepto para la transformación de la educación, posibilita repensar la resolución de problemas; si bien se lo hace pensando en la resolución de problemas como un objetivo que se pretende alcanzar, estaría matizado por la forma en cómo se asumirá la interacción entre la teoría de las competencias y la resolución de problemas.

Atendiendo a ello, y bajo la visión de la resolución de problemas como una capacidad a desarrollar en los estudiantes, se establecen dos vertientes diferentes, a saber: a) apuntar con la resolución de problemas a que se sea capaz de afrontar y plantear una solución de un problema cualquiera y b) saber resolver problemas aplicando los conocimientos de matemáticas que se posean.

Otro aspecto importante de consideración para este último matrimonio está en determinar cuál será el punto de partida; esto es: si la resolución de problemas orienta la ejecución del trabajo por competencias o si son las competencias las que determinan qué papel jugará la resolución de problemas. Y una vez establecida dicha jerarquía restaría establecer la forma en cómo se desarrolla el proceso, cómo se nutre el uno del otro. Pensar este empalme permite de alguna manera pensar que bajo la resolución de problemas se da cabida a las competencias como eje orientador del currículo (Gaulin, 2001).

Finalmente, para, concluir este apartado resta comentar que una de las situaciones más recientes que motivaron la inclusión de la resolución de problemas en los currículos

ha sido el establecimiento de los estándares y con ello las pruebas internacionales, como lo menciona Reiss et al. (2007)

2.1.1.12 Perspectivas de la Resolución de problemas: consideraciones importantes para la Educación matemática.

Como se ha mencionado renglones atrás las interpretaciones de las ideas iniciales planteadas por Polya (1945) dieron lugar a la consideración de diferentes ideas que asumían variadas perspectivas de lo que es la resolución de problemas. Esta situación fue observada con especial atención por dos de los más reconocidos estudiosos de la resolución de problemas: George Stanic y Jeremy Kilpatrick; quienes propusieron hacia finales de los años ochenta una clasificación de tales perspectivas. Es una propuesta que agrupa las visiones del tema en tres grandes categorías, a saber: la resolución de problemas como contexto, la resolución de problemas como capacidad y la resolución de problemas como arte.

A continuación, se presenta una breve descripción de cada una de las categorías propuestas por Stanic et al. (1989):

- a. La Resolución de problemas como contexto: Resolver problemas como contexto se basa en la idea de que los problemas y la resolución de problemas funcionan como medio para alcanzar fines importantes. (Gaulin, 2001; Stanic et al., 1989). En esta categoría se encuentran las siguientes subcategorías:
 - La Resolución de problemas como justificación: La intención de presentar la Resolución de problemas como justificación se establece en la idea, históricamente difundida, de que estos fundamentan el valor de la matemática.
 - La Resolución de problemas como motivación: Esta subcategoría corresponde a la idea evidente de generar agrado por las matemáticas en tanto se presentan los problemas y la tarea de resolverlos como el motivo para aprender matemáticas.

- La Resolución de problemas como actividad lúdica: Presentar los problemas de matemáticas como una actividad de esparcimiento pretende que los estudiantes pasen un buen rato con la matemática que han aprendido.
 - La Resolución de problemas como vehículo: Aquí la intención es, haciendo una analogía un poco superficial, que el resolver un problema se convierta en una excusa válida para la enseñanza de un tema específico; siempre con el objetivo de la enseñanza de nuevos conceptos y el desarrollo de habilidades.
 - La Resolución de problemas como práctica: La intención latente para este caso se basa en la necesidad de practicar resolviendo problemas para el mejoramiento de habilidades y aplicación de conceptos que han sido enseñados directamente.
- b. La Resolución de problemas como capacidad: El tratamiento de la resolución de problemas como capacidad implica dejar de pensar, en tanto objetivo orientador, a la Resolución de problemas simplemente como un medio para otros fines, o un producto inevitable del estudio de las matemáticas. Puesta la resolución de problemas en una jerarquía de habilidades para ser adquirida por los alumnos conduce a ciertas consecuencias para el papel de la Resolución de problemas en el currículo. Una consecuencia es que dentro de la capacidad de resolver problemas en general, hay que hacer distinciones jerárquicas entre la solución rutinaria y los problemas o rutinarios. Esto es, la Resolución de problemas no rutinarios se caracteriza por una gran capacidad de ser adquirida después de la habilidad de resolver problemas de rutina (que a su vez se aprenden después de que los estudiantes aprendan conceptos básicos de matemáticas y habilidades) (Stanic et al., 1989)
- c. La Resolución de problemas como arte (Hacer matemáticas): La consideración de la resolución de problemas como arte está basada en las ideas de Polya (1945). El horizonte de este planteamiento puede hacerse por analogía; esto es, resolver problemas se convierte en un arte en tanto se es capaz de crear y recrear las matemáticas; como si se estuviese creando música.

La Resolución de problemas como arte en gran medida debe atender a la Heurística diseñada por Polya (1945), tanto como a la creación de hipótesis, a la formulación de problemas matemáticos, a la demostración deductiva e inductiva, entre otras actividades netamente matemáticas. De esta manera se diferencia de la Resolución de problemas como contexto y como habilidad en cuanto los problemas planteados dentro de esta categoría atañen directamente a la matemática sin importar el contexto donde se propone.

2.1.1.13 Competencias matemáticas

En la perspectiva de la formación para la vida el aprendizaje de las matemáticas tiene por objetivo, además de estimular el razonamiento, constituirse en una alternativa para la solución de problemas concretos que pueden abordarse con el conocimiento matemático adquirido. Es decir, el aprendizaje de las matemáticas debe permitir a la persona (el estudiante) poder actuar efectivamente en diversas situaciones de la vida cotidiana. Esto implica que las situaciones pedagógicas propuestas en el aula de matemáticas, deben promover formas de apropiación y actuación de los estudiantes, en las que el dominio conceptual, procedimental y práctico del conocimiento matemático, induzca el uso voluntario de modelos matemáticos como alternativa para la solución de problemas en contextos específicos.

Al respecto, Delors (1996) en las recomendaciones de la Comisión Internacional Sobre la Educación para el Siglo XXI declara:

“Para cumplir el conjunto de las misiones que le son propias, la educación debe estructurarse en torno a cuatro aprendizajes fundamentales que en el transcurso de la vida serán para cada persona, en cierto sentido, los pilares del conocimiento: aprender a conocer, es decir, adquirir los instrumentos de la comprensión; aprender a hacer, para poder influir sobre el propio entorno; aprender a vivir juntos, para participar y cooperar con los demás en todas las actividades humanas; por último, aprender a ser, un proceso fundamental que recoge elementos de los tres anteriores” (p. 91).

Pues bien, la Comisión estima que, en cualquier sistema de enseñanza estructurado, cada uno de esos cuatro “pilares del conocimiento” debe recibir una atención equivalente a fin de que la educación sea para el ser humano, en su calidad de persona y de miembro de la sociedad, una experiencia global y que dure toda la vida en los planos cognitivo y práctico (p. 92).

Es así que, con el objeto de lograr una aproximación al concepto de competencias matemáticas se consideran, en principio, tres tipos de competencias (básicas, transferibles y, técnicas y profesionales), que de acuerdo con la UNESCO (2012), todos los jóvenes deben adquirir. Al respecto, ésta organización se refiere en los siguientes términos:

Competencias básicas: En su aspecto más fundamental, las competencias básicas comprenden las nociones de lectura, escritura y aritmética necesarias para conseguir trabajo suficientemente bien pagado para satisfacer las necesidades cotidianas. Estas competencias son también un prerrequisito para proseguir la educación y la capacitación, y para adquirir competencias transferibles y técnicas y profesionales que mejoran las perspectivas de conseguir buenos empleos.

Competencias transferibles: Estas comprenden la capacidad de resolver problemas, comunicar ideas e información de manera eficaz, ser creativo, mostrar dotes de mando y escrupulosidad, y evidenciar capacidades empresariales. Las personas necesitan estas competencias para poder adaptarse a distintos entornos laborales y aumentar así sus posibilidades de permanecer en empleos bien remunerados.

Competencias técnicas y profesionales: Numerosos empleos exigen determinados conocimientos técnicos, desde cultivar verduras hasta utilizar una máquina de coser, poner ladrillos o utilizar una computadora (p. 17).

Ahora bien, el Parlamento Europeo en el marco de las competencias clave para el aprendizaje permanente, se refiere a la competencia matemática, atreves del Diario Oficial de la Unión Europea (2006) como:

“La habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña –en distintos grados– la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)” (p. 15).

Desde esta concepción de las competencias matemáticas se entienden, por una parte, como habilidades cognitivas en tanto que se refieren al desarrollo del razonamiento matemático, lo cual implica el dominio conceptual, procedimental, gramatical y deductivo de las matemáticas en los distintos niveles formativos. Se infieren, entonces, los procesos de pensamiento en la construcción –individual o colectiva– del conocimiento matemático. Y, por otra parte, como habilidades prácticas a partir de las cuales las matemáticas cobran sentido en la solución de problemas concretos de los entornos socioculturales en los que los individuos utilizan los modelos matemáticos para representarse la realidad que los circunda.

En otra perspectiva, el programa PISA (Programme for International Student Assessment, Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), determina tres distintos grupos de procesos que el estudiante debe realizar en relación con la competencia matemática: uno, denominados procesos de reproducción en los que el estudiante debe trabajar con operaciones comunes, cálculos simples y problemas del entorno inmediato y de carácter cotidiano; dos, denominados procesos de conexión en los que se involucran ideas, procedimientos y modelos matemáticos para resolver problemas que no pueden definirse como ordinarios pero que aún incluyen escenarios familiares; y tres, denominados procesos de reflexión que implican la solución de problemas complejos y elaboraciones matemáticas propias del estudiante.

En este escenario: La competencia matemática implica la capacidad de un individuo de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, para hacer juicios bien fundamentados y poder usar e involucrarse con las matemáticas.

El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Es, por lo tanto, un concepto que excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, e implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana (OCDE, 2008, p. 12).

Por otro lado, en Colombia, el concepto de competencias matemáticas se encuentra ligado a los procesos de evaluación de habilidades y competencias básicas. El ICFES, en relación con los exámenes de calidad de la educación, define las competencias matemáticas, en términos de saber hacer en contexto, como:

“Un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Esta noción supera la más usual y restringida que describe la competencia como saber hacer en contexto en tareas y situaciones distintas de aquellas a las cuales se aprendió a responder en el aula de clase” (Ministerio de Educación Nacional MEN, 2006, p. 49).

Respecto de esta concepción sobre las competencias, el Ministerio de Educación Nacional establece una relación con la expresión ser matemáticamente competente, acerca de la cual, sostiene su vinculación intrínseca con los fines de la educación matemática y con la adopción de una epistemología de las matemáticas mismas acorde con las nuevas concepciones filosóficas sobre las matemáticas y sobre la educación matemática como tal.

En esta dirección, destaca la importancia de explorar, reflexionar e interiorizar supuestos específicos sobre las matemáticas, como por ejemplo: las matemáticas como una actividad humana enculturada y condicionada por su historia, en la que se utilizan diversos recursos para plantear y resolver problemas de las matemáticas mismas, de otras disciplinas o de la vida cotidiana de las personas y, las matemáticas como el resultado de la actividad de comunidades de profesionales en las que se configuran cuerpos de conocimiento lógicamente estructurados y justificados.

Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional (2006) sostiene que sobre la base de estos supuestos, se distinguen dos tipos de conocimiento matemático, uno, de carácter práctico en el que subsisten condiciones de índole sociocultural, que determinan una relación intrínseca de la persona con su entorno y la propensión por mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano y otro, de carácter formal, en el que priman los sistemas matemáticos lógicamente estructurados y justificados, que se expresa mediante el lenguaje propio de las matemáticas y está al alcance de núcleos reducidos de personas que conocen los códigos de los distintos registros de representación en que se presenta.

De igual forma, particulariza sobre la distinción entre dos tipos de conocimiento matemático: conceptual y procedimental. El primero, de carácter declarativo, que se caracteriza por contar con una base teórica, producido por la actividad cognitiva y en relación con el saber qué y el saber por qué. El segundo, de carácter práctico, relacionado con las técnicas y estrategias para la representación de conceptos y la transformación de dichas representaciones; en el que se destacan las habilidades y destrezas para el tratamiento de algoritmos y de argumentaciones consistentes. Este último tipo de conocimiento matemático, contribuye a la construcción y refinamiento del conocimiento conceptual y aporta el uso eficaz, flexible y en contexto de los conceptos, proposiciones, teorías y modelos matemáticos, por lo tanto, se halla en relación con el saber cómo.

De esta manera para el Ministerio de Educación Nacional las dos facetas (práctica y formal) y los dos tipos de conocimiento (conceptual y procedimental) señalan nuevos retos en dirección de una interpretación de la expresión ser matemáticamente competente; en tanto que, la noción de competencia se relaciona con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. “Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender.” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 50).

Siguiendo esta línea de comprensión sobre las competencias matemáticas, en términos del Ministerio de Educación Nacional (2006, p. 51) es factible determinar un conjunto de procesos generales que permiten precisar sobre el significado de la expresión ser matemáticamente competente, estos son:

» Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

» Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir, dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

» Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.

» Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

A manera de síntesis, para el caso de la presente investigación, se entiende que el enfoque de formación por competencias está en relación con la perspectiva naturalista y sociocultural del conocimiento matemático, en la que, la educación integra elementos

cognitivos y culturales de carácter individual y colectivo de los diversos agentes que intervienen en los procesos de construcción y socialización del conocimiento matemático.

De esta manera, recogiendo lo anteriormente expuesto se determinan las competencias matemáticas, para el desarrollo de esta investigación, desde los enfoques conductual y constructivista formulados por Tobón (2007) como:

“El uso flexible y comprensivo del conocimiento matemático escolar en diversidad de contextos, de la vida diaria, de la matemática misma y de otras ciencias” (ICFES, 2007, p. 17). y, como un “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49).

2.1.1.14 Los modelos didácticos alternativos en la enseñanza de las matemáticas

Los modelos didácticos y las estrategias de enseñanza proporcionan un importante caudal de información que permita describir, comprender e interpretar los procesos enseñanza aprendizaje y, así, llegar a conclusiones acerca de en qué, medida el aprendizaje de los estudiantes constituye un aprendizaje significativo.

Pero, para entender de qué se habla, se puede decir que, un modelo didáctico son planes estructurados que pueden usarse para configurar un currículo, para diseñar materiales de enseñanza aprendizaje y para orientar la enseñanza en las aulas. El concepto de modelo didáctico constituye una herramienta intelectual útil, para abordar los problemas de la enseñanza en el aula, ayudando nos a establecer el necesario vínculo entre el análisis teórico y la intervención práctica. Un modelo es una representación abstracta más o menos provisional y aproximada de la realidad, un esquema conceptual que implica cierto alejamiento para poder ver esta realidad a distancia.

Además, los modelos sirven para explicar el proceso de enseñanza-aprendizaje, facilitan su análisis, mostrar las funciones de cada uno de los elementos y finalmente

también pretende guiar la acción. Como esquema interpretativo, el modelo didáctico selecciona los elementos básicos de la realidad del proceso de enseñanza-aprendizaje y se basa en una teoría que debe ser comprobada en la práctica.

Es decir, los modelos didácticos o de enseñanza presentan esquemas de la diversidad de acciones técnicas y medios utilizados por los educadores, los cuales permiten la evolución de la ciencia, representada por paradigmas vigentes en cada época. Los modelos didácticos, guían las prácticas educativas de los docentes y forman parte de su pedagogía de base, los cuales se pueden agrupar en cuatro principalmente: modelo didáctico tradicional, tecnológico, espontáneo activista, y modelos didácticos alternativos.

En conclusión, se puede afirmar que un modelo didáctico constituye un marco de referencia sobre el que diseñar todo proceso de enseñanza aprendizaje, los cuales permiten obtener los mejores resultados.

Las estrategias metodológicas permiten potenciar el aprendizaje del alumnado, los cuales permiten potenciar, habilidades y competencias.

Los modelos didácticos a la vez que su visión de postación nos facilita, una vez realizada la práctica, adoptar la representación mental más valiosa y apropiada para mejorar tanto el conocimiento práctico como la teorización de la tarea didáctica (Medina, 2003b).

Por otro lado, los modelos didácticos o de enseñanza presentan esquemas de la diversidad de acciones, técnicas y medios utilizados por los educadores, los más significativos son los motores que permiten la evolución de la ciencia, representada por los paradigmas vigentes en cada época.

Un paradigma es entendido como una matriz interdisciplinaria que abarca los conocimientos, creencias y teorías aceptados por una comunidad científica (Khun, 1975). Los modelos didácticos, representan la anticipación de los paradigmas. Estos modelos guían las prácticas educativas de los educadores y forman parte de su pedagogía de base.

Tradicionalmente se ha utilizado diferentes modelos didácticos que han guiado el proceso de enseñanza-aprendizaje, según diferentes autores (Fernández, J.; Elórtgui, N.; Rodríguez, J.F.; Moreno, T., 1997; García Pérez, 2000; Páez, 2006), como se mencionó anteriormente, dichos modelos se pueden agrupar en cuatro, principalmente:

- a. Modelo didáctico tradicional o transmisivo: Este modelo se centraban en el profesorado y en los contenidos. Los aspectos metodológicos, el contexto y, especialmente, el alumnado, quedaban en un segundo plano. El conocimiento sería una especie de selección divulgativa de lo producido por la investigación científica, plasmado en los manuales universitarios.
- b. Modelo didáctico-tecnológico: En este modelo se combina la preocupación de transmitir el conocimiento acumulado con el uso de metodologías activas. Existe preocupación por la teoría y la práctica, de manera conjunta.
- c. Modelo didáctico espontaneísta-activista: En este modelo se busca como finalidad educar al alumnado incardinado en la realidad que le rodea, desde el convencimiento de que el contenido verdaderamente importante para ser aprendido por ese alumno ha de ser expresión Cazden (1986) manifiesta que la comunicación en la clase ha de afectar a: El análisis de las estructuras de participación, el estudio comprensivo de la lección, el proceso y planteamiento de las demandas de los estudiantes.
- d. Modelos Didácticos Alternativos o integradores: También denominado modelo Didáctico de Investigación en la Escuela. En este modelo, la metodología didáctica se concibe como un proceso de “investigación escolar”, es decir, no espontáneo, desarrollado por parte del alumno con la ayuda del profesor, lo que se considera como el mecanismo más adecuado para favorecer la “construcción” del conocimiento escolar ¿cuáles son las estrategias metodológicas de enseñanza-aprendizaje más representativos de cada modalidad organizativa o modelo didáctico? metodológicas se refieren a los actos favorecedores del aprendizaje.

En el desarrollo de la propuesta de este trabajo de investigación doctoral, se propondrá un modelo didáctico alternativo dada su creciente relevancia en los distintos niveles de la ecuación, estos modelos merecen un tratamiento en particular. En ellos, la metodología didáctica se concibe como un proceso de investigación desarrollado por parte del alumno con la ayuda del profesor, lo que se considera como el mecanismo más adecuado para favorecer la construcción del conocimiento propuesto. Así, a partir del planteamiento de problemas de conocimiento se desarrolla una secuencia de actividades que propicia la construcción del conocimiento espontáneo en relación con dichos problemas. El proceso de construcción del conocimiento es recursivo, es decir, puede realizarse el tratamiento de una determinada temática en distintas ocasiones con diferentes niveles de complejidad, lo que favorece asimismo el tratamiento complementario de distintos aspectos de un mismo tema o asunto dentro de un proyecto curricular. La evaluación se concibe como un proceso de investigación que intenta dar cuenta permanentemente del estado de evolución de las concepciones o ideas de los alumnos, de la actuación profesional del profesor y, en definitiva, del propio funcionamiento del proyecto de trabajo (García Pérez, 2000).

Por otra parte, estos modelos pueden presentar diversas estrategias, aunque, independientemente de los caminos que se tracen, se apoyan en un principio básico que es el respeto por las ideas previas de los alumnos (Merino, 1998). Ello requiere que el docente procure estimular la manifestación de los puntos de vista, conceptos y significados de los alumnos y a partir de sus conocimientos, habilidades y experiencias desarrolle estrategias para que ellos mismos reelaboren sus propios conceptos y significados.

Desde esta perspectiva, el nuevo conocimiento se construye a partir de una fuerte interacción con los esquemas preexistentes. Esta interacción define los que se conoce como aprendizaje significativo, concepto central de la teoría de Ausubel (1976). Según la misma, un aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse de modo no arbitrario con lo que el alumno ya sabe. En otras palabras, un aprendizaje es

significativo cuando puede incorporarse a las estructuras del conocimiento que posee el sujeto, es decir cuando el nuevo material adquiere significado para el sujeto a partir de su relación con conocimientos anteriores. Por ello, para producir un aprendizaje significativo deben cumplirse ciertas condiciones. Entre ellas, es preciso que el material a utilizar posea un significado en sí mismo, es decir, que no sea arbitrario. Debe estar compuesto por elementos organizados en una estructura, de tal forma que las distintas partes de la misma se relacionen entre sí. Sin embargo, no siempre los materiales estructurados con lógica se aprenden significativamente. Para ello es necesario además que se cumplan otras condiciones en la persona que debe aprenderlos.

En primer lugar, es necesaria una predisposición para el aprendizaje significativo. Por más significativo que sea un material, es decir, por más relaciones potenciales que tenga, si el alumno o aprendiz no está dispuesto a esforzarse en relacionar y se limita a repetir el material, no habrá aprendizaje significativo; y en segundo lugar es necesario que la estructura cognitiva del alumno contenga ideas inclusoras, esto es, ideas con las que pueda relacionar el nuevo material (Pozo, 1994).

Por consiguiente, el aprendizaje significativo comprende la adquisición de significados y, a la inversa, éstos son producto del aprendizaje significativo. El surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un proceso de aprendizaje significativo (Ausubel 1976).

Desde la perspectiva de los modelos didácticos alternativos, los conceptos de los estudiantes no cambian por el simple enfrentamiento con conocimientos científicos acabados, sino a través de un proceso dinámico de evolución conceptual. En este proceso es fundamental que el estudiante tome conciencia de sus propias ideas como primer paso hacia su transformación. Algunos autores proponen como estrategia el planteo de problemas concretos, a partir de los cuales, se promueve el enfrentamiento de los alumnos con situaciones conflictivas que desafíen sus ideas previas y los estimula a considerar concepciones alternativas sobre un mismo fenómeno (Pozo, 1989). La provisión de estas nuevas teorías o concepciones define uno de los aspectos

centrales del rol docente. No obstante, en los modelos alternativos los nuevos conocimientos deben construirse a través de la interacción y el intercambio en el ámbito educativo. Ello supone que la evolución hacia conocimientos más complejos requiere de diálogo, confrontación de ideas y actividades individuales y colectivas. El análisis de las concepciones alternativas y representaciones que poseen los alumnos acerca de los fenómenos naturales y la forma en que tales ideas inciden en el aprendizaje de las ciencias, constituyen los pilares fundamentales del desarrollo de modelos didácticos alternativos. Así, cuando las ideas previas resultan ineficaces o limitadas para resolver problemáticas científicas, los alumnos deben plantearse la necesidad de su revisión y cuestionamiento e iniciar el proceso hacia el cambio conceptual.

2.1.1.15 Concepto, características y estructura de un modelo didáctico alternativo

Un modelo es una reflexión anticipadora, que emerge de la capacidad de simbolización y representación de la tarea de enseñanza-aprendizaje, que los docentes han de realizar para justificar y entender la amplitud de la práctica educadora, el poder del conocimiento formalizado y las decisiones transformadoras que deben estar dispuestos a asumir.

De igual forma, un modelo didáctico posee una doble vertiente: anticipador y previo a la práctica educativa, le da un carácter de preacción interpretativa y estimadora de la pertinencia de las acciones formativas; a la vez que su visión de postacción facilita, una vez realizada la práctica, adoptar la representación mental más valiosa y apropiada para mejorar tanto el conocimiento práctico como la teorización de la tarea didáctica (Medina, 2003b).

De igual forma, los modelos didácticos o de enseñanza presentan esquemas de la diversidad de acciones, técnicas y medios utilizados por los educadores, los más significativos son los motores que permiten la evolución de la ciencia, representada por los paradigmas vigentes en cada época.

Así mismo, los modelos didácticos según (Cristancho, 2016) son las representaciones valiosas y clarificadoras de los procesos de enseñanza-aprendizaje, que facilitan su conocimiento y propician la mejora de la práctica, al seleccionar los elementos más pertinentes y descubrir la relación de interdependencia que se da entre ellos.

Además, para (Mayorga Fernández & Madrid Vivar, 2010) un modelo didáctico es: una reflexión anticipadora, que emerge de la capacidad de simbolización y representación de la tarea de enseñanza-aprendizaje, que los educadores deben de realizar para justificar y entender la amplitud de la práctica educadora, el poder del conocimiento formalizado y las decisiones transformadoras que estamos dispuestos a asumir. (pág. 93).

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, esta propuesta presenta un modelo didáctico alternativo, razón por la cual se amerita conocer más sobre este:

Según (Mayorga Fernández & Madrid Vivar, 2010) el modelo didáctico alternativo es, la superación y alternativa al asentado modelo tradicional; entre las características de cambio se señalan: el predominio de los estudiantes como los verdaderos protagonistas del aprendizaje, sus intereses, el estudio de su singularidad y problemas, la aceptación de la autonomía y la libertad individualizada, que ha de ser promovida y respetada ante el énfasis puesto anteriormente en la materia, el discurso verbal del docente y la continua adaptación de los estudiantes a los conocimientos académicos.

De igual forma, este modelo, destacado por Stern y Huber (1977), caracteriza al estudiante como un ser autónomo y responsable, que adopta las decisiones y tareas que mejor responden a su condición vital, y aprovecha los escenarios formativos en los que participa, especialmente las experiencias personales y escolares, así como las actuaciones extraescolares. Se apoya en el principio de actividad y en la naturaleza formativa de las tareas. (pág. 97). Según (Cristancho, 2016) surge como la superación y alternativa al asentado-denominado tradicional, entre las características del cambio se señalan:

- El predominio de los estudiantes como los verdaderos protagonistas del aprendizaje.

- La aceptación de la autonomía y la libertad individualizada
- La continua adaptación de los estudiantes a los conocimientos académicos.

Así mismo, en este modelo, la metodología didáctica se concibe como un proceso de “investigación escolar” , es decir, no espontáneo, desarrollado por parte de los estudiantes con la ayuda del docente, lo que se considera como el mecanismo más adecuado para favorecer la “construcción” del conocimiento escolar propuesto; así, a partir del planteamiento de “problemas” (de conocimiento escolar) se desarrolla una secuencia de actividades dirigida al tratamiento de los mismos, lo que, a su vez, propicia la construcción del conocimiento manejado en relación con dichos problemas. También, la biografía cognitiva de los estudiantes es lo verdaderamente valioso para alcanzar el aprendizaje para el dominio, sin olvidar la importancia de la comprensión verbal, el estilo de aprendizaje y las variables afectivas. La autoimagen del estudiante se hace cada vez más positiva al superar las tareas, y avanza así, en el autoaprendizaje y en el desarrollo de la confianza para realizar futuras actividades, mejorando el nivel de dominio sobre lo trabajado. Los educadores han de adaptar su instrucción tanto a las características de los estudiantes, como a los previsibles productos formativos emergentes, intentado que se logre el pleno dominio y las competencias mediante la calidad de las tareas realizadas en el acto docente-discente.

En definitiva, se puede afirmar que un modelo didáctico constituye un marco de referencia sobre el que diseñar todo el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación, se explican las principales características del modelo didáctico alternativo:

- ¿Para qué enseñar?: Enriquecimiento progresivo del conocimiento de los estudiantes hacia modelos más complejos de entender el mundo y de actuar en él. Importancia de la opción educativa que se tome.
- ¿Qué enseñar?: Conocimiento escolar que integra diversos referentes (disciplinares, cotidianos, problemática social y ambiental, conocimiento metadisciplinar). La aproximación al conocimiento escolar deseable se realiza a

través de una "hipótesis general de progresión en la construcción del conocimiento".

- Ideas e intereses de los estudiantes: se tienen en cuenta los intereses y gustos de los estudiantes, tanto en relación con el conocimiento propuesto como en relación con la construcción de ese conocimiento.
- ¿Cómo enseñar?: Metodología basada en la idea de "investigación (escolar) de los estudiantes". Trabajo en torno a "problemas", con secuencia de actividades relativas al tratamiento de esos problemas. Papel activo de los estudiantes como constructor (y reconstructor) de su conocimiento. Papel activo del docente como coordinador de los procesos y como "investigador en el aula".
- Evaluación: Centrada, a la vez, en el seguimiento de la evolución del conocimiento de los estudiantes, de la actuación de los docentes y del desarrollo del proyecto. Atiende de manera sistemáticas a los procesos. Reformulación a partir de las conclusiones que se van obteniendo. Realizada mediante la diversidad de instrumentos de seguimiento (producciones de los estudiantes, diario de los docentes, observaciones diversas...).

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, los llamados modelos didácticos alternativos resultan particularmente apropiados para la enseñanza de las diversas ciencias en general. El enfoque constructivista y el aprendizaje por investigación de los estudiantes atraviesa una etapa de consenso emergente según el punto de vista de Liguori y Noste (2005). Estos autores consideran además la conveniencia de acompañar este enfoque con una reflexión permanente de la propia práctica docente, capaz de generar un conocimiento profesional a partir de un perfil de docente-investigador. Este perfil implica el desarrollo de una serie de capacidades, entre las que se destacan:

- La formulación de situaciones problemáticas adecuadas a la lógica de los alumnos, a la coherencia científica y a las necesidades socio-ambientales.

- El planteamiento de hipótesis de progresión del conocimiento que, a partir de las representaciones previas, sugieran estrategias de aprendizaje que conduzcan a la construcción de ideas básicas cada vez más amplias y complejas.
- El diseño de actividades que promuevan la investigación por parte de los alumnos y con ello la evolución de los conceptos iniciales.
- La interpretación de los datos significativos que surgen de las actividades desarrolladas para la evaluación de los aprendizajes de los alumnos y de la propia tarea docente.

Es de destacar que, dada su creciente relevancia en los distintos niveles de la educación, estos modelos merecen un tratamiento en particular. En ellos, la metodología didáctica se concibe como un proceso de investigación desarrollado por parte de los estudiantes con la ayuda del docente, lo que se considera como el mecanismo más adecuado para favorecer la construcción del conocimiento propuesto. Así, a partir del planteamiento de problemas de conocimiento se desarrolla una secuencia de actividades que propicia la construcción del conocimiento espontáneo en relación con dichos problemas. El proceso de construcción del conocimiento es recursivo, es decir, puede realizarse el tratamiento de una determinada temática en distintas ocasiones con diferentes niveles de complejidad, lo que favorece asimismo el tratamiento complementario de distintos aspectos de un mismo tema o asunto dentro de un proyecto curricular.

De igual forma, la evaluación se concibe como un proceso de investigación que intenta dar cuenta permanentemente del estado de evolución de las concepciones o ideas de los estudiantes, de la actuación profesional del docente y, en definitiva, del propio funcionamiento del proyecto de trabajo (García Pérez, 2000). Desde la perspectiva de los modelos didácticos alternativos, los conceptos de los estudiantes no cambian por el simple enfrentamiento con conocimientos científicos acabados, sino a través de un proceso dinámico de evolución conceptual. En este proceso es fundamental que los estudiantes tomen conciencia de sus propias ideas como primer paso hacia su

transformación. Algunos autores proponen como estrategia el planteo de problemas concretos, a partir de los cuales, se promueve el enfrentamiento de los estudiantes con situaciones conflictivas que desafíen sus ideas previas y los estimula a considerar concepciones alternativas sobre un mismo fenómeno (Pozo, 1989). La provisión de estas nuevas teorías o concepciones define uno de los aspectos centrales del rol docente. No obstante, en los modelos alternativos los nuevos conocimientos deben construirse a través de la interacción y el intercambio en el ámbito educativo. Ello supone que la evolución hacia conocimientos más complejos requiere de diálogo, confrontación de ideas y actividades individuales y colectivas.

Finalmente, en el anexo A, se encuentra un mapa conceptual donde se puede visualizar todas las características y estructura del modelo didáctico alternativo.

2.1.2 Bases investigativas

2.1.2.1 Antecedentes históricos

Teniendo en cuenta el punto neurálgico de estudio de la presente tesis doctoral, como lo es la resolución de los problemas aritméticos, por parte de los estudiantes de la básica primaria, es de resaltar que el estudio de este tema se ha presentado en diversas situaciones como aspectos cuantitativos ya que los conocimientos obtenidos han sido muy útiles para la vida del hombre. A lo largo de la historia en la resolución de problemas los egipcios en el año 1650 a.c, escribieron un conocidísimo libro como el Papiro Rhind el cual contiene 84 ejercicios y problemas matemáticos.

Así mismo, en la China también fue hallado por el emperador que gobernaba en el año 220 a.c, los famosos cuadros mágicos que consistía en la suma de varios números por filas, columnas y diagonales que siempre tuvieran el mismo resultado. También los babilonios por su parte usaron algunos rompecabezas matemáticos para demostrar que los números pueden escribirse fácilmente en función de su suma y su diferencia. Uno

de los matemáticos más grandes de la antigüedad fue Arquímedes de Siracusa en el siglo III a.c, él quería calcular el número de granos de arenas que le cabían a la Tierra. Por otro lado, estaba el considerado como el padre del álgebra Diofanto de Alejandría, el cual hizo un acertijo sobre su edad que se denominó El Epitafio de Diofanto. La historia de la matemática ha seguido por el mundo progresando por ejemplo en Holanda el matemático Heyting, Arend (1898-1980). Sus investigaciones sobre la lógica y la matemática intuicionistas contribuyeron a la aceptación de estas disciplinas. Alan Mathison Turing (1912-1954) matemático inglés, publicó un ensayo titulado *On Computable Numbers*, con él que contribuyó a la lógica matemática al introducir el concepto teórico de un dispositivo de cálculo que hoy se conoce como la máquina de Turing. (Carpenter et al: Resultados del Tercer NAEP en Matemática Educativa. *Mathematics Teachers* 76 (9). 1983, Sowder. L. “La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas. *National Council of Teachers Mathematics*. Vol. 3. 1984, Bazán Zurita y Chalini Herrera. “Estrategias utilizadas por estudiantes egresados en la resolución de problemas matemáticos”. *Revista especializada en Educación*. Vol. 10 Núm. 5. México 1995).

De igual forma, otro trabajo que cobra importancia histórica en esta investigación, es el artículo de Larry Sowder denominado “La enseñanza y valoración de la solución de problemas matemáticos” que aparece en los resúmenes del Concilio Nacional de la Enseñanza de la Matemática (1989).

Finalmente, actualmente los grandes pedagogos cubanos también han seguido argumentando sobre el concepto problema para desarrollar la resolución de problemas, los criterios de Bernandino A. Almeida Corazo y José Borne Echeverría. En 1999 ellos constatan que existen tres tendencias para el trabajo en la Matemática escolar. Campistrous y Celia Rizo en 1996 escribieron un libro (*Aprender a resolver problemas aritméticos*) donde se aborda en unos de sus epígrafes la importancia de la aplicación de algunas técnicas de resolución de problemas. Además, según Dr. Joaquín Palacio

Peña en el 2003, el papel de la resolución de problemas tiene un gran significado porque se debe lograr que el estudiante tenga motivos o razones para que estudie y que contribuya a eliminar conceptos positivos.

2.1.2.2 Antecedentes investigativos

Revisando los siguientes antecedentes, estos han sido abordados porque son estudios relacionados con el interés investigativo del presente proyecto, la resolución de problemas matemáticos, con el fin de fortalecer el pensamiento numérico en los estudiantes de la básica primaria, del municipio de Chía y por tanto se convierten en un punto de partida para el diseño de nuevas estrategias que faciliten el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y estén encaminadas al desarrollo del pensamiento lógico, a la formación de estudiantes críticos, analíticos y competentes. En esta revisión, con respecto a las matemáticas y a la resolución de problemas se encontraron los siguientes trabajos académicos, tales como tesis, ponencias, artículos de revistas; los cuales se describen a continuación en orden cronológico:

- Así, en (Cockcroft, 1985), se cuenta la siguiente situación en un contexto donde estaban trabajando con números naturales y operaciones aritméticas: “una persona que visitó un aula de alumnos entre 7 y 11 años, preguntó ‘¿Cuál es la diferencia entre 10 y 7?’, recibiendo como respuesta: ‘10 es par y 7 es impar’, en lugar de la cantidad ‘tres’ como esperaba” (Cockcroft, 1985, pp. 113). En este caso, la palabra ‘diferencia’ produce una respuesta inesperada, aunque acertada, dado el significado diverso que pueda tener en relación a la operación de restar o a la diferencia de propiedades de ambos números.
- En el artículo de la revista “psicopediahoy” (30 de mayo/2006), Angie Vázquez Rosado de San Juan de Puerto Rico nos hace la siguiente reflexión: El lenguaje, dice Luria, es producto de la experiencia socio-cultural del ser humano. Comparte y valida esta idea con su maestro Vigotsky, quien identificó el lenguaje como

elemento fundamental constitutivo de la consciencia. Esto viene a colación, porque al tratar de resolver un problema, es muy importante comprender primero: ¿Cuál es el problema? ¿Con qué datos contamos? ¿Qué datos tenemos que averiguar para poder resolverlo? Y si no entendemos la situación problemática difícilmente le encontraremos solución.

- Guzmán y Matus (2009) hablan sobre la capacidad heurística, que se puede describir como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención, es decir, resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o divergente.
- García Rodríguez y Benítez Pérez, (2011) del Instituto Politécnico Nacional señalan que las competencias matemáticas son la capacidad que tiene un individuo para identificar y entender el papel que tienen las matemáticas en el mundo, hacer juicios fundamentales y emplear las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. OCDE (2003).
- Thais Marlene Yáñez Bolívar (2010). Efectos de la Resolución de Problemas Mediado por el Weblog sobre el Rendimiento en Matemática. Universidad central de Venezuela. Esta propuesta tuvo como objetivo general, diseñar y aplicar actividades en las que los estudiantes sean quienes solucionen los problemas, actúen como partícipes activos en la construcción de los conocimientos, produzcan y desarrollen técnicas o estrategias de resolución y, donde el docente actúe como moderador del proceso. El trabajo se enmarcó dentro de una investigación no experimental de campo, de nivel descriptivo. Concluyendo que las experiencias de aprendizaje en el aula permitieron la resolución de problemas, partiendo de las experiencias consensuadas entre el participante, el docente y las estrategias utilizadas en la instrucción.
- Paola Cristina Astola, Andrea Elvira Salvador Badillo y Gloria Vera Velasco Entidad: Pontificia Universidad Católica del Perú (2012), “Efectividad del programa “gpa-resol” en el incremento del nivel de logro en la resolución de

problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas, una de gestión estatal y otra privada del distrito de San Luis. Se trata de un estudio cuantitativo cuyo objetivo fue diseñar y validar un instrumento confiable para detectar habilidades a nivel de estrategias para resolver problemas matemáticos de sustracción en estudiantes de tercer grado de primaria de un colegio privado y un colegio público. Para esta investigación se utilizó un test denominado “PROMAT”, creado por las investigadoras, el cual fue sometido a la evaluación del área de matemática. Esta prueba puede ser aplicada de forma individual o colectiva. La población estuvo formada por 40 estudiantes y niñas de 3er grado de un colegio privado y 40 estudiantes de un colegio estatal del mismo distrito. En cuanto a La muestra se contó con 20 estudiantes de un colegio privado y 20 de un colegio estatal del mismo distrito. Al concluir la investigación pudieron comprobar, que el instrumento utilizado permitió observar las principales diferencias que presentan los estudiantes de tercer grado de primaria de un colegio particular y de un colegio estatal en la resolución de problemas matemáticos. Los alumnos del colegio estatal en relación al colegio privado dejaron más preguntas sin resolver demostrando que el tiempo planteado no les fue suficiente; mientras que, los alumnos del colegio privado lograron un mejor rendimiento en la resolución de problemas matemáticas de sustracción.

A nivel de Colombia, encontramos las siguientes:

- Tesis de maestría de la universidad libre Bogotá, elaborada por Martínez, Sandra y Ramírez, Sergio (2014) donde se investigó la solución de problemas matemáticos utilizando el método propuesto por George Polya; en esta se trabajó desde la parte de gestión educativa, haciendo un fortalecimiento de saberes encaminados a mejorar los resultados de las pruebas ICFES, se concluyó con este trabajo que las herramientas web 2.0 aportan motivación e interés al aprendizaje de los estudiantes y que el método propuesto por Polya fortaleció el proceso de análisis matemático de los estudiantes del grado quinto del colegio I.E.D Villa Rica.

- “Resolviendo problemas de estructura multiplicativa mediante modelos organizadores” una intervención de aula para favorecer la resolución de problemas de estructura multiplicativa en estudiantes de grado cuarto, del colegio Nicolás Buenaventura. Realizado por Nury Constanza Vargas Sarabia de la universidad de la Sabana facultad de educación Chía, Colombia 2015. El propósito de ese estudio fue hacer un aporte pedagógico para facilitar el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa en estudiantes del grado cuarto de básica primaria, a partir del diseño e implementación de una intervención de aula planteada, con el fin de que evolucionen en sus niveles de pensamiento mediante la formalización progresiva de las estrategias mentales, pasando a utilizar estrategias formales para la resolución de problemas de proporcionalidad simple, comparación multiplicativa y combinatoria. El proyecto se inscribe en la línea de investigación de prácticas pedagógicas en el aula; la intervención fue estructurada bajo lineamientos de investigación acción y del enfoque cualitativo, utilizando técnicas de recolección como observación participativa, diario de campo y videos.
- “Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del instituto Francisco José de Caldas”. Estudio realizado por Carol Constanza Cárdenas, Devia Dany y Hernán González Gutiérrez en 2016. En este se trabaja en la búsqueda de información, sobre la forma o estrategias como los educandos resuelven un problema matemático y si este proceso se mejora al aplicar una estrategia que ha sido validada internacionalmente como es el caso de la planteada por George Polya y que se aplica haciendo uso de las TIC, en especial las herramientas web 2.0; ésta estrategia se aplica utilizando una modalidad b-Learning por medio de un aula virtual alojada en una plataforma Moodle.
- Universidad Libre de Colombia, facultad de ciencias de la educación, Instituto de postgrados centro de investigaciones. Estrategia para la resolución de problemas

matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del instituto Francisco José de Caldas, Carol Constanza Cárdenas Devia, Any Hernan González Gutierrez. Bogotá 2016. La resolución de problemas de razonamiento matemático, es una parte esencial de la enseñanza de la matemática, ya que por medio de esta los estudiantes experimentan la aplicabilidad de lo aprendido en el mundo que los rodea, por ello se pretende fortalecer implementando estrategias basadas en las TIC, utilizando herramientas web 2.0.

- Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, en el uso de los procesos cognitivos y metacognitivos de los estudiantes. Eivis Dayana Lara Escorcia, Maria del Carmen Quintero Miranda, trabajo de investigación para optar al título de magíster en educación. 2016. La presente investigación es pertinente porque responde al énfasis y a la línea de investigación que lleva el mismo nombre pensamiento matemático de la maestría en educación de la universidad del norte, al estudiar los procesos cognitivos y metacognitivos de la resolución de problemas matemáticos y es viable porque está enmarcada en el proyecto de investigación: “corazón, mente y cuerpo: factores predictores de la competencia académica y social en la infancia temprana” (contrato # 2011-di0010) financiado por el área estratégica investigativa en infancia y juventud de la universidad del norte cuyo objetivo es determinar la contribución del programa de formación de docentes, clase para pensar, en el contexto de aula, al desarrollo de la competencia social, matemática, y académica durante la transición al colegio (hasta segundo grado de básica primaria).
- La comprensión lectora para la resolución de problemas matemáticos mediante la historieta como estrategia didáctica en la institución educativa Nilo – Palermo – Huila. Alexander Cárdenas Perdomo, Edna Tatiana Cedeño Collazos, Jeison Martínez Montealegre, Angélica María Villegas Andrade. Facultad de educación maestría en didáctica, Neiva, 2018. La presente propuesta está basada en el trabajo de investigación acción educativa de la institución educativa Nilo Palermo, con la

población de los grados de 6 y 7; mediante una metodología cualitativa descriptiva que busca observar, reflexionar y analizar los resultados obtenidos en pro de mejorar el quehacer docente y como este tiene una mayor incidencia en el aprendizaje de los estudiantes; tomando como referencia el fortalecimiento de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia didáctica que usa la historieta como mediación.

2.1.3 Bases conceptuales

En este apartado se van a definir los conceptos y definiciones básicas del estudio. En el estudio, se han utilizado distintos conceptos que se emplean regularmente en el ámbito de la educación matemática, sin embargo, se considera pertinente establecer algunas definiciones conceptuales que de ellos se tiene, para luego identificar aquella definición de la cual nos haremos partícipes. Para desarrollar este trabajo se seleccionaron cinco términos claves que se manejan durante toda la investigación, con la definición dada por diccionarios especializados y el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, como se relaciona a continuación.

2.1.3.1 Educación

Julián Pérez (2008) plantea que la educación puede definirse como el proceso de socialización de los individuos. Al educarse, una persona asimila y aprende conocimientos. La educación también implica una concienciación cultural y conductual, donde las nuevas generaciones adquieren los modos de ser de generaciones anteriores.

El proceso educativo se materializa en una serie de habilidades y valores, que producen cambios intelectuales, emocionales y sociales en el individuo. De acuerdo al grado de

concienciación alcanzado, estos valores pueden durar toda la vida o sólo un cierto periodo de tiempo.

Argibay, Celorio y Celorio (1997), dicen que educar es un concepto polivalente. Se invoca a la educación como la mejor inversión para el desarrollo social ya que, a primera vista, parece que es el instrumento adecuado para satisfacer las necesidades humanas de desarrollo y participación de una comunidad. La educación Pretende que los estudiantes incorporen el sentido crítico a través de un proceso de enseñanza-aprendizaje que les permita desarticular prejuicios e impulsar actitudes solidarias en contexto. Así mismo, estos autores plantean que la educación permite facilitar las relaciones interpersonales, aumentar conocimientos, desarrollar valores y actitudes que permitan asumir responsabilidad de los actos, fomentar el cambio orientado a la igualdad y la justicia y favorecer el desarrollo humano en general.

La educación como proceso que tiene como fin la capacitación del hombre para la vida pasa por la pedagogía y la didáctica y se nutre de diversas fuentes como la pedagogía tradicional, la pedagogía activa, las corrientes constructivistas o los modelos de investigación, entre otros.

El acto educativo es un proceso participativo de interacción social en el cual el docente guía al aprendiz en la adquisición de la cultura, la construcción de conocimiento y el desarrollo de habilidades necesarias para contribuir de forma responsable en el desarrollo social y el cambio de la realidad. La educación tiene como objetivo principal integrar los contenidos académicos con la formación de la persona, para que esta tenga la oportunidad de intervenir en el entorno comprendiendo realidades locales y globales desde el pensamiento crítico y reflexivo.

Por su parte, Bermúdez, De Longhi, Díaz y Gavidia, (2014), citando a Pozo y Gómez (1998), argumentan que, las instancias de enseñanza y aprendizaje de las ciencias, como de otras disciplinas, están mediadas por las concepciones alternativas de los estudiantes, las cuales prevalecen, se superponen e incluso construyen en la educación formal.

2.1.3.2 Innovación

En la búsqueda por tratar de identificar aquellos elementos que posibilitan la eficiencia y eficacia de las prácticas de aula, para el desarrollo de buenas prácticas didácticas, en este apartado se definirán dos conceptos que se interrelacionan, no se puede hablar del uno sin tener que citar el otro, se tratan de la innovación educativa y el cambio educativo, que serán trabajados a lo largo de toda la investigación y que asociados a las prácticas de aula y a los modelos didácticos alternativos tienen una alta significancia en este estudio. Innovación educativa. Innovación educativa conceptualmente se define como “la acción permanente realizada mediante la investigación para buscar nuevas soluciones a los problemas planteados en el ámbito educativo” Diccionario de las ciencias de la educación, (1983)

Aunque, el concepto de innovación, lo situaremos para este estudio más enfocado al logro de los objetivos de mejora de las actividades de enseñanza y aprendizaje, las cuales “van asociadas con los intentos puntuales de mejora, con la práctica educativa, con el logro de mejor eficiencia, eficacia, efectividad y comprensividad en un contexto dado, más particular y más centrado en los agentes directos de la enseñanza.” Tejada, J. (1998) Por tanto, la eficiencia y la eficacia de las prácticas educativas en la resolución de problemas aritméticos, se estudiarán en función de ir identificando aquellos factores que facilitan un cambio educativo por un lado y que conducen a la innovación educativa, por otro, pensando en que se debe enfrentar un problema que ha sido planteado, como es develar aquellas buenas prácticas educativas que propician la adquisición del conocimiento, desarrollan habilidades cognitivas, metacognitivas y habilidades socioafectivas en los estudiantes.

El cambio educativo, estará referido a todas aquellas acciones y conductas en las cuales los agentes educativos se ven enfrentados, entendiéndolo “como cualquier modificación no evolutiva que se produce en la realidad educativa. De tal forma que, a

diferencia del simple cambio, bien sea natural, espontáneo o por azar, es la intencionalidad la característica fundamental.

Intencionalidad de mejorar la eficacia y la eficiencia de la acción. Tejada, J. (1998) Por tanto, “para entender el cambio y responder al mismo de un modo inteligente y eficaz, tenemos que involucrarnos en una planificación activa del mismo mediante la investigación; y por otro, que la investigación educativa no se agota en su función de conocer, sino que se redefine a partir de conocer para introducir mejoras fundamentadas científicamente” Tejada, J. (1998), intención que se tiene desde esta perspectiva, el estudiar los factores de eficiencia en las prácticas de aula con un modelo didáctico alternativo, difundir el estudio, pensando en la futura innovación y el cambio educativo.

Así pues, cualquier innovación en los centros educativos, como requisito inicial, debe considerar tener de su lado a los profesores miembros de la comunidad educativa, quienes son los principales implicados compartiendo los principios de la innovación, ilusionados y entregando muchas veces más del tiempo que se les recompensa materialmente. En caso de no contar con esa colaboración generalizada, nadie garantiza que la innovación y el cambio se consolide y se sostenga en el tiempo, “no podemos olvidar que la cultura propiciadora de cambios de calidad es aquella que emerge del esfuerzo compartido de participantes ilusionados, orientados a la utopía y dispuestos a arriesgar en la mejora institucional” Gairín, J. (2003) Considerando la inclusión de los docentes, se recomienda que la integración de los modelos didácticos alternativos en la docencia necesita enmarcarse dentro de un proceso de innovación educativa, que debe ser discutido y consensuado con todos los miembros de la comunidad, ya que cualquier innovación y en especial las que integran modelos didácticos alternativos, no acostumbran a ser efectivas si vienen impuestas desde arriba Sangra, A. (2004) Una de las formas de incorporar a los docentes como importantes protagonistas del cambio, es hacerlos partícipes, junto a quienes toman las decisiones, de las discusiones iniciales de la innovación, asociada a una propuesta curricular contextualizada, incorporándolos

a los estudios de necesidades, al análisis de fortalezas, oportunidades, amenazas y debilidades para enfrentar el cambio.

Por tanto, se sugiere que tanto docentes como directivos, centren la discusión en términos de relacionar el currículum con las buenas prácticas educativas, basadas en actividades de enseñanza y aprendizaje eficientes y eficaces, donde la aplicación tecnológica más satisfactoria e innovadora suelen ser aquellas que van acompañadas de una reforma o revisión de lo que se está haciendo con el currículo, como cambiar hacia un aprendizaje basado en problemas o en la investigación. Bates, A. (2004).

2.1.3.3 Matemáticas

La palabra matemática proviene del griego mathema, que significa ciencia, conocimiento, aprendizaje. De acuerdo a su etimología es la ciencia que estudia las propiedades de entes abstractos (números, figuras geométricas, etc.), así como las relaciones que se establecen entre ellos.

La matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos.

Las matemáticas no nacieron plenamente formadas. Fueron haciéndose gracias a los esfuerzos acumulativos de muchas personas que procedían de muchas culturas y hablaban diferentes lenguas, algunas ideas matemáticas que se siguen usaron hoy en día datan de hace más de 4000 años.

Desde un principio, el ser humano ha tenido la necesidad de contar, medir y determinar la forma de todo aquello que le rodeaba. El progreso de la civilización humana y el progreso de las matemáticas han ido de la mano. Por ejemplo, sin los descubrimientos griegos, árabes e hindúes en la trigonometría, la navegación de océanos abiertos

hubiera sido una tarea aún más aventurada, las rutas comerciales de China a Europa o de Indonesia a las Américas, se mantenían unidas por un invisible hilo matemático.

No cabe duda que las matemáticas se han convertido en la guía para el mundo que vivimos, el mundo al que damos forma y cambiamos, y del cual formamos parte. Las matemáticas son el motor que mueve nuestra civilización industrial, son el lenguaje de la ciencia, tecnología e ingeniería, también son esenciales para la arquitectura, el diseño, la economía y la medicina, en nuestra vida social, al momento de hacer compras, entre otras.

La capacidad para tratar con las matemáticas requiere de técnica y un talento especial, igual que cualquier otra habilidad, todos deberíamos saber de qué se tratan, y ser capaces de entender y manejar por lo menos algunos conceptos básicos.

En la actualidad existen numerosas ramas interrelacionadas a las matemáticas, las más conocidas tenemos: la aritmética, geometría, álgebra, trigonometría, conjuntos, cálculo diferencial e integral, cálculo vectorial, probabilidad y estadísticas, entre otras.

Cabe resaltar, que el conocimiento matemático del mundo moderno está avanzando rápidamente, teorías que eran completamente distintas se han reunido para formar teorías más completas y abstractas. Si bien la mayoría de los problemas más importantes han sido resueltos, otros siguen sin solución.

2.1.3.4 Modelo didáctico

Como cualquier modelo, la idea de modelo didáctico permite abordar de manera simplificada la complejidad de la realidad educativa al tiempo que ayuda a proponer procedimientos de intervención en la misma. Dicho en términos sencillos, el modelo didáctico es un instrumento que facilita el análisis de la realidad educativa con vistas a su transformación.

Los modelos didácticos presentan dos dimensiones fundamentales. Por un lado, la dimensión estructural que atañe al carácter descriptivo de los elementos intervinientes

y, por otro lado, la dimensión funcional que atañe a la dinámica o comportamiento del modelo en la realidad. Dentro de la dimensión funcional, se consideran dos perspectivas. Una de ellas de índole descriptivo-explicativa vinculada a la cosmovisión de la realidad educativa y la otra de índole normativa que tiene la misión de orientar la actuación en el ámbito educativo. En este marco, es posible reconocer como distintos "tipos" de modelos didácticos: la educación tradicional, las tendencias transformadoras y los proyectos alternativos en construcción.

2.1.3.5 Resolución de problemas

Resolución es el acto y el resultado de resolver. Este verbo puede referirse a encontrar una solución para algo o a determinar alguna cuestión. Un problema, por otra parte, es una dificultad, un contratiempo o un inconveniente.

El concepto de resolución de problemas está vinculado al procedimiento que permite solucionar una complicación. La noción puede referirse a todo el proceso o a su fase final, cuando el problema efectivamente se resuelve.

En su sentido más amplio, la resolución de un problema comienza con la identificación del inconveniente en cuestión. Después de todo, si no se tiene conocimiento sobre la existencia de la contrariedad o no se la logra determinar con precisión, no habrá tampoco necesidad de encontrar una solución.

Una vez que el problema se encuentra identificado, se hace necesario establecer una planificación para desarrollar la acción que derive en la resolución. En ciertos contextos, la resolución de problemas obliga a seguir determinados pasos o a respetar modelos o patrones. Eso es lo que ocurre, por ejemplo, con los problemas matemáticos.

En otros casos, en cambio, la resolución del problema puede depender de una única acción o de una decisión repentina. Si una persona descubre que se le ha prendido fuego una mesa de madera por la caída de una vela encendida, el problema se

solucionará arrojando un balde de agua sobre las llamas. En este tipo de contingencias, la resolución debe ser inmediata para evitar que el problema se vuelva más grave.

Otros problemas se resuelven a través de un proceso más extenso y complejo. El gobierno de un país puede plantearse que, para resolver el problema de la pobreza, es necesario brindar asistencia directa a los sectores más vulnerables, crear fuentes de empleo, fomentar la inversión privada y combatir la inflación. Estos objetivos sólo pueden cumplirse en un plazo extenso, de varios años.

En el ámbito de las matemáticas, actualmente, la resolución de problemas dentro de la educación matemática contempla tres dimensiones distintas (Juidías. y Rodríguez, 2007). Es considerada como un objetivo principal, ya que aprender matemáticas está ligado a que el alumno sea capaz de resolver problemas. A su vez, la resolución de problemas es una capacidad que debe adquirir el alumno que debe aprender técnicas, estrategias, maneras de descubrir o investigar que son propias de dicha investigación. Y por último la resolución de problemas es una metodología que utiliza el profesor para la enseñanza y que se encuentra basada en la concepción constructivista del aprendizaje, es decir, aquellos conocimientos contruidos por los propios alumnos son realmente operativos, duraderos y generalizables a diferentes contextos. Por el contrario, los conocimientos que simplemente se transmiten a los alumnos, no contruidos por ellos, no quedan integrados en sus estructuras lógicas y sólo pueden aplicarlos en situaciones similares a las del aprendizaje.

La resolución de problemas como metodología ha sido recomendada desde los años 90 en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de los currículos oficiales: autonómicos, nacionales y de otros países. Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje matemático a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática."

(Currículo de Educación Primaria, 2007, p.7909).

2.1.3 Bases legales

Las bases legales colombianas, en las que se sustenta esta investigación, parten de los referentes a nivel normativo y curricular que direccionan el área de las matemáticas. En este caso se alude en primera instancia a la Constitución Nacional, estableciendo en el artículo 67, " La educación como un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social", siendo uno de sus objetivos, la búsqueda del acceso al conocimiento, a la ciencia, la técnica y a los demás bienes y valores de la Cultura", por lo que el área de matemáticas no es ajena al cumplimiento de este.

Continuando, se presenta la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), la cual en sus artículos 21, 22 y 23 determina los objetivos específicos para cada uno de los ciclos de enseñanza en el área de matemáticas, considerándose como área obligatoria.

De otro lado, el desarrollo del proceso educativo, también se reglamenta en el Decreto 1860 de 1994, el cual hace referencia a los aspectos pedagógicos y organizativos, resaltándose, concretamente en el artículo 14, la recomendación de expresar la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la Ley, en los que interviene para su cumplimiento las condiciones sociales y culturales. Dos aspectos que sustentan el accionar del área en las instituciones educativas.

Luego, otro referente normativo y sustento de las bases legales, es la Ley 715 de 2001, donde en su artículo 5, explica "la necesidad por parte de la Nación de establecer las Normas Técnicas Curriculares y Pedagógicas para los niveles de la educación preescolar, básica y media, sin que esto vaya en contra de la autonomía de las instituciones educativas y de las características regionales, y definir, diseñar y establecer instrumentos y mecanismos para el mejoramiento de la calidad de la educación, además, de dar orientaciones para la elaboración del currículo, respetando la autonomía para organizar las áreas obligatorias e introducir asignaturas optativas de cada institución

En concordancia con las Normas Técnicas Curriculares, es necesario hacer referencia a los "Documentos Rectores", tales como Lineamientos Curriculares (Anexo B), Estándares Básicos de Competencias (Anexo C) y Derechos Básicos de Aprendizaje (Anexo D), los cuales son documentos de carácter académico no establecidos por una norma jurídica o ley. Ellos hacen parte de los referentes que todo maestro del área debe conocer y asumir, de tal forma que los desarrollos de sus prácticas pedagógicas den cuenta de todo el trabajo, análisis y concertación que distintos teóricos han hecho con la firme intención de fortalecer y mejorar el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje en los que se enmarca el área de matemáticas. A pesar que son parte de las directrices ministeriales, están sometidos a confrontaciones que propicien un mejoramiento significativo en la adquisición del conocimiento y en procura de la formación integral de las personas. En cuanto a los Lineamientos Curriculares en matemáticas publicados por el MEN en 1998, se exponen reflexiones referente a la matemática escolar, dado que muestran en parte los principios filosóficos y didácticos del área estableciendo relaciones entre los conocimientos básicos, los procesos y los contextos, mediados por las Situaciones Problemáticas y la evaluación, componentes que contribuyen a orientar, en gran parte, las prácticas pedagógicas del maestro y posibilitar en el estudiante la exploración, conjetura, el razonamiento, la comunicación y el desarrollo del pensamiento matemático.

De igual forma, los Estándares Básicos de Competencias (2006), es un documento que aporta orientaciones necesarias para la construcción del currículo del área, permitiendo evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida estudiantil, además, presenta por niveles la propuesta de los objetos de conocimiento propios de cada pensamiento matemático, los cuales deben estar contextualizados en situaciones problemáticas que son uno de los caminos que permiten un proceso de aprendizaje significativo en el estudiante.

Finalmente, El Ministerio de Educación continuando con el trabajo constante de mejorar la calidad educativa en el país, ha venido desarrollando diferentes herramientas

para fortalecer las prácticas escolares y así mejorar los aprendizajes de los niños, niñas y jóvenes de Colombia.

En esta oportunidad presentan a la sociedad colombiana los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), como una herramienta dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar, de primero a once, y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje se estructuran guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para la construcción de rutas de aprendizaje año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados.

Debe tenerse en cuenta que los DBA son un apoyo para el desarrollo de propuestas curriculares que pueden ser articuladas con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales materializados en los planes de área y de aula.

Estos DBA son una oportunidad para que todos los colombianos apoyen el proceso de mejora de los aprendizajes de los niños, niñas y jóvenes del país y así lograr que Colombia sea la más educada en 2025.

2.2 Definición conceptual y operacional de las variables

Una variable es una propiedad que puede variar y cuya variación es susceptible de medirse u observarse. (Hernández et al. 2007, p.123), las variables son características o atributos que admiten diferentes valores, depende de cada caso y situación, así como del nivel de generalidad en que se sitúe.

Las variables deben ser definidas de dos formas: conceptual y operacionalmente. Una definición conceptual trata a la variable con otros términos. Se tratan de definiciones

de diccionarios o de libros especializados (Kerlinger, 2002; Rojas, 2001) y cuando describen la esencia o las características de una variable, objeto o fenómeno se les denomina definiciones reales (Reynolds, 1986). Estas últimas constituyen la adecuación de la definición conceptual a los requerimientos prácticos de la investigación.

Por otro lado, una definición operacional constituye el conjunto de procedimientos que describe las actividades que un observador debe realizar para recibir las impresiones sensoriales, las cuales indican la existencia de un concepto teórico en mayor o menor grado (Reynolds, 1986, p. 52). En otras palabras, especifica qué actividades u operaciones deben realizarse para medir una variable. Una definición operacional nos dice que, para recoger datos respecto de una variable, hay que hacer esto y esto otro, además articula los procesos o acciones de un concepto que son necesarios para identificar ejemplos de éste (MacGregor, 2006). Así, la definición operacional de la variable “temperatura” sería el termómetro; e “inteligencia” se definiría operacionalmente como las respuestas a una determinada prueba de inteligencia (por ejemplo: Stanford-Binet o Wechsler).

En lo referente a la presente investigación, teniendo en cuenta el objetivo general y los específicos planteados para ésta, se cuenta con una variable:

- Metodología empleada por los docentes en la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos y su incidencia en el desarrollo de las competencias matemáticas.

Cuadro 1. Definición conceptual y operacional de las variables

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL
Metodología empleada por	Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de	Para obtener datos acerca de esta variable se van a

los docentes en la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos y su incidencia en el desarrollo de las competencias matemáticas.	matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de competencias de matemáticas.2006, pág. 7)	utilizar los siguientes instrumentos: • Prueba diagnóstica. • Cuestionario de caracterización dirigida a los estudiantes. • Cuestionario de caracterización dirigida a docentes. • Prueba diagnóstica final.observación directa or parte del investigador.
---	---	---

Fuente: elaboración propia 2019

2.3 Operacionalización de las variables

En el siguiente cuadro se puede visualizar la operacionalización de la variable de esta investigación:

Cuadro 2. Operacionalización de las Variables

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
Metodología empleada por los docentes en la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos y su incidencia en el desarrollo de las competencias matemáticas.	Procedimental, cognitiva y su relación con el entorno	Razonamiento matemático. Interpretación matemática. Método utilizado, Aplicación de conceptos matemáticos. Claridad y coherencia. Aplicación de algoritmos de operaciones básicas. Resolución de operaciones básicas.	Cuestionario pre test para estudiantes. Cuestionario para docentes.

CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este tercer capítulo se da paso al marco metodológico, en el cual se describe cómo se va a llevar a cabo el estudio de esta investigación por medio de una serie de pasos a realizar para llegar alcanzar los objetivos de esta.

El diseño y ejecución de estos pasos determinaran de qué manera se recolectarán y analizaran los datos obtenidos por medio de la aplicación de las técnicas de recolección de información descritas y diseñadas para este fin. Paso en el cual se debe prestar mucha atención, ya que si estos no son tratados de forma correcta el resultado podría ser erróneo.

Además, es de destacar que el marco metodológico es uno de los pasos primordiales de cualquier investigación, ya que de este depende que se obtenga la información que se considere necesaria para el planteamiento de la propuesta fruto de este trabajo.

Es así que en este capítulo se expone el enfoque y método de esta investigación, el tipo de investigación seleccionado y aplicado, la manera como se va a realizar el diseño, los pasos para llevarlo a cabo, su metodología, la población y muestra, técnicas e instrumentos de recolección de datos, validez y confiabilidad de estos.

3.1 Paradigma, método y enfoque de la investigación

Estructurar la metodología acertada para la consecución de los objetivos propuestos en una investigación, implica reconocer y construir una ruta epistemológica —existente u original— coherente con el objeto de estudio y los intereses del proyecto. Por tanto, es importante definir, estudiar, conocer y manejar el enfoque desde el cual se construye el trabajo —cualitativo/cuantitativo—, o si es mixto, cuál de los dos tiene la prioridad. Establecer el método más oportuno acorde con el enfoque precisado. Optar por los instrumentos para la recolección de la información más afines a las pretensiones del proyecto y, por último, optar y conocer la herramienta para el análisis de los datos.

El presente trabajo de investigación se desarrolla desde el paradigma cuantitativo, apoyada en el estudio de la metodología de la investigación de Roberto Hernandez

Sampieri. El enfoque cuantitativo tiene como finalidad asegurar la precisión y el rigor que requiere la ciencia, enraizado filosóficamente en el positivismo.

La propuesta se inclina cuantitativamente porque permitirá llevar a cabo una observación directa y una evaluación de fenómenos dando la oportunidad de recolectar datos verídicos, los cuales darán pie para ubicar la realidad del contexto y poder modificar, agregar o anular ideas. Como argumenta Sampieri (2010):

“El enfoque cuantitativo (que representa, como dijimos, un conjunto de procesos) es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos “brincar o eludir” pasos, el orden es riguroso, aunque, desde luego, podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se desarrolla un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas (con frecuencia utilizando métodos estadísticos), y se establece una serie de conclusiones respecto de la(s) hipótesis”.

De igual forma, está dirigida al proceso escolar para comprender, explorar y evaluar el desempeño de los estudiantes de la básica primaria en la resolución de problemas aritméticos. Pretende analizar la problemática con el fin de generar un modelo didáctico que permita el fortalecimiento de las competencias matemáticas básicas de los estudiantes de la básica primaria por medio de un modelo didáctico alternativo que facilite la resolución de problemas aritméticos y de esta manera darle la oportunidad al estudiante para que pueda ser competente en la realización de procesos exploradores e investigativos asertivos en la resolución de problemas aritméticos y al docente una herramienta innovadora para el proceso de la enseñanza de las matemáticas.

En este caso se utiliza el modelo cuantitativo, para explicar y comprender a profundidad, gracias a la aplicación de tres instrumentos de recolección de datos (dos cuestionarios, uno dirigido a docentes, un pretest y un postest y observación directa), la situación actual y real de los estudiantes frente a sus fortalezas y debilidades en su proceso de resolución de problemas aritméticos, gustos e intereses, que serán insumos para diseñar el modelo didáctico alternativo a aplicar.

De igual forma, es pertinente en este apartado dejar claro que el objeto de estudio de esta investigación es la didáctica utilizada tanto por docentes como por estudiantes en la resolución de problemas aritméticos. Nos hemos acostumbrado a pensar que las matemáticas y todos sus componentes son aprendizajes que representan dificultad para los niños y por esta razón es natural que estos no los adquieran de forma fácil, pero en realidad son aprendizajes fundamentales cuya transferencia cognitiva y afectiva va mucho más allá de lo que podríamos imaginar; por algo, a nivel universal, se consideran tres aprendizajes esenciales para la vida: la lectura, la escritura y el pensamiento lógico-matemático. Estas habilidades son herramientas importantes para desarrollar niveles cada vez más elaborados de pensamiento, comunicación e interacción positiva con los demás y con el medio, además de que son instrumentos muy valiosos para aprender, seguir estudiando y seguir aprendiendo. En el mundo actual la capacidad para aprender a lo largo de toda la vida es no sólo una necesidad, por la velocidad con que avanza la ciencia y la tecnología, sino que es también un derecho de todos, que tiene que ver con la equidad que tanto necesitamos para acortar las brechas que existen en nuestro país. Garantizar estos aprendizajes en todos los estudiantes de nuestras escuelas se convierte en un compromiso sociopolítico y ético primordial, que se está en la obligación de cumplir.

3.2 Tipo de investigación

El tipo de estudio señala el nivel de profundidad con el cual se busca el objeto del conocimiento. Por lo que esta propuesta se define como investigación cuantitativa, de alcance descriptivo, diseño experimental y el nivel de investigación utilizada es el cuasi experimental, dirigida al proceso escolar para comprender, explorar y evaluar el desempeño de los estudiantes de la básica primaria en procesos de resolución de problemas aritméticos. Se pretende analizar la problemática proponiendo estrategias didácticas sencillas de comprender que ayuden a evidenciar el fortalecimiento de las

competencias matemáticas básicas y de esta manera darle la oportunidad al estudiante para que pueda ser competente en las diferentes áreas del saber.

Es así que, el enfoque adoptado por esta investigación es el enfoque cuantitativo. Dadas las características del estudio y en busca de resultados según los objetivos propuestos en esta investigación, el nivel de investigación utilizada es descriptivo, Según Hernández Sampiere (2010):

“Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas”.

De igual forma para Creswell (2009), citado por Sampiere, “denomina a los experimentos como estudios de intervención, porque un investigador genera una situación para tratar de explicar cómo afecta a quienes participan en ella en comparación con quienes no lo hacen”. Es posible experimentar con seres humanos, seres vivos y ciertos objetos. Los experimentos manipulan tratamientos, estímulos, influencias o intervenciones (denominadas variables independientes) para observar sus efectos sobre otras variables (las dependientes) en una situación de control.

Y el nivel cuasiexperimental consiste según el mismo Sampiere (2010) en “Los diseños cuasiexperimentales también manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes, sólo que difieren de los experimentos “puros” en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En los diseños cuasiexperimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se formaron es independiente o aparte del experimento).

3.3 Diseño de la investigación

El diseño de investigación, es la estrategia con la que se pretende alcanzar los objetivos de la investigación. Es por esto que en este apartado se explica paso a paso cómo se pretende por medio de diferentes acciones y del diseño e implementación de un modelo didáctico alternativo alcanzar cada uno de los objetivos propuestos.

Ya que, el objetivo de la investigación descriptiva consiste en llegar a conocer las situaciones, costumbres y actitudes predominantes a través de la descripción exacta de las actividades, objetos, procesos y personas. Su meta no se limita a la recolección de datos, sino a la predicción e identificación de las relaciones que existen entre dos o más variables. Los investigadores no son meros tabuladores, sino que recogen los datos sobre la base de una hipótesis o teoría, exponen y resumen la información de manera cuidadosa y luego analizan minuciosamente los resultados, a fin de extraer generalizaciones significativas que contribuyan al conocimiento.

Por consiguiente, para la realización de esta investigación, por estas características se ha determinado que se va a llevar a cabo un estudio cuasi experimental, con los grupos de los grados terceros, cuartos y quintos de dos instituciones educativas oficiales del municipio de Chía, Cundinamarca, una de estas instituciones toma el papel de grupo control el cual seguirá usando la metodología tradicional. El concepto de cuasi-experimento fue propuesto por primera vez por Campbell y Stanley (1966) y fue ampliado más tarde por Cook y Campbell (1979). A partir de entonces muchos autores han propuesto definiciones de este concepto, algunas de las cuales figuran a continuación.

Cook y Campbell (1986) afirman que los cuasi-experimentos son como experimentos de asignación aleatoria en todos los aspectos excepto en que no se puede presumir que los diversos grupos de tratamiento sean inicialmente equivalentes dentro de los límites del error muestral (p. 142). Esta es la razón por la cual estos autores utilizan el término experimento verdadero en oposición al término cuasi-experimento.

Mientras Kirk (1995) argumenta que los diseños cuasi-experimentales son similares a los experimentos excepto en que los sujetos no se asignan aleatoriamente a la variable independiente. Se trata de diseños que se utilizan cuando la asignación aleatoria no es posible o cuando por razones prácticas o éticas se recurre al uso de grupos naturales o preexistentes como, por ejemplo, sujetos con una determinada enfermedad o sujetos que han sido sometidos a abuso sexual (p. 6). Por lo tanto, los diseños cuasi-experimentales se utilizan cuando el investigador no puede presentar los niveles de la variable independiente a voluntad ni puede crear los grupos experimentales mediante la aleatorización.

3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas utilizadas en este proceso de recolección de datos son la observación directa por parte del docente investigador, un cuestionario dirigido a docentes y un cuestionario a estudiantes (pre y pos test).

Por un lado, la observación directa permite conocer e identificar diferentes situaciones, costumbres y actitudes en situaciones naturales, como el desempeño, actitud, motivación y ritmo de trabajo, igualmente la reacción de docentes ante la aplicación de un nuevo modelo didáctico y la interacción de los estudiantes.

Según Hernández, Fernández y Baptista (1998), “la observación consiste en el registro sistemático, cálido y confiable de comportamientos o conductas manifiestas”. (Pág., 309). En relación a la observación Méndez (1995), señala que ésta se hace “a través de formularios, los cuales tienen aplicación a aquellos problemas que se pueden investigar por métodos de observación, análisis de fuentes documentales y demás sistemas de conocimiento”. (p.145).

De igual forma, con la técnica de la observación a los estudiantes, se busca medir el nivel de aceptación, motivación y rendimiento académico, en la realización de diferentes actividades, durante la implementación del modelo didáctico, relacionadas

con el fortalecimiento de las competencias matemáticas básicas, para la cual se recopilan los datos en un formato diseñado por el investigador (Apéndice A).

De igual forma, por medio del cuestionario dirigido a los docentes (Apéndice B y anexo H diligenciado), se pretenden medir varios aspectos de la didáctica utilizada por los docentes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos.

Seguidamente, se utiliza un cuestionario dirigido a los estudiantes (grupo control y experimental). El cuestionario es un procedimiento que permite explorar cuestiones que hacen a la subjetividad y al mismo tiempo obtener esa información de un número considerable de personas así, por ejemplo: permite explorar la opinión pública y los valores vigentes de una sociedad, temas de significación científica y de importancia en las sociedades democráticas (Grasso, 2006:13).

Al respecto, Mayntz et al., (1976:133) citados por Díaz de Rada (2001:13), describen al cuestionario como la búsqueda sistemática de información en la que el investigador pregunta a los investigados sobre los datos que desea obtener, y posteriormente reúne estos datos individuales para obtener durante la evaluación datos agregados.

Para ello, el cuestionario debe contener una serie de preguntas o ítems respecto a una o más variables a medir. Gómez, (2006:127-128) refiere que básicamente se consideran dos tipos de preguntas: cerradas y abiertas.

Las preguntas cerradas contienen categorías fijas de respuesta que han sido delimitadas, las respuestas incluyen dos posibilidades (dicotómicas) o incluir varias alternativas. Este tipo de preguntas permite facilitar previamente la codificación (valores numéricos) de las respuestas de los sujetos.

Las preguntas abiertas no delimitan de antemano las alternativas de respuesta, se utiliza cuando no se tiene información sobre las posibles respuestas. Estas preguntas no permiten precodificar las respuestas, la codificación se efectúa después que se tienen las respuestas.

Es así, que, con el fin de determinar las fortalezas y debilidades de los estudiantes frente al proceso didáctico de la resolución de problemas aritméticos relacionados con los contenidos programáticos según el programa de clases de la asignatura de matemáticas para los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria, se administrará al inicio de la intervención una prueba escrita tipo cuestionario, pre test, (Apéndice C y anexo I. diligenciado) a todos los grupos (17 cursos). “El cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir”. (Hernández, 2006 p. 310). La cual se plantea con el objetivo de conocer o establecer el desempeño actual de los estudiantes en la resolución de problemas aritméticos.

Al final de la investigación se aplicará una prueba final pos test (Apéndice D y anexo J diligenciado), con las mismas características que la prueba inicial pre test, con el fin de comparar los resultados obtenidos, por los estudiantes de la institución en la cual se implementará el modelo didáctico alternativo de este trabajo de grado y los resultados obtenidos por los estudiantes de la institución donde no se implementará. Y así, poder concluir si se alcanzaron o no cada uno de los objetivos propuestos, por medio del diseño del modelo didáctico alternativo planteado en este trabajo de tesis doctoral.

3.5 Población, muestra y muestreo

3.5.1 Población y descripción del escenario de la investigación

El presente proyecto se desarrolla con el fin de ser trabajado en dos instituciones educativas oficiales del municipio de Chía, departamento de Cundinamarca. los grados con los cuales se trabajará son tercero, cuarto y quinto de la básica primaria. A continuación, se describen los dos establecimientos educativos, al igual que el municipio de Chía.

- **MUNICIPIO DE CHIA.** El municipio de Chía, se encuentra ubicado en el departamento de Cundinamarca, en la zona sabana centro, a escasos kilómetros de la capital del departamento y del país, la ciudad de Bogotá.

Alcalde: Luis Carlos Segura



Chía en lengua chibcha quiere decir, luna, mes. Era también símbolo de los placeres mundanos y se le representaba bajo la forma de mujer. La diosa Chía fue una de las divinidades de Muisca. Se le rendía el mayor culto en este pueblo, al que los cronistas llaman la "Ciudad de la Luna" Chía fue la cuna del reino Chibcha de Cundinamarca, pues su Cacique era el sucesor del Zipa.

En los recodos del río Funza y del Simca o Riofrío y el cerro de Tíquiza existió el pueblo aborigen de Chía. El sábado 24 de marzo de 1537 llegó Jiménez de Quesada con su expedición y aquí celebraron la Semana Santa, que comenzaba el día siguiente, allí estuvieron hasta el jueves 5 de abril, en que salieron para Suba. El 15 de noviembre de 1593 llegó al pueblo y repartimiento de Chía el Oídor Miguel de Ibarra, en el padrón encontró 1753 indios.

Por auto de diciembre 19 les señalo el resguardo. El 6 de marzo de 1603 llegó de visita el Oídor Diego Gómez de Mena, acusó al encomendero Artieda de no tener iglesia suficiente para adoctrinar los indios. El 17 de julio de 1604 el Oídor contrató la construcción de una nueva iglesia. El 3 de junio de 1778 el Alarife Agustín Gómez presentó presupuesto de reparos de la iglesia cuyo estado era ruinoso a causa del terremoto de 1776, por valor de 870 pesos. La obra se terminó 2 de marzo de 1784 dirigida por los alarifes Manuel Lozano y Leandro Benítez.

La actual iglesia fue iniciada a comienzos del presente siglo por Ricardo A. García Párroco de 1887 al 21 noviembre de 1921. El puente del Común fue construido por el Ingeniero Español Domingo Esquiaqui sobre planos dibujados por Francisco Dávila de la expedición Botánica, durante la administración del Virrey Espeleta y terminado el 31 de diciembre de 1792. Por el año 1876 había allí, en el punto donde se juntaban los caminos del norte y del nordeste, que viene a ser la casa antes llamada de "El Puente " y luego de " Los Gómez" un hotel que sirvió de cuartel en las guerras civiles, y en 1883 ya tenía oficina telegráfica.

El puente fue declarado monumento nacional en 1967 y reemplazado por otro común y corriente que fue inaugurado en 1968. Por su situación estratégica en el cruce de caminos de norte a sur u oriente a occidente y haber sido ruta de las campañas de independencia y de las guerras civiles del siglo pasado; y por su proximidad con el Puente del Común, Chía fue plaza codiciada.

Allí organizó el Coronel Simón Bolívar a comienzos de diciembre de 1814 su ataque a Santafé por orden del Congreso Federal; estuvo dos años después el Presidente en derrota Fernández Madrid y se entrevistó con el General Serviez de los patriotas; y en 1854 el Presidente General José María Melo preparando el combate de Tiquiza, y durante este siglo se libraron en el puente muchos combates revolucionarios.

La casa de Yerbabuena existía en 1807 fue reformada en 1836 y en 1854 se le hizo capilla. De los episodios importantes en esta casa está el establecimiento de un Colegio para varones en 1851 por los esposos Marroquín-Osorio, que funcionó hasta 1852, y

en 1878 otro para niños fundado por Doña Matilde, fue escenario de representaciones teatrales y residencia de José Manuel Marroquín, fue adquirida por la Nación para establecer el Instituto Caro y Cuervo, que se inauguró en 1960.

El Castillo de Marroquín está situado en predios de la antigua hacienda "El Castillo" fue construido por Don Lorenzo Marroquín Osorio, hijo de José Manuel Marroquín y Matilde Osorio. Fue edificado sobre planos traídos de Europa entre 1899 y 1900, bajo la dirección del Arquitecto Francés Gastón Lelarge con la colaboración de los maestros Julian Lombana y Demetrio Chávez fue restaurado en 1952 por Roberto Restrepo. En 1935 el Concejo Municipal de Chía dispuso erigir en la plaza principal un monumento a la raza Chibcha, el cual fue ejecutado por Martín A. Jiménez, Alonso Neira M. y Luis A. Sánchez Valderrama fue inaugurado el 12 de octubre de 1935.

El municipio de Chía está compuesto por diez veredas, entre las cuales encontramos La Balsa, en la cual se encuentra ubicada la Institución Educativa Departamental "Santa María del Río.

- INSTITUCION EDUCATIVA OFICIAL "SANTA MARIA DEL RIO". La institución se encuentra ubicada en la zona rural de la vereda La Balsa, sector Las Juntas, Vía Guaymaral, en el municipio de Chía.

Según solicitud hecha a la secretaria de educación municipal el 20 de septiembre de 1996 se obtuvo la licencia de funcionamiento para la prestación del servicio educativo formal para el nivel de preescolar, plantel de naturaleza privada de carácter mixto, calendario A y jornada única con el nombre de colegio Santa María de Los Caobos, con resolución No. 01454 bajo la dirección de la señora Patricia Gaitán Pardo.

En el año 2001 se aprobó oficialmente la primaria y básica secundaria mediante resolución No. 00275 de mayo 24. Bajo la resolución No. 3344 de octubre de 2002 el colegio se convierte en Institución Educativa Departamental. Se nombra de planta a la rectora y en el año 2003 se inicia con un total de dieciséis docentes nombrados por OPS departamental y una secretaria dependiente del fondo de servicios docentes, con un

total de 417 estudiantes distribuidos en los niveles de preescolar, básica primaria y básica secundaria.

En el año 1999 asume la dirección del colegio la señora Patricia García, se cambian algunos docentes por solicitud de los padres de familia. A finales de este mismo año es declarado colegio municipal y se nombra como rector encargado al señor Jaime Saavedra para el año 2000 y a toda la planta de docentes.

A finales del año 2002 y por las reformas educativas, la institución pasa a ser de carácter oficial departamental y por lo tanto se nombra a Patricia Ortiz como rectora y 16 docentes contratados por la gobernación de Cundinamarca por OPS.

La institución ha ampliado paulatinamente la cobertura académica y es así que ofrece el servicio hasta el grado once completando el ciclo de educación media cuya aprobación está plasmada en la resolución No. 004365 de 23 de diciembre de 2004.

Actualmente la institución cuenta con 42 docentes contratados en propiedad mediante concurso de méritos realizado por la Secretaria de Educación de Cundinamarca y con 36 cursos, dos en los grados preescolar a octavo, un noveno, un décimo y un once, con dos sedes, en la sede A o principal funcionan los cursos de quinto a once en la jornada de la mañana y en la sede B, las dos jornadas, mañana y tarde y los grados preescolar a quinto.

- INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL SAN JÓSEMARIA ESCRIVÁ DE BALAGUER: (esta institución conforma el grupo control) La Institución Educativa se funda el 19 de marzo de 1965, cuando la Secretaría de Educación de Cundinamarca avala el funcionamiento de la Escuela Rural de Niñas y Varones 3 en la vereda Delicias, de la zona 6ª de Chía. Su primera directora fue la licenciada Blanca Hilda Prieto de Pinilla, en el año de 1975. En el año de 1980, recibe el nombre de “República de Polonia” por un convenio entre el Departamento de Cundinamarca y la embajada de la República de Polonia.

En 1993, la secretaría de Educación de Cundinamarca por medio de la gestión de la Alcaldía de Chía, da licencia de iniciación de labores del grado Sexto, con el nombre de “Colegio Rural Delicias” anexo al colegio Departamental Nacionalizado José Joaquín Casas.

Por esta iniciativa se impulsa el proyecto de abrir año a año en la institución hasta completar la Educación Básica, es decir hasta el grado noveno, construyendo la planta física donde funciona actualmente.

En el año 2001 asume la rectoría la Licenciada Blanca Oliva Rubiano. Junto con la coordinadora Blanca Hilda Prieto de Pinilla, proponen orientar la Institución hacia la Educación Media Técnica, por lo cual logran de la Secretaría de Educación de Cundinamarca, la aprobación de la Licencia de apertura al grado 10°. Y 11° (Resolución 00532 de diciembre de 2001) para dar respuesta a las necesidades del contexto, dirigiendo la Institución hacia la formación de estudiantes en el campo laboral, diseñando un nuevo currículo en Gestión Empresarial en las áreas de Agroindustria, Hotelería y Turismo, Electrónica y electricidad y Artes. La Secretaría de Educación de Cundinamarca, concede el reconocimiento de carácter oficial a partir del año 2003 a la Institución Educativa Departamental DELICIAS para que imparta educación formal en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media académica, en calendario A, jornada mañana y tarde. (Resolución 0004648 del 21 de noviembre de 2003).

Este mismo año, en el mes de noviembre concede el funcionamiento a la Institución para el nivel de educación media técnica con especialidad Agroindustria, Hotelería y Turismo, Electrónica y Electricidad y Artes, jornada mañana y tarde. (Resolución 004648 del 21 de noviembre de 2003).

La Secretaría de Educación de Cundinamarca, mediante la Resolución 004072 del 02 de diciembre de 2004, autoriza a la Institución el cambio de razón social por el de Institución Educativa Departamental “San Josémaría Escrivá de Balaguer”.

El 16 de febrero de 2005 se expide la Resolución 000528, disponiendo la integración de la Concentración Samaria a la Institución Educativa Departamental San Josemaría Escrivá de Balaguer.

En el año 2007, la gobernación de Cundinamarca, Colsubsidio, la cámara de comercio de Bogotá y la corporación calidad, otorgaron a la institución educativa San Josemaría Escrivá de Balaguer, el premio “Galardón – clase” distinción a la excelencia educativa 2006-2007.

En el año 2011 se logra completar la cadena de formación para nuestros estudiantes como Bachilleres Técnicos en Gestión Empresarial. A partir del año 2012, el estudiante Balaguerista consolida su cadena de Formación como Técnico Profesional en el área de especialización expedida por el SENA y el título de Bachiller Técnico en Gestión Empresarial. En la Resolución de la Alcaldía Municipal 0193 del 27 de Enero de 2015, se autoriza a la Institución para expedir los certificados y otorgar el título de bachiller técnico en gestión empresarial con énfasis en hotelería y turismo, bachiller técnico en gestión empresarial con énfasis en agroindustria, bachiller técnico en gestión empresarial con énfasis en diseño, patronaje y escalado de confección de ropa industrial, bachiller técnico en gestión empresarial con énfasis en electricidad y electrónica.

A partir de enero de 2015 asume la rectoría la Licenciada LUZ STELLA STEEVENS CRUZ, y recibe de parte de la Alcaldía Municipal de Chía un predio ubicado en la carrera 2E No 3-17 Delicias Norte para el futuro funcionamiento de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSEMARÍA ESCRIVÁ DE BALAGUER y lote anexo para la ampliación de la Sede Samaria denominado “Villa Patricia”.

En mayo de 2016, la Ministra de Educación GINNA PARODY envía carta de felicitación a la rectora y al equipo docente donde destaca que “La Institución va caminando con paso firme sobre la ruta de la excelencia, pues superó el denominado MEJORAMIENTO MÍNIMO ANUAL (MMA) en los tres niveles: primaria, secundaria y media”. En agosto del mismo año, asume la rectoría en propiedad el

Licenciado JORGE ALBERTO PARRA NEIRA, quien lidera el Proyecto Educativo Institucional con su amplia experiencia en el sector educativo municipal.

Actualmente cuenta con 57 cursos de transición a once, en su dos sedes y jornadas, atiende a 1753 estudiantes, con 76 docentes y 3 coordinadoras.

3.5.2 Muestra, descripción y criterios de selección de los informantes clave

Para el desarrollo de este trabajo de investigación, la población se encuentra conformada por los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria de la Institución educativa San Josémaría Escrivá de Balaguer (grupo control), dentro de los cuales se encuentran ocho (8) cursos, dos de tercero, tres de grado cuarto y tres de grado quinto, todos ubicados en la sede principal, Delicias de la institución. Cada uno de estos cursos cuenta con entre 28 a 32 estudiantes, para un total de 236 estudiantes en total de esta institución. Y por los estudiantes de los mismos grados de la básica primaria de la Institución Santa María del Río (grupo experimental), dentro de los cuales se encuentran nueve (3) cursos, tres en cada grado, en las dos en la jornada de la mañana y tarde, que la institución ofrece. En esta institución se cuenta con 274 estudiantes en total.

Así las cosas, la muestra se encuentra constituida por un total de 510 estudiantes.

- **GRADOS TERCEROS, CUARTOS Y QUINTOS DE LA INSTITUCIÓN SAN JOSÉMARÍA ESCRIVÁ DE BALAGUER:** (grupo control) De esta manera, en esta investigación la muestra se encuentra conformada por los estudiantes de los grados terceros, cuartos y quintos, de la sede Delicias, jornada de la tarde, el cual se encuentra conformado por 236 estudiantes, 127 niñas y 109 niños, de edades entre los 8 y los 13 años, el 84% de ellos viven en la vereda Bojaca y los demás en otras veredas y en el casco urbano del municipio, pertenecen a nivel socioeconómico de estrato uno y dos, son niños que no presentan problemas graves

de indisciplina y cuyo nivel académico en promedio se mantiene en alto, sus padres en un 34% son profesionales o están adelantando estudios superiores, el otro 66% son bachilleres y se desempeñan como operarios en oficios varios y amas de casa . En el grupo no hay estudiantes caracterizados en el SIMAT con discapacidad o necesidades educativas especiales.

Cabe destacar que, aunque son niños de escasos recursos económicos y didácticos, tienen una gran voluntad e interés por su proceso de enseñanza aprendizaje, les gusta experimentar cosas nuevas, aman el juego y los espacios abiertos, son responsables, respetuosos y cumplidos con sus tareas, gracias a estas cualidades y a su creatividad e imaginación logran que sus limitaciones materiales no sean un obstáculo grande en su estudio.

De igual forma, los docentes encargados del área de matemáticas de estos cursos, quienes colaborara de forma voluntaria, encargados de orientar todas las áreas de este grado, en total ocho (8), correspondiente al 0,42% y dos directivos docentes (Rectora de la institución y Coordinadora académica y disciplinaria de la jornada de la tarde), correspondientes al 50%.

- GRADOS TERCEROS, CUARTOS Y QUINTOS DE LA INSTITUCIÓN SANTA MARÍA DEL RIO: (grupo experimental) conformado por 274 estudiantes, 136 niñas y 138 niños, con edades que oscilan entre los 8 y 14 años.

Las ocupaciones laborales de sus padres se enmarcan en el sector agrícola, industrial y comercial, además de oficios varios. En este sentido, 32% de los padres se ocupan en siembra y cosecha de productos agrícolas, 55% de desempeñan como operarios en empresas de lácteos, flores y construcción. Predominantes en el municipio Y 13% como amas de casa, oficios varios e independientes. El 63% de los padres de los niños del grupo tienen formación profesional, 32% alcanza un nivel escolar y 5% no posee estudios académicos. Las familias son variables. En su mayoría extensas (55%), además de monoparentales (20%) y nucleares (25%).

El grupo de estudiantes no presentan dificultades disciplinarias graves, no se tienen estudiantes caracterizados en el SIMAT con necesidades educativas especiales ni con discapacidad.

Tienen fortalezas en el trabajo colaborativo, cumplimiento de acuerdos de clase, orden, así como el compromiso y responsabilidad. Además del Acompañamiento en casa, vital en el proceso formativo.

Las dificultades a nivel general están referidas a la abstracción de ideas principales de un texto, síntesis y caligrafía. De igual manera, al manejo del tiempo.

De igual forma, los docentes directores de curso, quienes colaboran en esta investigación y donde se encuentra el docente titular de está, encargados de orientar todas las áreas de este grado, en total nueve (9) correspondientes al 0,89% y dos directivos docentes (Rectora de la institución y Coordinador académico y disciplinario de la jornada de la tarde), correspondientes al 66,6%.

Así mismo, el tipo de muestra es la no probabilística o dirigida, intencional o por conveniencia, que según Hernández (2007) sostienen que: La elección de los grupos (curso) no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. El muestreo por conveniencia es un método de muestreo no probabilístico. Consiste en seleccionar a los individuos que convienen al investigador para la muestra. Esta conveniencia se produce porque al investigador le resulta más sencillo examinar a estos sujetos, ya sea por proximidad geográfica o por ser sus amigos.

En el siguiente cuadro se puede visualizar más explícitamente la población y muestra de esta investigación:

Cuadro 3. Población y muestra

POBLACIÓN Y MUESTRA		
UNIVERSO (OBJETO DE ESTUDIO)	POBLACIÓN	MUESTRA
I.E. San Josémaría Escrivá de Balaguer (grupo control) 1871 personas= 100%	Estudiantes de básica primaria trece cursos (13 cursos), un total de 384: 384= 20,52%	Estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto, sede Delicias, jornada de la tarde, 236 en total: 236=12,61%
	Docentes: 74= 3,955%	Docentes directores de curso, 8 en total. 8=0,42%
	Directivos docentes: 4=0,21%	Rectora y coordinadora sede Delicias. Jornada de la tarde: 2=0,1%
I.E. Santa María del Río (grupo experimental) 1006 personas= 100%	Estudiantes de básica primaria quince cursos (15 cursos), un total de 463: 463= 46.02%	Estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto, jornada de la tarde, 274 en total: 274=27,23%
	Docentes 36= 3,57%	Docentes directores de curso, 9 en total. 9=0,89%
	Directivos docentes: 3=0,29%	Rectora y coordinador jornada de la tarde: 2=0,19%

Fuente: Elaboración propia 2019

3.6 Procedimiento de la investigación

Esta propuesta se basa en la aplicación de un modelo didáctico alternativo, que contiene una serie de pasos secuenciales que conducirán a fortalecer las competencias matemáticas básicas de los estudiantes de la básica primaria en la resolución de problemas aritméticos, lo cual de igual forma, contribuirá en las demás áreas del conocimiento, ya que ser competente significa, poder resolver cualquier problema con las herramientas que se tienen en el contexto.

Además, en la investigación se introducen cinco grandes momentos:

- En primera instancia se llevará a cabo una reunión con los rectores y docentes de los colegios seleccionados como muestra de esta investigación, con el fin de presentarles la propuesta y solicitarles su colaboración y permiso por escrito para hacer la intervención.
- Paso seguido, se convocará a una reunión de padres de familia y estudiantes de los cursos seleccionados, con el fin de informarles acerca de la propuesta y solicitar el permiso por escrito de los padres para la participación de los niños en esta, además de la autorización para tomarles fotos.
- Paso siguiente, se aplicará el cuestionario a los docentes, de las dos instituciones, con el que se busca identificar la didáctica utilizada en el aula de clase, para enseñar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos con enunciados. Y el pre test a los estudiantes, que pretende medir el procedimiento que ellos llevan a cabo en la resolución de este tipo de problemas aritméticos, al igual que un diagnóstico con el fin de determinar las falencias de los niños en esta área.
- De igual forma, durante la aplicación de este pre test, en las dos instituciones educativas, se llevará a cabo una observación sistémica y directa por parte del docente investigador.
- Seguidamente, con estos resultados se procederá al diseño e implementación del modelo didáctico alternativo en la Institución Educativa “santa María del Río”

(grupo experimental), se espera que semanalmente se le destinen tres horas de clase a la explicación y aplicación de este modelo didáctico enfocado al desarrollo de competencias matemáticas básicas. Para esto se seguirán estas etapas:

1. Preinstruccional, se prepara al estudiante en qué y cómo va a aprender. En esta fase se explicará en qué consiste la experiencia, el sistema de evaluación, las actividades a realizar en la clase de matemáticas, exactamente en el proceso de resolución de problemas aritméticos y las tareas que deben realizar fuera de las sesiones formales de clase.

2. Instruccional, se promoverá la adquisición de un aprendizaje significativo, fomentando el trabajo colaborativo e investigativo entre los propios estudiantes y el docente, mediante el uso de diferentes recursos y material concreto.

De igual forma, las estrategias aplicadas al grupo, incluirán la realización de prácticas innovadoras a las cuales se les colocara nombre con la ayuda de los niños, con el fin de despertar en el estudiante la curiosidad, la motivación hacia la búsqueda de posibles soluciones y dándole oportunidades para la creatividad. Para ello, el estudiante se involucra en actividades que le permitieron afianzar sus competencias matemáticas. Se realizaron actividades de evaluación formativa, donde el investigador intervendrá solo como guía del aprendizaje. Además, se facilitó material instruccional considerando los objetivos a lograr.

- Después de llevar a cabo la implementación de este modelo didáctico alternativo en el grupo experimental, se aplicará el pos test, con el fin de evaluar el impacto de esté y comparar los resultados con los obtenidos en el pre test, tanto en el grupo control como en el experimental, con los arrojados por este. Así poder determinar si su implementación ayudo a fortalecer las competencias matemáticas básicas de los estudiantes del grupo experimental de la básica primaria en la resolución de problemas aritméticos o por el contrario no produjo efecto alguno.

En esta investigación se realizó la comparación antes y después de la intervención entre el grupo control, el cual trabajó con la metodología de enseñanza tradicional y en el

grupo experimental en el cual se implementó el modelo didáctico alternativo, verificando los cambios esperados según el planteamiento de la hipótesis; para Supo (2012), “ésta hipótesis es que existe variación entre las medidas antes y después, la hipótesis nula dirá que no existe variación entre estas dos medidas, las pruebas estadísticas t de Student se usarán para muestras relacionadas si la variable aleatoria es numérica (párrafo. 7).

3.7 Validez y confiabilidad de los instrumentos

La validez y confiabilidad reflejan la manera en que el instrumento se ajusta a las necesidades de la investigación (Hurtado, 2012). La validez hace referencia a la capacidad de un instrumento para cuantificar de forma significativa y adecuada el rasgo para cuya medición ha sido diseñado. Es decir, que mida la característica (o evento) para el cual fue diseñado y no otra similar.

Por lo tanto, la validez, no debe ser una característica propia del test, sino de las generalizaciones y usos específicos de las medidas que el instrumento proporciona (Prieto y otros, 2010). Lo cual quiere decir que, más que el test en sí mismo, lo que se somete a validación son las posibles inferencias que se vayan a realizar a partir de los resultados obtenidos.

“La validez y confiabilidad son: “constructos” inherentes a la investigación, desde la perspectiva positivista, con el fin de otorgarle a los instrumentos y a la información recabada, exactitud y consistencia necesarias para efectuar las generalizaciones de los hallazgos, derivadas del análisis de las variables en estudio” (Hidalgo, 2005).

Por lo cual, para comprobar la validez de la investigación se pidió la colaboración a tres doctores y un Pos doctor, expertos en el tema de las matemáticas, a continuación, relacionados:

- Doctora Zulma Johana Parrado Luna.
- Doctora Diana Patricia Rivera Camargo.

- P.h.D Luz Katherine Jiménez Ruíz.
- Doctora Magalis Castillo

A cada una de ellos se les hizo entrega de forma digital, los cuestionarios dirigidos tanto a los docentes como a los estudiantes, junto al formato de validez de estos (Apéndices B y C), una vez analizado y diligenciado, lo devolvieron al suscrito, vía correo electrónico, quien teniendo en cuenta sus apreciaciones llevo a cabo los cambios correspondientes con el fin de dejar diseñado y poder aplicar estos instrumentos en la muestra definida. Los datos correspondientes a la validez de los instrumentos se relacionan en el siguiente cuadro, utilizando la fórmula de alfa de Cron Bach:

Cuadro 4. Validez Del Instrumento: Cuestionario a docentes

EXPERTOS	ITEMS				TOTAL
	1	2	3	4	
ZULMA PARRADO	3	3	2	2	10
DIANA RIVERA	3	2	3	2	10
LUZ JIMENEZ	2	3	1	1	7
MAGALIS CASTILLO	3	3	3	3	12
TOTAL COLUMNA	11	11	9	8	39
PROMEDIO	2,75	2,75	2.25	2	9,75
VARP	0,1875	0,1875	0,6875	0,5	3,1875
□ Si ² :	1,5625				

Fuente: Elaboración propia 2019

La fórmula para su cálculo es la siguiente:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2} \right]$$

Donde:

K: El número de ítems

4

SSi²: Sumatoria de Varianzas de los Ítems 1,56

S_T² : Varianza de la suma de los Ítems 3,19

a: Coeficiente de Alfa de Cronbach

0,678

$$a = \frac{4}{4-1} \left[1 - \frac{1,5625}{3,1875} \right]$$

$$a = \frac{4}{3} \left[1 - 0,4901 \right]$$

$$a = 1,33 \times 0,5099$$

$$a = 0,678$$

RESULTADO OBTENIDO: 0, 678, validez alta

Cuadro 5. Validez Del Instrumento: Cuestionario a estudiantes

EXPERTOS	ITEMS				TOTAL
	1	2	3	4	
ZULMA	3	3	3	2	11
PARRADO					
DIANA RIVERA	3	2	3	3	11
LUZ JIMENEZ	2	2	2	1	7
MAGALIS	3	3	3	3	12
CASTILLO					
TOTAL	11	11	9	8	41
COLUMNA					
PROMEDIO	2,75	2,5	2,75	2,25	10,25
VARP	0,1875	0,25	0,1875	0,6875	3,6875

$$\square Si^2 : 1,3125$$

Fuente: Elaboración propia 2019

$$K: 4$$

$$\square Si^2 : 1,3125$$

$$St^2 : 3,6875$$

$$a: 0,8566$$

$$a = \frac{4 - \left[\frac{1 - 1,3125}{3,6875} \right]}{4 - 1}$$

$$a = \frac{4 - 1,03559}{3}$$

$$a = 1,33 \times 0,644$$

$$a = 0,8566$$

RESULTADO OBTENIDO: 0,8566 Validez muy alta.

Por otro lado, existen diversos procedimientos para calcular la confiabilidad de un instrumento de medición. Todos utilizan procedimientos y fórmulas que producen coeficientes de fiabilidad. La mayoría de éstos pueden oscilar entre cero y uno, donde un coeficiente de cero significa nula confiabilidad y uno representa un máximo de confiabilidad (fiabilidad total, perfecta). Cuanto más se acerque el coeficiente a cero (0), mayor error habrá en la medición. Los procedimientos más utilizados para determinar la confiabilidad mediante un coeficiente son: 1) medida de estabilidad (confiabilidad por test-retest), 2) método de formas alternativas o paralelas, 3) método de mitades partidas (split-halves) y 4) medidas de consistencia interna (Sampieri, 2005).

Es así que, para el caso que nos compete de medir la confiabilidad del cuestionario diseñado, se escogió el método de Medidas de coherencia o consistencia interna. “Éstos son coeficientes que estiman la confiabilidad: a) el alfa de Cronbach (desarrollado por J. L. Cronbach) y b) los coeficientes KR-20 y KR-21 de Kuder y Richardson (1937). El método de cálculo en ambos casos requiere una sola administración del instrumento de medición. Su ventaja reside en que no es necesario dividir en dos mitades a los ítems del instrumento, simplemente se aplica la medición y se calcula el coeficiente. Sampieri 2005).

Con esto se busca medir la homogeneidad del instrumento, también llamada consistencia interna es otro atributo de un instrumento relacionado con la confiabilidad, con la cual se conoce como los ítems dentro de la escala reflejan o miden el mismo concepto, esto significa que los ítems dentro de la escala correlacionan o son complementarios el uno al otro, esto también significa que la escala es unidimensional quiere decir que mide un solo concepto, por ejemplo: Autoeficacia y para el caso de esta investigación la “Resolución de problemas aritméticos”.

En razón a la anterior, para este caso se aplicó el instrumento en el grupo muestra, posteriormente se correlacionaron los resultados, mediante el coeficiente de confiabilidad de alfa Cronbach. Es el más común de los métodos usados para medir la consistencia interna, propuesto desde 1951 por Cronbach este coeficiente estima el valor de P^2_{XT} al evaluar la consistencia interna del conjunto de ítems o partes del compuesto; por tanto estima la varianza que en los puntajes observados corresponde a factores comunes de los diferentes ítems⁶¹, el Alpha también se relaciona con la varianza de los factores subyacentes al conjunto de partes de la prueba siendo tal que la varianza del factor general es menor o igual al α^2 y este es menor o igual a la varianza de los factores comunes del conjunto. Adicionalmente ocurre que, si el conjunto de partes son paralelas, el α^2 es exactamente igual a P^2_{XT} , así como al valor esperado de todos los posibles coeficientes de confiabilidad por mitades obtenidos por la aplicación de la fórmula de Spearman-Brown. Gracias a estas propiedades, a la gran

facilidad para obtener los datos necesarios (solo en una aplicación) y a la sencillez de su cálculo este coeficiente es uno de los más utilizados para hallar la confiabilidad de una prueba. La fórmula para su cálculo es la siguiente:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2} \right]$$

Donde:

K: El número de ítems

SSi² : Sumatoria de Varianzas de los Ítems

Sr² : Varianza de la suma de los Ítems

a: Coeficiente de Alfa de Cronbach

A continuación, en el siguiente cuadro se explica este procedimiento, donde se determinó la confiabilidad del cuestionario dirigido a los estudiantes utilizado en este trabajo de investigación. Ya que para el cuestionario dirigido a los docentes teniendo en cuenta su objetivo y estructura, no se lleva a cabo este procedimiento de confiabilidad, solo el de validez. En el cuadro 6 se pueden observar los resultados de la aplicación del cuestionario.

Cuadro 6: Resultado de la aplicación del cuestionario a estudiantes

SUJETO/ITE M	1	2	3	4	5	6	7	8	SUMA ITEMS	DE
1	1	2	2	3	2	3	4	3	20	
2	3	1	4	4	4	1	3	3	23	
3	3	1	3	1	3	2	3	2	18	
4	4	2	2	3	2	1	4	3	21	
5	3	2	1	3	4	3	1	4	21	
6	3	3	2	4	2	1	3	3	21	

7	3	1	3	3	4	1	3	2	20
8	4	4	3	1	2	1	4	3	22
9	3	2	4	2	4	3	3	3	24
10	1	2	2	3	2	2	1	2	15
11	2	2	3	1	3	2	2	4	19
12	3	4	2	3	4	1	3	3	23
13	1	3	3	4	3	4	1	3	22
14	3	2	4	3	2	2	3	2	21
15	4	4	1	3	1	2	4	4	23
16	3	1	2	3	2	1	3	3	18
17	1	4	2	1	4	1	1	3	17
18	3	3	2	3	2	2	3	1	19
19	1	2	4	3	2	1	1	3	17
20	3	4	1	1	1	3	3	3	19
21	1	1	2	3	2	2	1	3	15
22	1	2	2	1	4	1	4	2	17
23	3	3	3	3	3	1	3	4	23
24	1	3	1	3	1	3	1	3	16
25	3	1	2	4	2	4	3	3	22
26	3	3	2	3	4	1	3	2	21
27	1	2	3	1	3	1	1	3	15
28	3	1	2	3	2	2	3	3	19
29	1	4	2	1	2	1	1	4	16
30	3	2	2	4	2	1	3	2	19
31	1	3	3	3	4	1	1	3	19
32	4	1	2	4	2	2	4	3	22
33	1	2	1	1	1	4	1	3	14

34	3	3	3	3	3	1	3	3	22
35	3	1	3	3	3	2	1	3	19
36	4	3	4	2	4	3	3	2	25
37	4	2	1	3	1	3	1	4	19
38	3	2	3	1	3	4	1	3	20
39	3	2	3	2	3	3	3	3	22
40	4	4	4	3	4	2	1	3	25
41	3	3	3	1	4	1	3	1	19
42	1	2	1	3	1	4	3	2	17
43	2	4	2	4	4	3	2	3	24
44	3	1	3	3	3	3	3	3	22
45	1	4	3	3	4	1	1	3	20
46	3	3	3	3	3	4	3	2	24
47	4	2	4	3	4	1	1	4	23
48	3	4	3	3	3	2	4	3	25
49	1	1	1	1	4	3	1	3	15
50	3	2	3	1	3	3	3	3	21
51	1	3	1	3	4	1	1	2	16
52	3	3	3	1	3	3	3	3	22
53	2	4	3	3	4	2	1	4	23
54	1	3	1	3	1	1	4	3	17
55	3	2	3	1	3	4	3	3	22
56	2	3	2	3	4	2	3	2	21
57	3	4	3	1	3	3	3	3	23
58	3	2	3	3	3	1	3	3	21
59	1	3	4	3	4	3	3	4	25

VARP	1,1	1,0	0,8	1,0	1,0	1,1	1,1	0,4	4,965
	3	3	6	3	4	1	9	8	
$\sum Si^2 :$	7,8								
	7								

Fuente: Realización propia 2019

Al aplicar la fórmula el resultado es el siguiente:

K: El número de ítems

Si^2 : Sumatoria de las Varianzas de los Items

St^2 : La Varianza de la suma de los Items

Coeficiente de Alfa de Cronbach

8
7,87
4,97

$$a = \frac{8}{8-1} \cdot \frac{7,87}{4,97}$$

$$a = \frac{8}{7} \cdot 1,583$$

$$a = 1,14 \times 0,5835$$

$$a = 0,665$$

Para interpretar el coeficiente de confiabilidad se utiliza la escala de la siguiente imagen:

Rangos	Magnitud
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0,01 a 0,20	Muy Baja

Fuente: Ruiz 2000, p 70.

Figura 1. Interpretación del coeficiente de confiabilidad

3.8 Consideraciones éticas

Teniendo en cuenta, que debido a las características de esta investigación doctoral se optó por el paradigma y enfoque cuantitativo, se hace necesario que, en el ejercicio de la investigación y en el uso del conocimiento producido por esta, se adopten conductas éticas por parte del investigador. La conducta no ética no tiene lugar en la práctica científica de ningún tipo. Debe ser señalada y erradicada. La investigación cuantitativa comparte muchos aspectos éticos con la investigación convencional. Así, los aspectos éticos que son aplicables a la ciencia en general, son aplicables a la investigación.

Además, los métodos cuantitativos permiten la comprensión de lo estudiado desde una perspectiva cuantitativa, formando parte del ámbito de la investigación.

En cuanto a lo anterior, Briones (1996) dice que la investigación cuantitativa se basa en el paradigma explicativo, el cual utiliza preferentemente información cuantitativa o cuantificable para describir o tratar de explicar los fenómenos que estudia, en las formas que es posible hacerlo en el nivel de estructuración lógica en el cual se encuentran las ciencias sociales.

Es por todo lo anterior que, para el desarrollo de esta investigación, se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones éticas:

3.8.1 Criterios de confidencialidad

A continuación, se enuncian los diferentes criterios de confidencialidad que se manejaron a lo largo de esta investigación:

- No se revelará la identidad de los participantes de los cuales fueron obtenidos los datos. Los diferentes instrumentos de recolección de información, no llevan espacio donde los participantes deban consignar algún dato personal, solo se les solicita el nombre de la institución educativa y el curso o nivel en el cual se encuentran.

- Los resultados de esta investigación no son de conocimiento público. Los datos obtenidos en el apartado de análisis de resultados solo serán conocidos por el docente investigador y los participantes de forma general, no individualizada, sin hacer ninguna distinción u observación negativa con respecto a estos. Así mismo, solo serán utilizados como insumo para el desarrollo de la propuesta presentada en esta investigación.

3.8.2 Descripción de la obtención del consentimiento informado

Es necesario que los participantes proporcionen el consentimiento explícito acerca de su colaboración en el desarrollo de la presente investigación, más cuando se trata de estudiantes menores de edad, como se presenta en este caso, donde se trabaja con población de los grados terceros, cuartos y quintos de la básica primaria. En el caso de menores de edad se requiere el consentimiento de los padres de familia (por escrito) y de la participación los propios niños o jóvenes participantes. Razón por la cual, antes de aplicar los instrumentos de recolección de datos, se les envió a los padres de familia y/o acudientes de los estudiantes un formato de autorización escrito (Anexo G), en el cual se les informo el objetivo de la investigación, para que serían usados los datos obtenidos, de igual forma, se les solicito en el mismo la autorización para tomar fotos del proceso.

Por otra parte, también fue necesario la firma del consentimiento por parte de los docentes (Anexo G) que hacen parte de la muestra de esta investigación y la autorización de los representantes legales de las dos instituciones participantes en el proceso (Anexo G) y formato de certificación de proyectos de formación (Anexo F). Estos formatos se realizaron tomando como ejemplo el formato emanado por el Ministerio de Educación Nacional para estos fines.

3.8.3 Riesgos y beneficios conocidos y potenciales

Para ser de esta una investigación seria, debe tener valor, lo que representa un juicio sobre la importancia social, científica o clínica de la investigación. La investigación debe plantear una intervención que conduzca a mejoras en las condiciones de vida o el bienestar de la población o que produzca conocimiento que pueda abrir oportunidades de superación o solución a problemas, aunque no sea en forma inmediata. El valor social o científico debe ser un requisito ético, entre otras razones, por el uso responsable de recursos limitados (esfuerzo, dinero, espacio, tiempo) y el evitar la explotación. Esto asegura que las personas no sean expuestas a riesgos o agresiones sin la posibilidad de algún beneficio personal o social.

Es por todo lo anterior, que después de analizar la intervención que se va a llevar a cabo con el diseño e implementación de la propuesta de esta investigación, se concluyó que no existe ningún tipo de riesgo para los participantes en esta, por lo contrario, si se obtendrá un beneficio, como se describe a continuación:

- Los participantes recibirán en reciprocidad de su involucramiento en un estudio, en calidad de agradecimiento, la capacitación en el modelo producto de esta investigación, el cual les ayudará a fortalecer sus habilidades matemáticas en la resolución de problemas aritméticos y por ende a mejorar sus resultados académicos no solo en esta área, sino en todas, a los estudiantes. Y, a los docentes les brindara una nueva alternativa metodológica para abordar la enseñanza de este proceso en el aula.
- Así mismo, los estudiantes que hacen parte del grupo control, una vez finalice esta investigación recibirán la implementación de este modelo didáctico alternativo.
- De igual forma, conocerán los resultados finales de la investigación y un certificado de agradecimiento y participación en el desarrollo de esta.

Como podemos observar, al describir la parte metodológica de la investigación propuesta en este trabajo de tesis doctoral, seleccionado el diseño de investigación apropiado y la muestra de acuerdo con el problema de estudio, el paso a seguir es aplicar los instrumentos diseñados y validados, con el fin de que los resultados arrojados sean reales y su análisis sirva como instrumento primordial para el diseño de la propuesta final, la cual busca como objetivo principal plantear un modelo didáctico alternativo por medio del cual se potencialicen las habilidades básicas matemáticas necesarias para la resolución de problemas aritméticos de los estudiantes de los grados intervenidos, por medio de la implementación de este.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS

En este capítulo se lleva a cabo un análisis descriptivo, el cual consiste en medir con precisión las variables individuales de una investigación. “Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis”. (Hernández et al, 2004, p.105). Es así que, el grupo que forma parte en la investigación, es decir, la muestra del estudio está conformada por los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria de la Institución educativa San Josémaría Escrivá de Balaguer (grupo control), dentro de los cuales se encuentran ocho (8) cursos, dos de tercero, tres de grado cuarto y tres de grado quinto, todos ubicados en la sede principal, Delicias de la institución. Cada uno de estos cursos cuenta con entre 28 a 32 estudiantes, para un total de 236 estudiantes en total de esta institución. Y por los estudiantes de los mismos grados de la básica primaria de la Institución Santa María del Río (grupo experimental), dentro de los cuales se encuentran nueve (3) cursos, tres en cada grado, en las dos en la jornada de la mañana y tarde, que la institución ofrece. En esta institución se cuenta con 274 estudiantes en total. Así las cosas, la muestra se encuentra constituida por un total de 510 estudiantes. En el grupo no se cuenta con población discapacitada, desplazada o con necesidades especiales de aprendizaje.

Razón por la cual, para la recolección de información se realizó un cuestionario (pre test) dirigido a estos estudiantes, con el fin de poder diagnosticar las debilidades y fortalezas de estos frente a su proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemáticas. Los resultados obtenidos en el desarrollo de esta prueba diagnóstica se convertirán en oportunidades para diseñar un modelo didáctico alternativo, que permita dar solución a las dificultades que se evidencien. Además, teniendo en cuenta que cuando se llevó a cabo el análisis de los resultados arrojados por los diferentes instrumentos aplicados tanto a docentes como a los estudiantes de los dos grupos que hacen parte de la muestra de esta investigación son muy semejantes u homogéneos se decidió analizarlos conjuntamente como se muestra a continuación.

4.1 Técnicas de análisis de datos o hallazgos

Los instrumentos utilizados en el transcurso de esta investigación para la recolección y ordenamiento de información fueron cuatro, un cuestionario, un pre-test (prueba diagnóstica de inicio de la investigación) y un post-test (prueba digital de finalización de la actividad), un cuestionario dirigido a docentes y la observación directa (estos están descritos en el punto anterior).

Para cada uno de estos, se realizará una tabulación en figuras (gráficos de círculos).

4.2 Procesamiento de los datos

Para los dos cuestionarios, se realizará una tabulación en figuras (gráficos de círculos) y un análisis descriptivo de cada uno de ellas. Y para la observación directa se realizará una descripción de los aspectos observados y analizados.

4.2.1 Resultados de la aplicación del pre test

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el cuestionario realizado a todos los estudiantes del grado que componen la muestra de esta investigación, en las dos instituciones educativas seleccionadas, de los grados terceros, cuartos y quintos, Institución Educativa San Josémaría Escrivá de Balaguer y, Institución Educativa Santa María del Río, del municipio de Chía, departamento de Cundinamarca, Colombia. Este grupo está conformado por quinientos diez estudiantes (510) niños y niñas.

- Pregunta 1: ¿Sabes que es un problema de matemáticas?

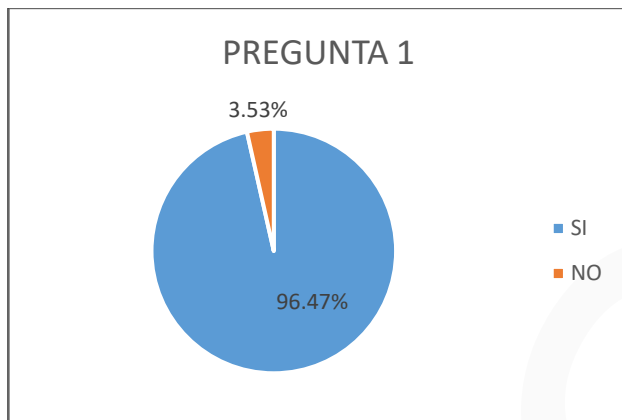


Figura 2: Pregunta 1. Cuestionario a estudiantes

En esta gráfica se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes 96,47% respondieron positivamente a la pregunta, afirmando que conocen el concepto de problema matemático. Sin embargo, un 3,53%, respondió no conocer dicho concepto. Lo que lleva a plantear el hecho de realizar una actividad que permita la activación de conocimientos previos al respecto, al inicio de la intervención de la propuesta de esta tesis con el fin de aclarar dudas y dejar claro este concepto.

- Pregunta 2. ¿Ha resuelto alguna vez un problema de matemáticas?

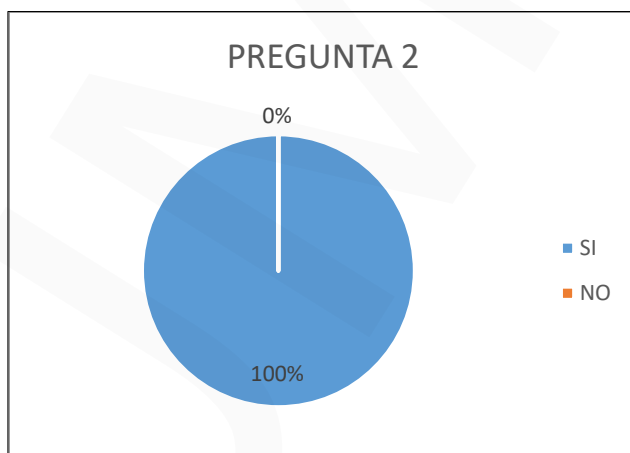


Figura 3: Pregunta 2. Cuestionario estudiantes

En la anterior gráfica, se puede analizar que, aunque algunos estudiantes respondieron en el interrogante anterior no conocer que es un problema matemático; en esta afirman en un 100% haber resuelto este tipo de problemas alguna vez. Lo que lleva a concluir que los estudiantes si conocen este concepto, pero no entendieron la pregunta anterior o simplemente la respondieron sin leerla.

- Pregunta 3. ¿Crees que es importante aprender a resolver problemas?

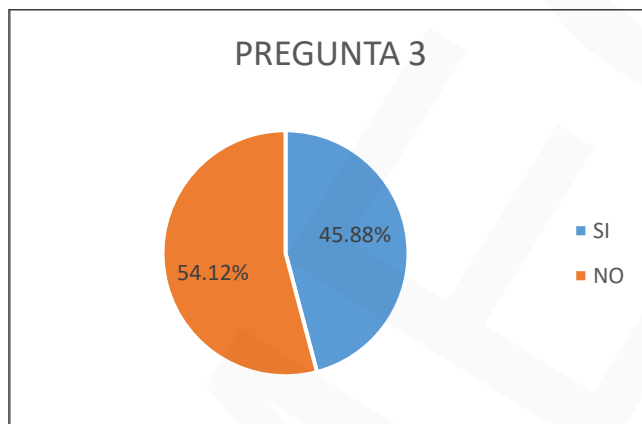


Figura 4: Pregunta 3. Cuestionario estudiantes

A esta pregunta, los estudiantes en un 54,12% respondieron que si consideran importante aprender a resolver problemas y un 45,88% afirman no considerarlo importante. Lo que nos lleva a pensar en proponer alguna actividad o estrategia de sensibilización para los estudiantes, en la cual se les dé a conocer la importancia que tiene no solo en el área de matemáticas sino en cualquier ámbito de la vida el saber afrontar y resolver problemas.

- Pregunta 4. Cuando su profesor explica en la clase de matemáticas ¿le entiendes?

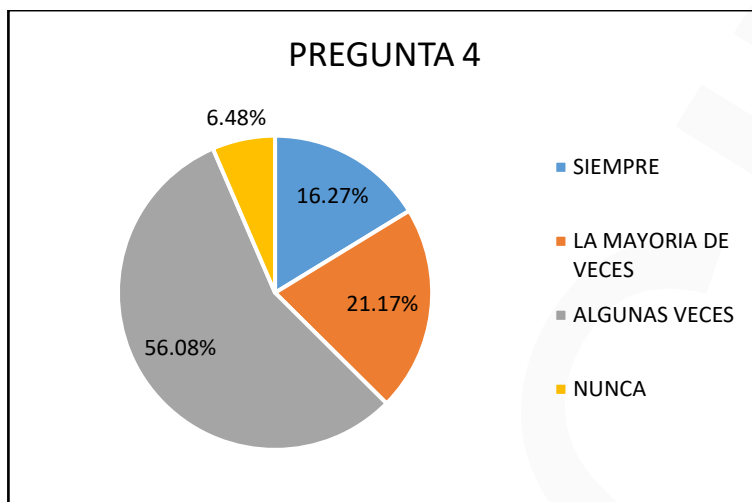


Figura 5: Pregunta 4. Cuestionario estudiantes

En esta gráfica, se puede ver que un 16,27% de los estudiantes afirman que solo en algunas veces le entienden a su profesor de matemáticas, un 21.17% le entienden la mayoría de veces, un 16,27% afirman que siempre le entienden y tan solo un 6,48% respondieron nunca entender a su docente. Razón, por la cual, se ve la necesidad de indagar más sobre esto para conocer la verdadera causa de porque no siempre los estudiantes entienden y buscar nuevas estrategias y metodologías que aumenten el porcentaje de estudiantes que entiendan los temas no solo de esta área sino de todas en general.

- Pregunta 5. ¿Qué materiales utiliza su profesor para enseñar en matemáticas? Puede marcar varias opciones

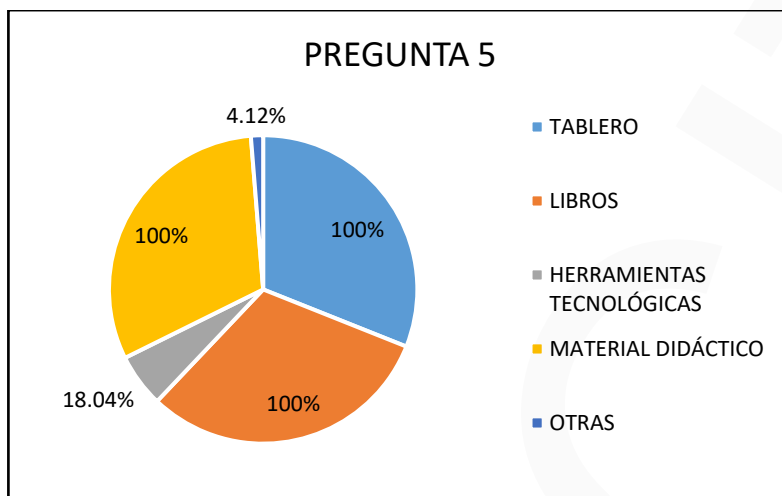


Figura 6: Pregunta 5. Cuestionario estudiantes

A esta pregunta, los estudiantes respondieron en un 100% que sus docentes utilizan libros de texto como material de apoyo en la explicación de sus clases, al igual que el tablero y material didáctico como talleres escritos. Tan solo, un 18,04% afirman que sus docentes utilizan herramientas tecnológicas y un 4,12% respondió otras. En lo que se evidencia el manejo de estrategias tradicionales en el total de los docentes, lo cual no está mal, pero hoy en día, es una necesidad que los docentes integren en sus prácticas de aula el uso de material concreto y herramientas tecnológicas que motiven su interés hacia las diferentes temáticas tratadas en el área.

- Pregunta 6. ¿Dónde resuelves problemas matemáticos?

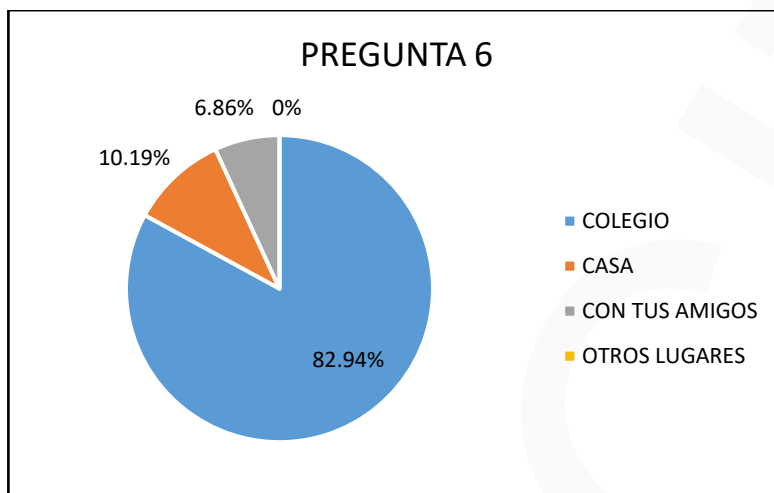


Figura 7: Pregunta 6. Cuestionario estudiantes

A este interrogante un 82,94% de los estudiantes afirman que resuelven este tipo de problemas en el colegio, un 10,19% en la casa, un 6,86% con sus amigos y un 0% en otros lugares. Por lo que es posible, evidenciar que los estudiantes resuelven este tipo de procesos en el colegio, razón por la cual se debe optimizar el tiempo de trabajo en el aula y garantizar que el trabajo que los estudiantes lleven para sus hogares u otros espacios sea de refuerzo de las temáticas tratadas y no de apropiación de conocimientos.

- Pregunta 7. Para su cumpleaños Juan invito: a sus 32 amigos del colegio, a su primo 2 años menor, a su amigo del barrio, quien compró 3 canicas y a sus 6 amigos del barrio. ¿Cuántos niños invitó Juan a su fiesta?

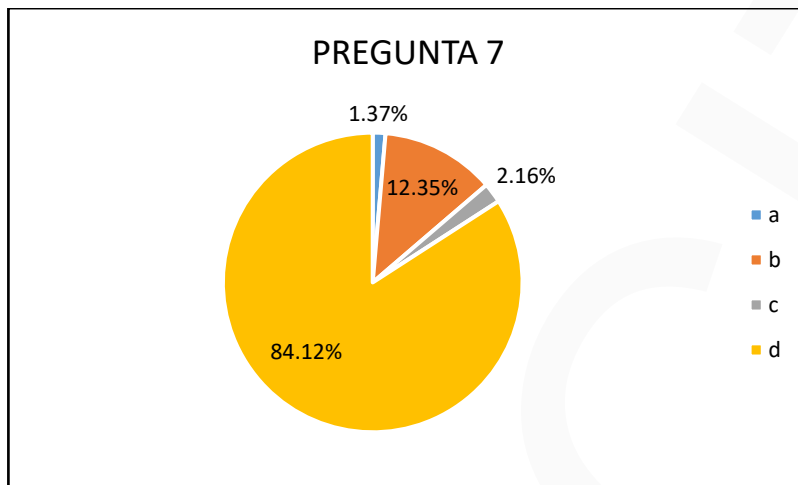


Figura 8: Pregunta 7. Cuestionario estudiantes

La respuesta correcta al problema con enunciado propuesto en esta pregunta es la opción b, a la cual el 12,35% de los estudiantes acertaron, un 1,37% respondieron la opción a, un 2,16% la opción c y un 84,12% respondió la opción d. Esto nos permite analizar que uno de los problemas de los estudiantes es la falta de comprensión lectora y abstracción de los valores que realmente se requieren al momento de realizar la operación matemática. La mayoría de los estudiantes tomaron todos los valores que encontraron y los sumaron, sin tener en cuenta que se les preguntaba y si todos los números hacían parte de la solución del interrogante del problema.

- Pregunta 8. Josefa va al supermercado con \$13.000, compró un kilo de arroz que le costó \$4.500 y compró 2 jugos de naranja. Si a Josefa le entregaron \$6.100 de vuelto ¿Cuánto costó cada jugo?

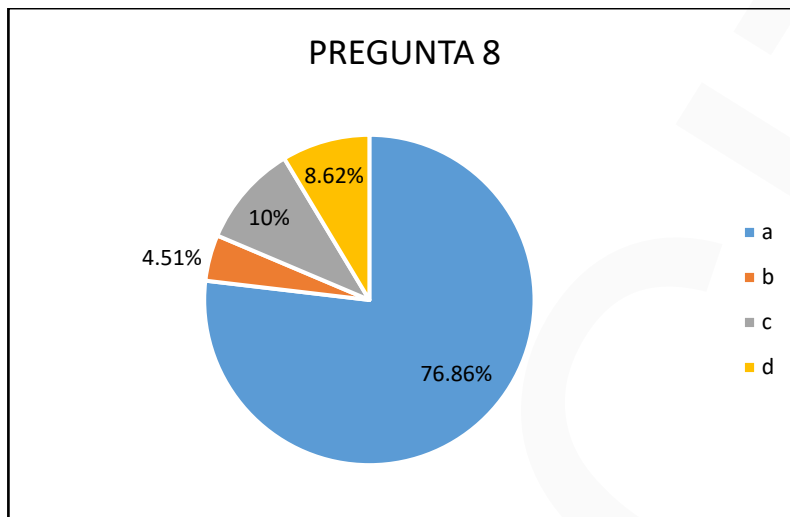


Figura 9: Pregunta 8. Cuestionario estudiantes

La respuesta correcta a esta pregunta es la b, a la cual un 4,51% respondieron, un 76,86% eligieron la opción a, el 10% la opción c y un 8,62% escogieron la opción d. al igual que en la pregunta anterior, se puede analizar que los estudiantes en primera instancia no leen de forma comprensiva la pregunta del problema y en segunda instancia no le dedican el tiempo suficiente a cada problema. Hoy en día, mantener la atención de los estudiantes por largos periodos de tiempo, es una tarea que requiere de diversas estrategias y espacios, los estudiantes se cansan fácilmente de la misma actividad y posición de trabajo.

- Pregunta 9. Un edificio de veinte pisos tiene una altura de 48 metros. Un edificio de catorce pisos tiene una altura de 33 metros. ¿Cuál es la diferencia entre las alturas de los edificios?

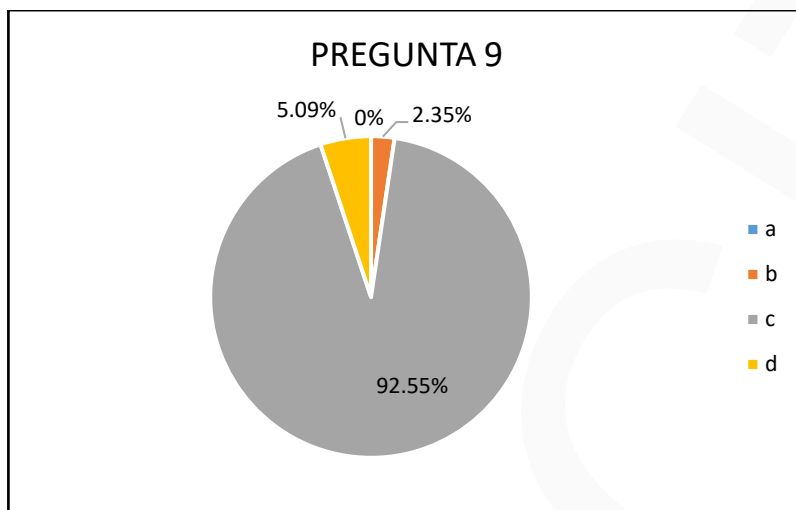


Figura 10: Pregunta 9. Cuestionario estudiante

De esta pregunta la opción de respuesta correcta es la c, a la cual un 92,55% de los estudiantes respondieron, un 0% tuvo la opción a, la opción b un 2,35% y la opción d, fue escogida por un total de 5,09%. Del anterior, problema se puede afirmar que los estudiantes responder de forma más asertiva aquellos problemas en los cuales encuentran menos valores numéricos, lo cual lleva a menos errores en la realización de las operaciones.

- Pregunta 10. En 2010 había 400 conejos en el zoológico de Santa Cruz. En 2011 había 1200 conejos en el zoológico. ¿Cuántos conejos más había en el 2011 que en el 2010?

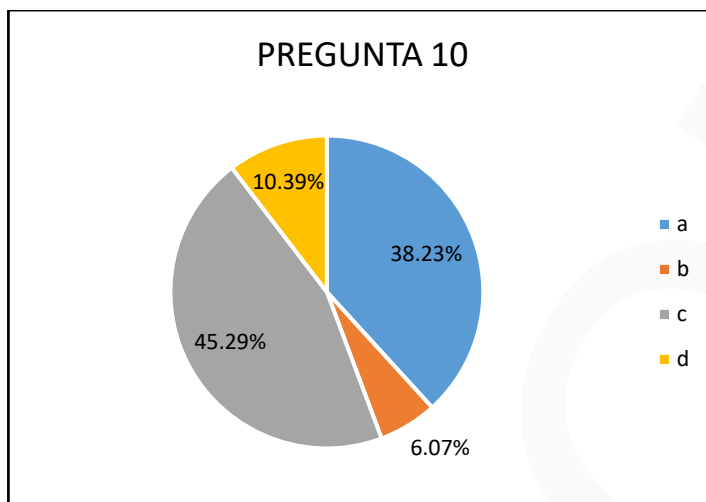


Figura 11: Pregunta 10. Cuestionario estudiantes

La opción de respuesta correcta a esta pregunta es la c, a la cual el 45,27% de los estudiantes respondieron. Un 38,23% escogieron la opción a, un 6,07% la opción b y un 10,39% la opción d. aquí, se evidencia al igual que en la pregunta anterior, que entre menos complejidad y datos tenga el problema, los estudiantes se equivocan menos en su resolución. Lo que lleva a crear la necesidad de buscar una nueva forma o camino para que los estudiantes puedan abstraer de un problema los datos que son verdaderamente relevantes y que los conduzcan a resolver de forma indicada cada problema. De igual forma, otro error que se ha podido evidenciar es que los estudiantes se equivocan en la escogencia de la operación a realizar para obtener la solución al problema planteada y se conforman con ver que el resultado obtenido se encuentre en alguna opción de respuesta, pero no le dedican tiempo a comprobar si está bien o no.

- Pregunta 11. ¿Qué operación utilizaste para responder las preguntas de los ejercicios 9 y 10?

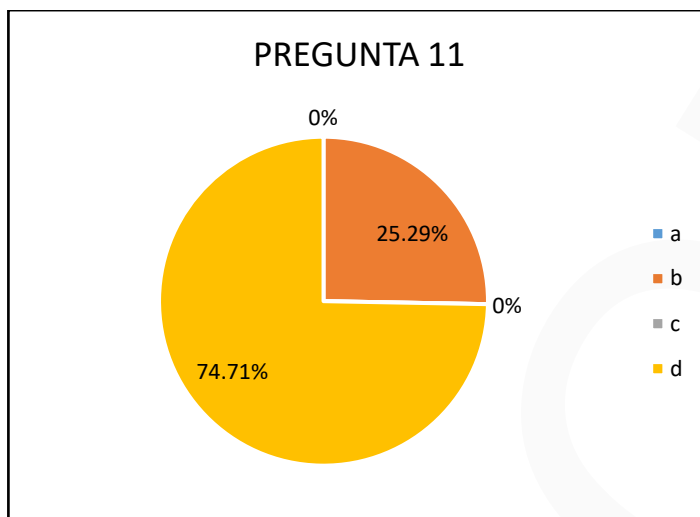


Figura 12: Pregunta 11. Cuestionario estudiantes

En esta pregunta, la opción correcta de respuesta es la d, a la cual el 74,71% respondió, un 0% escogió la opción a, un 25,29% la opción b y un 0% la opción c. Por lo que se puede analizar que los estudiantes en su mayoría seleccionan bien el algoritmo para resolver el problema planteado, el problema radica en el momento de realizar dicho algoritmo y de seleccionar los datos numéricos.

- Pregunta 12. Un estudiante de este colegio, me ha dicho que se ha soñado encontrando un tesoro en una isla desierta, que tenía en total 3000 monedas de oro repartidas por igual en 3 cofres. Además, en cada cofre había también 200 monedas de plata y 2 veces más monedas de bronce que de plata. ¿Cuántas monedas había en total en cada cofre?

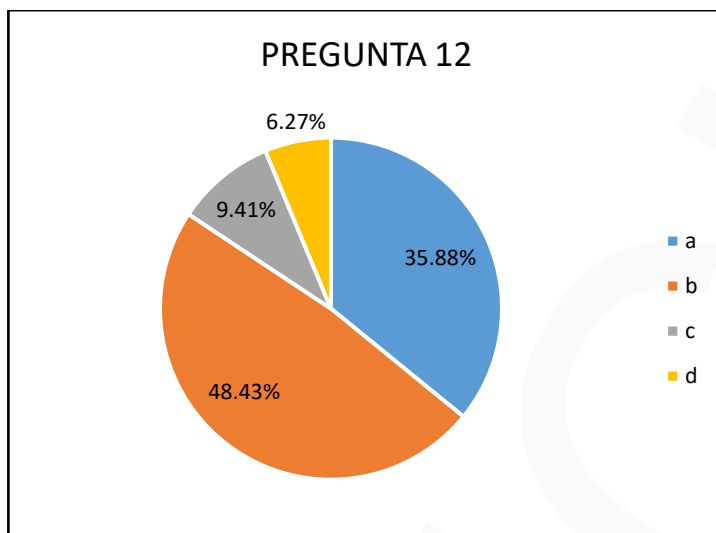


Figura 13: Pregunta 12. Cuestionario estudiantes

En este problema, la respuesta correcta es la a, a la cual un 35,88% respondió acertadamente, un 48,43% selecciono la opción b, un 9,41% la opción c y un 6,47% la opción. Lo que reconfirma que entre más complejidad y más datos tenga el problema, mayor es la dificultad de los estudiantes para realizarlos, ya que carecen de un método optimo que los ayude a organizar y seleccionar la información.

- Pregunta 13. El médico mide la talla de 4 niños ¿Cuál de los niños mide 60 centímetros?

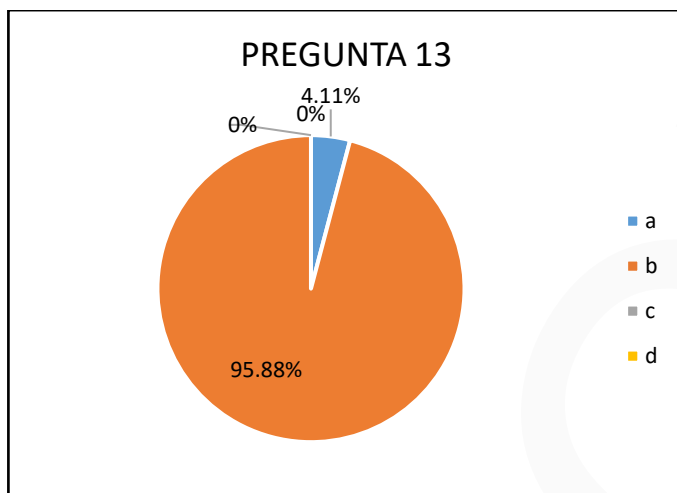


Figura 14: Pregunta 13. Cuestionario estudiantes

En esta pregunta no se encontraba un enunciado, sino una tabla la cual los estudiantes debían analizar con el fin de poder dar respuesta al interrogante planteado. La opción de respuesta es la b, a la cual respondieron acertadamente el 95,88%, un 4,11% escogieron la opción a, y un 0% las opciones c y d. Esto evidencia que los estudiantes analizan mejor cuando se les presenta una imagen, ellos son más sensoriales, visuales, auditivos, presentan apatía a problemas con enunciados largos.

- Pregunta 14. ¿Cuántos centímetros más mide Juan que Julio?

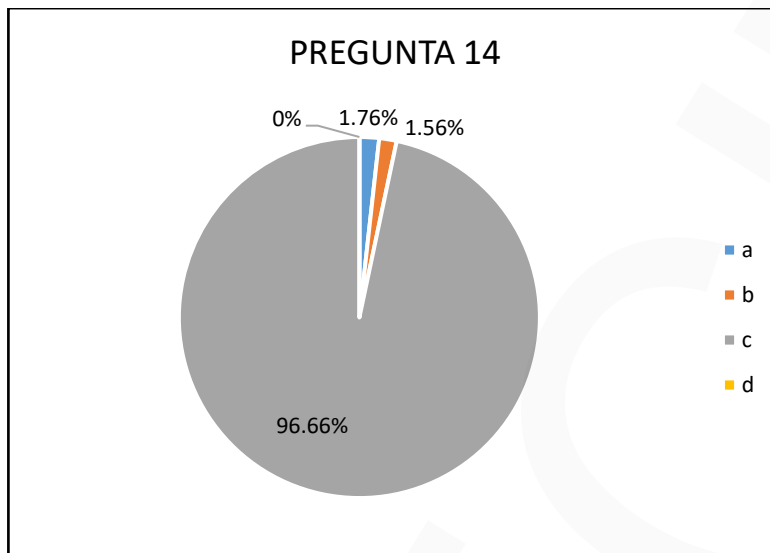


Figura 15: Pregunta 14. Cuestionario estudiantes

Al igual que en la pregunta anterior, la respuesta de esta era teniendo en cuenta una tabla de datos y la respuesta correcta era la c, la cual fue seleccionada por el 96,66% de los estudiantes, un 1,76% escogió la opción a, un 1,56% la opción y un 0% la opción d. Lo que ratifica lo expuesto en el análisis de la pregunta 13.

- Pregunta 15. ¿Cuenta con computador, portátil o Tablet en su casa?

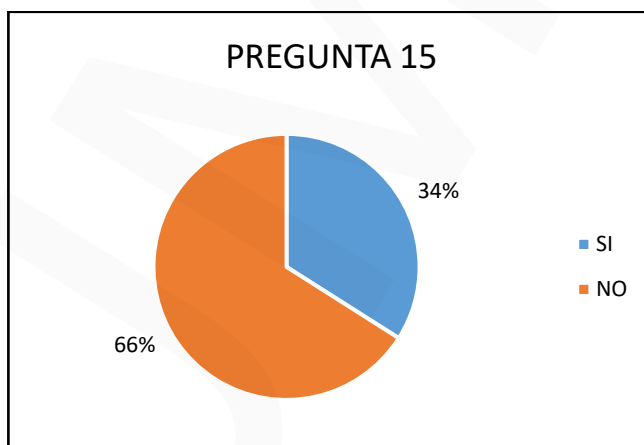


Figura 16. Pregunta 15. Cuestionario a estudiantes

Esta pregunta se formula con el fin de diagnosticar que porcentaje de estudiantes tienen en su casa acceso a un computador ya sea de escritorio, portátil o Tablet, en su casa, con el fin de poder determinar si es viable desarrollar las actividades de la propuesta de esta tesis doctoral apoyadas en las TICS. Como se puede determinar, en la imagen tan solo un 34% de los estudiantes encuestados cuentan con este tipo de recursos en su casa y un 66% no tiene acceso en su hogar a estas herramientas tecnológicas.

- Pregunta 16. ¿Cuenta con internet en su casa?

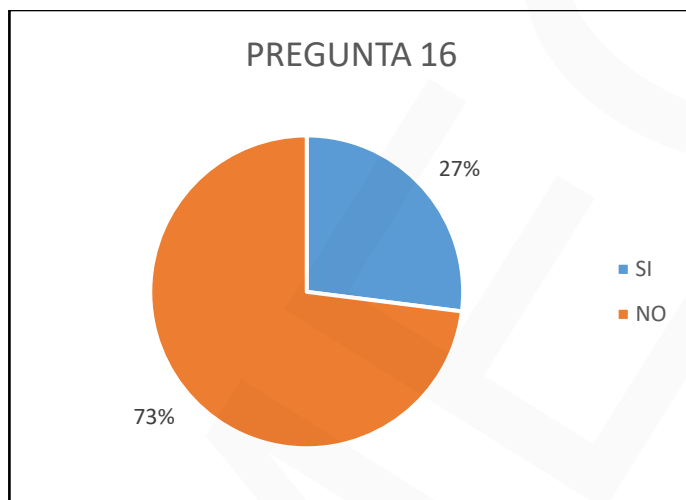


Figura 17. Pregunta 16. Cuestionario a estudiantes

El objetivo de esta pregunta es el mismo del interrogante anterior, aquí se puede determinar que solo un 27% de los estudiantes tienen acceso a internet en sus hogares y el 73% no cuentan con este servicio en sus hogares. Razón por la cual, no se considera viable desarrollar la propuesta de esta tesis doctoral apoyada en las herramientas TICS.

4.2.2 Resultados de la aplicación del cuestionario a docentes

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el cuestionario realizado a todos los docentes encargados del área de matemáticas de los grados terceros, cuartos

y quintos que componen la muestra de esta investigación, en las dos instituciones educativas seleccionadas. Institución Educativa San Josémaría Escrivá de Balaguer y, Institución Educativa Santa María del Río, del municipio de Chía, departamento de Cundinamarca, Colombia. Este grupo está conformado por diecisiete docentes (17).

- Pregunta 1. ¿En la actualidad, qué grado o nivel de escolaridad posee?

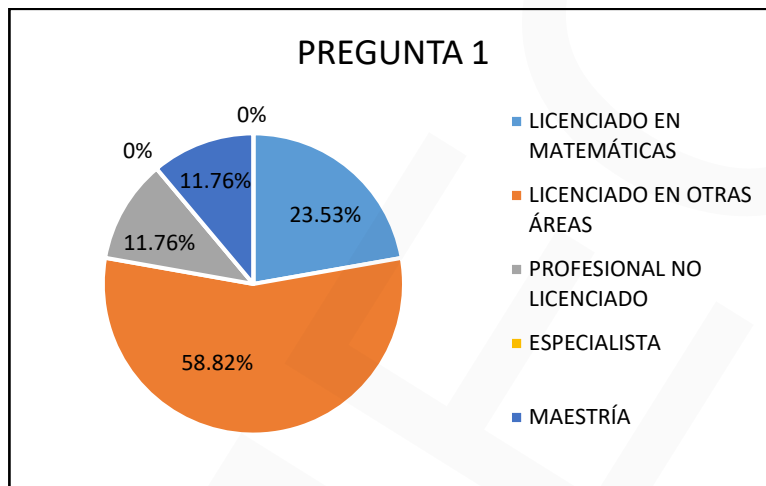


Figura 18: Pregunta 1. Cuestionario docentes

Como se puede ver en la gráfica, la mayoría de los docentes que tiene a su cargo el área de matemáticas son licenciados en otras áreas del conocimiento, en especial en básica primaria, un 58,82%, licenciados en matemáticas 23,53%, profesionales no licenciados 11,76%, un 0% son especialistas o doctores y 11,76 poseen maestría. Como se puede evidenciar y es una realidad en el contexto educativo de la básica primaria, nos cuentan con docentes especializados en cada área del conocimiento, como sucede en la secundaria, sino que la gran mayoría de ellos son licenciados en básica primaria con diferentes énfasis y los estudios de posgrados que adelantan no tienen que ver con la especialidad de las matemáticas. Por lo cual se requiere que estos docentes cuenten con variadas estrategias que apoyen su quehacer en el aula de clase.

- Pregunta 2. ¿En el último año ha realizado algún proceso de actualización y/o formación en el área de matemáticas?

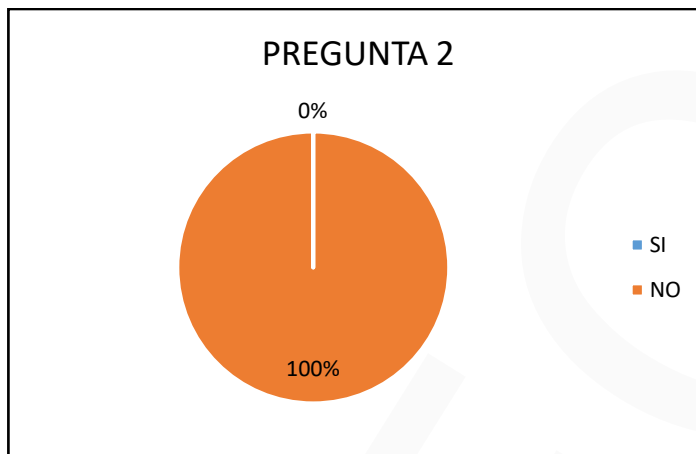


Figura 19: Pregunta 2. Cuestionario docentes

En esta pregunta, los docentes manifestaron que, si han realizado cursos de actualización, pero en otras áreas, muchos de estos ofrecidos por la secretaria de educación, pero no en el área de matemáticas 0%. Hoy en día, los cursos de formación y actualización docente se enfocan hacia el manejo de nuevas tecnologías, inclusión educativa e inglés, dejando de lado las áreas fundamentales del conocimiento. Por lo cual, este tipo de propuestas se hace interesante y genera impacto ya que propende por la actualización de estrategias didácticas novedosas y pertinentes para los docentes de la básica primaria.

- Pregunta 3. Marque el grado en el cual trabaja el área de matemáticas.

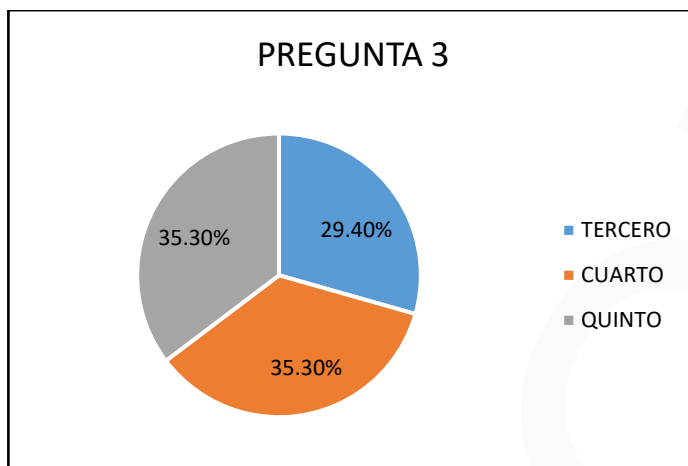


Figura 20: Pregunta 3. Cuestionario docentes

Los docentes que tiene a su cargo esta área, algunos de ellos solo dictan matemáticas en dos o tres de estos grados y otros dictan todas las asignaturas en un solo curso. Esto último hace que el trabajo de esta área sea menos profundo, ya que los docentes deben dedicar tiempo a planear actividades de 10 áreas al tiempo y en ocasiones esto puede llevar al descuido de esta o de otras áreas.

- Pregunta 4. ¿Considera imprescindible el uso de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en su respectivo grado?

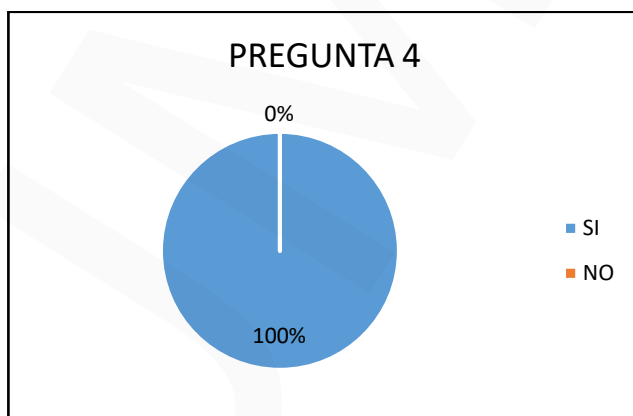


Figura 21: Pregunta 4. Cuestionario docentes

El 100% de los docentes consideran que si es importante el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos con enunciado. Lo que permite determinar, que esta propuesta va hacer bien recibida en la comunidad docente y es pertinente para su aplicación.

- Pregunta 5. ¿En sus planes de clase utiliza el planteamiento y la resolución de situaciones problemas como estrategia para la enseñanza de operaciones aritméticas?

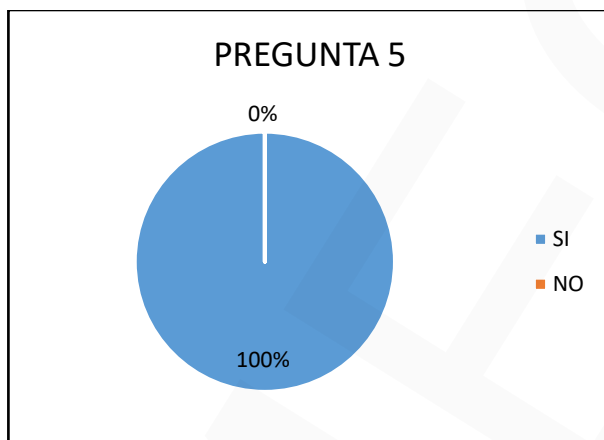


Figura 22: Pregunta 5. Cuestionario docentes

Al igual que en la pregunta anterior, vemos que en su totalidad 100% de los docentes abordan el proceso de enseñanza aprendizaje de resolución de problemas aritméticos en el aula de clase, en todos los cursos, en especial como apoyo para el manejo y enseñanza de las diferentes operaciones básicas matemáticas. Pero, si este proceso puede ser apoyado por un método que haga esta labor más sencilla de realizar y motivante para los estudiantes su apropiación y significancia va hacer mayor.

- ¿Cuánto tiempo dedica a la aplicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en el aula?

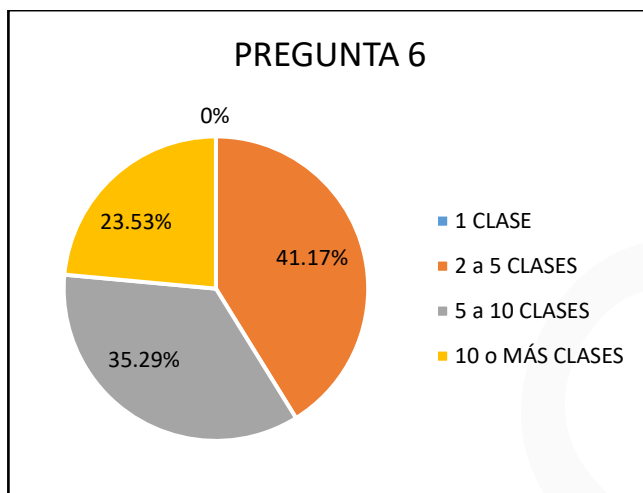


Figura 23: Pregunta 6. Cuestionario docentes

A esta pregunta un total de 41,17% de los docentes respondieron que dedican de 2 a 5 clases para trabajar el tema de resolución de problemas, un 35,29% dedican entre 5 a 10 clases y un 23,53% dedican 10 o más clases. Con esta propuesta, se busca sensibilizar a los docentes y darles a conocer la importancia de este tema no solo en el área de matemáticas sino en la vida diaria y su aplicabilidad en todos los contextos, con el fin de que ellos dediquen más tiempo a la implementación de esta y pueda tener los resultados que se esperan alcanzar.

- Pregunta 7. ¿Al planear la clase de matemáticas tiene en cuenta el enfoque para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos planteado en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de competencias del área según el Ministerio de Educación Nacional?

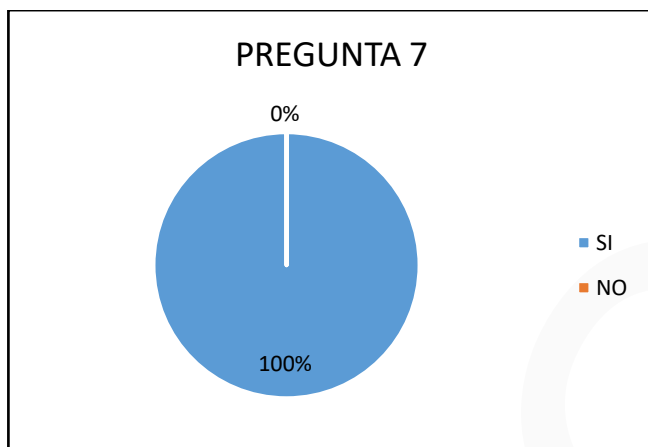


Figura 24: Pregunta 7. Cuestionario docentes

El 100% de los docentes afirman tener en cuenta, todos los lineamientos y directrices emanados por el ministerio de educación colombiano para el área de matemáticas. Lo que permite evidenciar que, dentro de la planeación de área y de aula de esta asignatura se debe encontrar el espacio para este tema de resolución de problemas, solo bastaría integrar dentro de las estrategias metodológicas o actividades a realizar los diferentes momentos que se requieren para la implementación de la propuesta presentada en esta tesis doctoral.

- Pregunta 8. De las siguientes estrategias pedagógicas y didácticas ¿cuáles utiliza para enseñar a los estudiantes la resolución de problemas aritméticos?

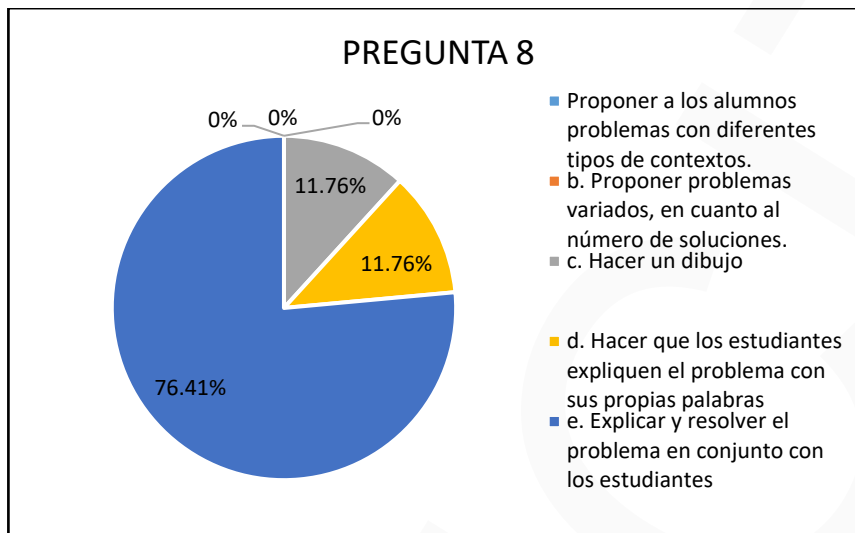


Figura 25: Pregunta 8. Cuestionario docentes

En esta gráfica, se puede analizar que el 76,41% utilizan una estrategia tradicional de explicar y resolver en primera instancia el problema con los estudiantes y después les colocan un taller con ejercicios para que ellos resuelvan. Un 11,76% utilizan la estrategia de realizar un dibujo para hacer más fácil su análisis, también un 11,76% dejan que sus estudiantes traten de explicar el problema con sus propias palabras. De igual forma, se puede analizar que un 0%, utiliza otro tipo de problemas utilizando diferentes contextos o diseñados por ellos, lo que deja ver la poca contextualización y por ende la falta de interés que pueden tener los estudiantes hacia encontrar la solución de estos, caso contrario, si los estudiantes ven la importancia de resolver sus problemas en la vida diaria se hará para ellos más interesante y significativo este proceso.

- Pregunta 9. ¿Qué material didáctico utiliza para la explicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos?

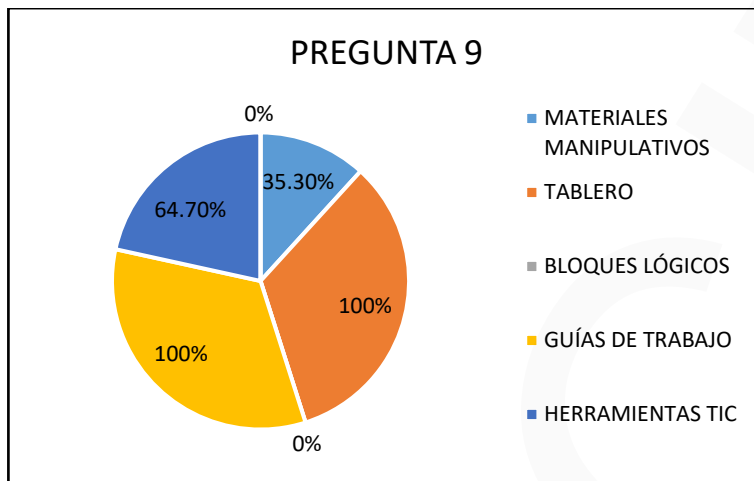


Figura 26: Pregunta 9. Cuestionario docentes

En esta pregunta, el 35,30% respondió que utiliza materiales manipulativos para la enseñanza del proceso de resolución de problemas aritméticos, un 100% utilizan herramientas tradicionales como el tablero y guías de trabajo, las cuales si ven son útiles no deben ser lo único que se utilice, ya que los estudiantes se cansan de ver lo mismo todo el día, todos los días. Un 64,70%, afirman utilizar herramientas tecnológicas, pero cuando se les abordó al respecto, manifestaron que usan Smartv para colocar videos del tema, pero no se usan plataformas dedicadas a este tema o ejercicios online sobre este, lo que no permite la interacción de los estudiantes con estas herramientas.

- ¿Las estrategias utilizadas por usted para la resolución de problemas aritméticos han favorecido el aprendizaje de las operaciones básicas?

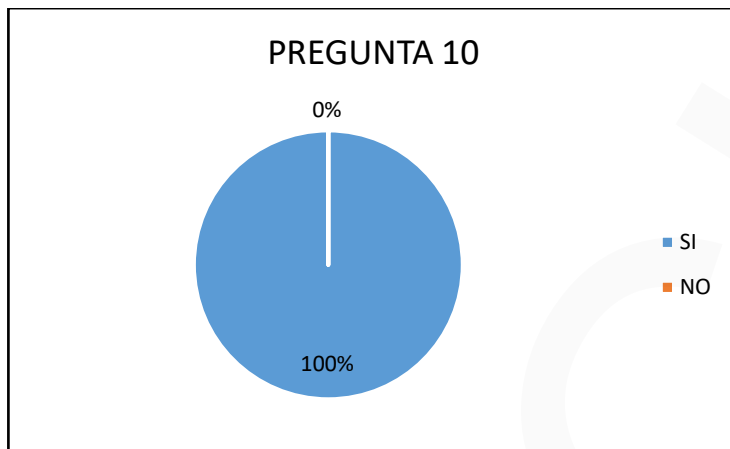


Figura 27: Pregunta 10. Cuestionario docentes

El 100% de los docentes encuestados, afirman que la implementación de ejercicios de resolución de problemas matemáticos, si favorecen el aprendizaje de las operaciones básicas por parte de los estudiantes. Lo que ratifica la importancia de este proceso dentro del área y así mismo la necesidad de abordarlo de forma motivante e interesante para los estudiantes y porque no para los docentes también.

- Pregunta 11. ¿Utiliza algún modelo y/o propuesta didáctica para la explicación de resolución de problemas aritméticos?

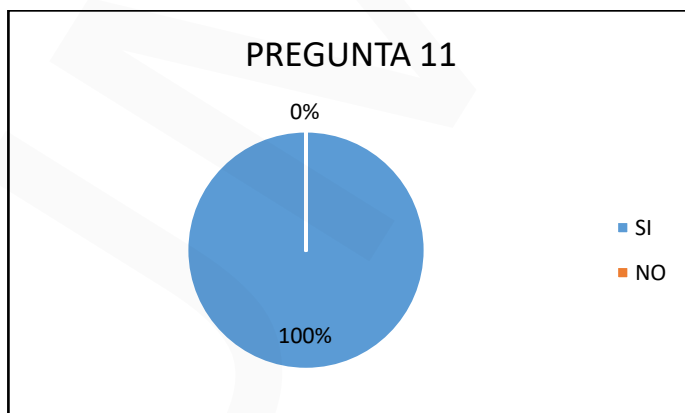


Figura 28: Pregunta 11. Cuestionario docentes

El 100% de los de los docentes expresan utilizan algún modelo para abordar el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en el aula de clase, pero cuando se les pregunto por cual, se pudo evidenciar que realmente no se usa ningún modelo o método, solo siguen los pasos que proponen los diferentes libros de texto guía que utilizan o alguno que expliquen en un video al respecto.

- Pregunta 12 ¿Los ejercicios de resolución de problemas aritméticos aplicados en clase, son

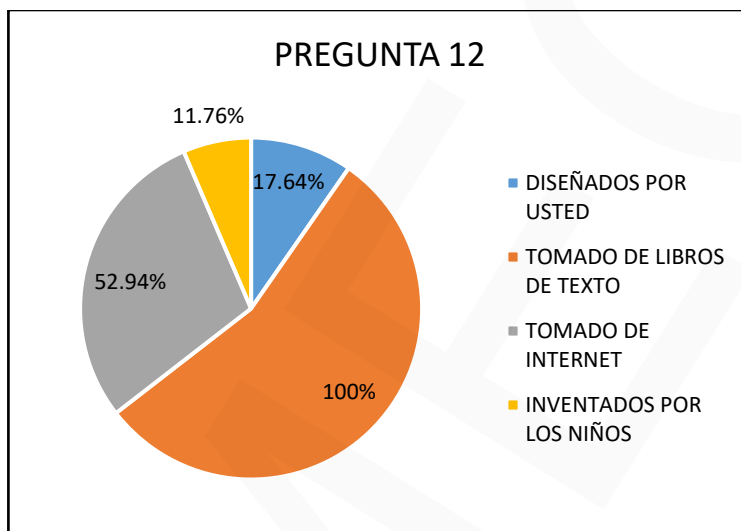


Figura 29: Pregunta 12. Cuestionario docentes

Como se ha podido ver en las respuestas de las preguntas anteriores, los docentes se ratifican en guiarse en especial forma por los textos matemáticos y por los ejercicios y videos encontrados en internet. Un 17,64% afirman que diseñan problemas para los niños, un 11,76% expresan que proponen a los estudiantes que sean ellos los que inventen estos problemas. Esto evidencia la necesidad, de que los docentes y estudiantes, aunque apoyándose en un texto guía y en el internet, utilicen en el aula de clase ejercicios contextualizados para que tengan significancia en su vida diaria.

- Pregunta 13. ¿Qué porcentaje de sus estudiantes considera que resuelven correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

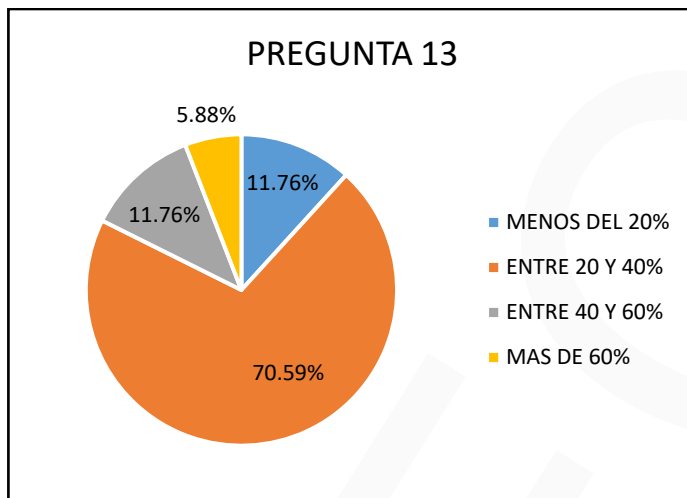


Figura 30: Pregunta 13. Cuestionario docentes

En la pregunta anterior el 11,76% respondieron que menos del 20% de sus estudiantes resuelven correctamente los problemas planteados en clase, un 70,59% afirman que entre el 20 y 40% lo hacen bien, el 11,76% que entre 40 y 60% y 5,88% afirman que solo más del 60% responden correctamente los ejercicios de resolución de problemas aritméticos. Por lo que se puede concluir, que es bajo el porcentaje de estudiantes que realizan correctamente este tipo de problemas y es necesario que se adopten nuevas herramientas y estrategias que favorezcan estos procesos.

- Pregunta 14. ¿Qué causas inciden para que algunos estudiantes no logren resolver correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

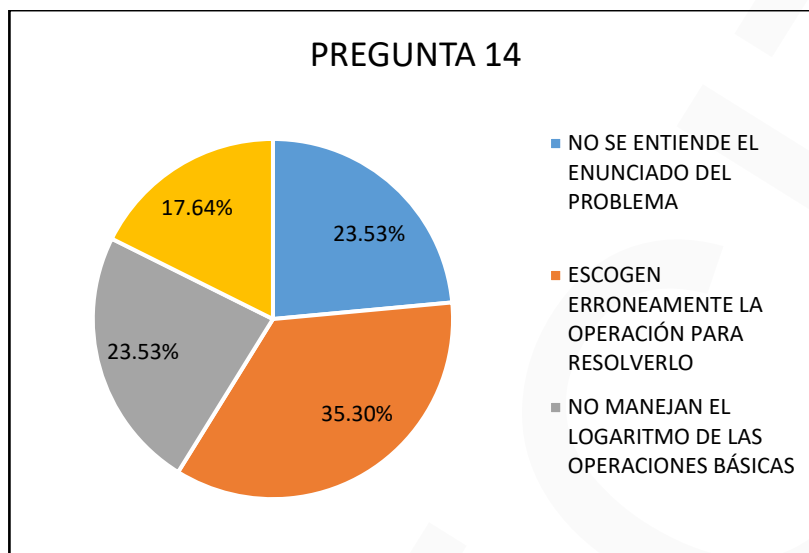


Figura 31: Pregunta 14. Cuestionario docentes

En lo referente, a las posibles causas que pueden incidir en que los estudiantes no logren resolver correctamente este tipo de problemas, el 23,53% respondieron que el problema está en que no se entiende el enunciado del problema, el 35,30% escogen erróneamente la operación para resolverlo, el 23,53% no manejan el logaritmo de las operaciones básicas, 17,64% afirman que los estudiantes presentan apatía hacia el área de las matemáticas. Todo lo anterior, lleva a confirmar la evidente necesidad de plantear e implementar nuevas estrategias sencillas, de fácil manejo y aplicabilidad que apoyen el proceso de enseñanza aprendizaje y hagan que este se vuelva significativo para os estudiantes.

4.2.3 Resultados de la observación directa

Uno de los instrumentos de recolección utilizado en el transcurso y desarrollo de esta investigación, es la observación directa en el aula de clase de cada uno de los cursos en los cuales se aplicó la prueba diagnóstica (pre test). Para el cual se diseñó un formato

(Apéndice A), teniendo en cuenta que el titular de dicha investigación acompañó a cada curso durante todo el tiempo de la aplicación de esta prueba. Razón por la cual, en este apartado se lleva a cabo una descripción general de lo observado en todos los cursos, en las dos instituciones educativas.

Es así, que, durante el primer mes del año escolar, se aplicó la prueba diagnóstica (pre test), teniendo en cuenta los estándares básicos y los derechos básicos de aprendizaje del área de matemáticas determinados por el ministerio de educación para este grado de la básica primaria, haciendo énfasis en la resolución de problemas aritméticos. Una vez aplicada y valorada esta prueba y después de compartir con ellos se pudieron identificar varias fortalezas de los estudiantes, en general dentro de las cuales están: son grupos alegres, receptivos a la intervención de terceros en el aula de clase, que mantiene buenas relaciones entre ellos, usan su uniforme correctamente según lo establecido en el horario de clase y en el manual de convivencia, la gran mayoría pidieron orientación al docente cuando no entendieron algo, responden muy bien al desarrollo de actividades deportivas, artísticas y expresan su interés por la realización de dinámicas de aula que tengan que ver con el uso de recursos tecnológicos.

Por otro lado, dentro de las dificultades se encontraron las siguientes: algunos estudiantes escriben los números al revés, presentan dificultad para desarrollar y comprender las operaciones básicas (suma, resta, división y multiplicación) como los problemas que se aplican con estos, confunden la derecha de la izquierda (orden posicional) y en algunas ocasiones presentan dificultades para ubicarse y trabajar en el cuaderno. Así mismo, una de las principales dificultades encontradas es la dificultad para analizar y realizar operaciones aritméticas sencillas, igualmente para estimar comparación entre números y para recordarlos.

En cuanto, a la resolución de problemas se refiere, se pudo visualizar que la gran mayoría de los estudiantes muestran apatía hacia la lectura de los enunciados, razón por la cual no le dedican el tiempo suficiente a analizarlos, lo que los lleva a responder

de forma errónea dichos problemas y omitir datos, ya que al no llevar a cabo un análisis correcto de estos escogen mal la operación para resolverlo.

Además, la mayoría de los niños presentaron dificultades al realizar dos operaciones dentro de la misma pregunta, como por ejemplo adición y sustracción, evidenciándose baja capacidad de aplicación de las operaciones aritméticas dentro del planteamiento de un problema. Los estudiantes resuelven sin dificultad; suma, restas o multiplicaciones, pero de maneras aisladas y sin estar inmersas en la resolución de un problema. Esto se produce porque al momento de enseñar las operaciones básicas se enseñan sin contextualizarlas dentro de un problema y no se buscan estrategias para relacionar las operaciones matemáticas entre sí.

En general las dificultades que más se visualizaron fue que los educandos no tienen claridad en los pasos a seguir para la resolución de un problema, no identifican la pregunta y presentan confusión al identificar los datos, esto último influye en la comprobación del ejercicio, ya que se complejiza más llegar a una solución.

4.3 Discusión de los resultados

Una vez analizado cada uno de los datos obtenidos mediante la aplicación de los cuestionarios dirigidos tanto a los estudiantes como a los docentes de tercero, cuarto y quinto de las dos instituciones educativas escogidas para esta investigación y de describir las debilidades y fortalezas detectadas mediante la observación directa de los estudiantes durante la aplicación del cuestionario, se puede plantear la discusión de resultados, en la cual de igual forma se analizará si estos resultados apoyan la hipótesis y los objetivos planteadas para esta investigación.

Se puede determinar, que casi todos los estudiantes que han participado en esta investigación, independientemente del curso al que pertenecen, señalan que saber resolver problemas es importante y así mismo justifican su afirmación, lo que permite indicar que la respuesta dada sobre por qué es importante saber resolver problemas

proviene del convencimiento y no es una mera respuesta que persiga “quedar bien”. Ello da pie para decir que, desde que inician la escolaridad y durante toda la etapa escolar, los estudiantes perciben el aprendizaje sobre resolución de problemas como algo positivo, que va a tener ventajas de algún tipo para aquellas personas que logren dicho aprendizaje.

De igual forma, todos los estudiantes respondieron saber qué es un problema para ellos. Desde el grado tercero, hasta quinto se pone de manifiesto que un problema requiere de una pregunta a la que se le ha de dar una respuesta y que por tanto éste constituye un elemento imprescindible para considerar un enunciado como tal. La palabra resolver aparece en múltiples ocasiones, refiriéndose a veces a situaciones generales y otras a contextos exclusivamente matemáticos. Lo que hace suponer, que estos estudiantes diferencian problema, de problema matemático. Para que un problema sea matemático se considera imprescindible la presencia de datos numéricos en el enunciado, asociándolos a la necesidad de realizar operaciones, así mismo manifiestan que los números facilitan la comprensión de un problema y que estos proporcionan la resolución del problema. Por tanto, los estudiantes tienen claro que un problema matemático ha de tener datos numéricos.

Por otra parte, respecto al ítem que versa sobre la utilidad de las operaciones en la resolución de un problema, se recoge que mayoritariamente los estudiantes de los tres grados, piensan que las operaciones son necesarias para resolver los problemas permitiendo así conocer el resultado de lo que se pide en el enunciado. Esta idea se vincula a la necesidad de que existan datos numéricos, pues con éstos y las operaciones se puede alcanzar un resultado. Además, los lugares donde resuelven problemas los estudiantes son por unanimidad en casa o en el colegio, y cuando se les pide que piensen en situaciones no escolares en las que pueden resolver problemas aparece mayoritariamente la idea de con sus amigos y en situaciones de compra-venta.

De igual forma, se identificaron las siguientes debilidades: la falta de comprensión lectora que no permite que el estudiante entienda el problema y por tanto hallar la

solución del mismo; la falta de resolver el problema en forma secuencial, identificando datos y pregunta, planeando una estrategia, ejecutando la estrategia y verificando la respuesta, es decir falta de la aplicación de un método o modelo de resolución de problemas matemáticos; la falta de conocimientos previos referentes al área de matemáticas; la falta de comprensión del algoritmo de las operaciones matemáticas, ya que al proceder en la resolución del problema implementan la primera operación que les parece más sencilla, sin detenerse a pensar si realmente le arrojará un resultado correcto; la poca comprobación de las respuestas adquiridas al resolver problemas.

Debido a anterior, se hace necesario potencializar al 100% las habilidades matemáticas para la resolución de problemas aritméticos en el aula de clase, ya que, en casa hay deficiencia en hábitos de estudio, falta de acompañamiento adecuado, por lo que le corresponde a la institución generar espacios más enriquecedores.

Es así, que, desde siempre las matemáticas y en especial la resolución de problemas aritméticos, han sido consideradas como fuentes principales de acceso al conocimiento, ya que es aspecto fundamental en la sociedad, al permitir al ser humano desenvolverse con mayor facilidad en diferentes ámbitos de su vida diaria como, entretenimiento, cultura, ciencia, tecnología...que son aspectos esenciales para poder desempeñarse de manera eficaz en la sociedad a la que se pertenece.

Desafortunadamente, aunque desde políticas educativas adoptadas por el MEN se promueve la enseñanza y diferentes proyectos sobre matemáticas, este aspecto no ha sido muy exitoso en nuestro país.

Es allí, donde los docentes y las instituciones educativas debe generar estrategias que potencien la resolución de problemas matemáticos y genere amor por las matemáticas en los estudiantes y de esta manera poder tener un mejor desempeño para desarrollar las competencias propuestas para los diferentes grados y que le permitirán ser competente en su contexto social.

Todo lo anterior, hace necesario buscar nuevas alternativas y estrategias didácticas que apunten a superar las dificultades encontradas y potencializar el desarrollo de las

habilidades matemáticas propias de la edad, desarrollo cognitivo de los estudiantes, sus gustos e intereses, tarea que se puede llevar a cabo apoyándose en el diseño de un modelo didáctico alternativo, que lleven a los estudiantes a asumir una actitud protagonista y motivadora frente a su proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, de lo contrario los estudiantes podrán asumir una actitud pasiva y de apatía hacia esta área, lo que les lleva a una actividad rutinaria, carente de esfuerzo hacia la búsqueda y construcción de aprendizajes significativos, y por lo tanto a una falta de ajustes de las estrategias, todo esto por la falta de motivación y de interés hacia el desarrollo de las tareas escolares repetitivas.

Finalmente, dando respuesta al objetivo general, después de hacer el diagnóstico y evaluar el proceso matemático y especialmente el de resolución de problemas aritméticos, se puede considerar que una estrategia pertinente para fortalecer las competencias matemáticas básicas de los estudiantes de la básica primaria es el diseño e implementación de un modelo didáctico alternativo, con pasos sencillos y consecutivos que permitan a los estudiantes alcanzar sus metas y objetivos en esta área. Así mismo, en lo referente a la hipótesis, “Los estudiantes/as que resuelven problemas aritméticos implementando el modelo didáctico planteado en este trabajo de investigación logran fortalecer sus competencias matemáticas, y por ende mejorar sus resultados académicos, frente a los alcanzados antes de la implementación de este modelo didáctico. Se puede concluir, que los estudiantes responder de forma asertiva y participativa frente al desarrollo de nuevas estrategias de enseñanza, en este caso, un modelo que de forma sencilla y sistémica les ayuda a solucionar los diferentes problemas aritméticos con enunciado que les son planteados en el área de matemáticas. Mientras, en contraste, los estudiantes que siguen trabajando este tipo de problemas sin el uso de este modelo, presentan las mismas dificultades y resultados académicos negativos, que se evidenciaron en el planteamiento del problema. Lo que nos lleva, a asegurar que la hipótesis planteada en esta tesis doctoral es verdadera.

Finalmente, como se pudo determinar gracias a los resultados arrojados en las preguntas 15 y 16, del cuestionario a los estudiantes, un bajo porcentaje de ellos tiene acceso en sus hogares a un computador ya sea de escritorio o portátil o a una Tablet, de igual forma al servicio de internet, razón por la cual no se considera viable apoyar las diferentes actividades que se van a implementar en la propuesta de la presente investigación en las TICS.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el capítulo anterior se observó, analizo, reflexiono y debatió acerca de los hallazgos encontrados una vez se emplearon y recolectaron los datos obtenidos por medio de la aplicación de los instrumentos diseñados para tal fin a los niños y niñas de los grados tercero a quinto de la básica primaria de las Institución Educativas “San Josémaría Escrivá de Balaguer” (grupo control) y “Santa María del Río” (grupo experimental), del municipio de Chía, Cundinamarca, Colombia.

En el presente capítulo V, se presentan las conclusiones y recomendaciones, las cuales son producto y consecuencia de contrastar los objetivos, el marco teórico y los resultados analizados en el capítulo anterior, así como de las observaciones directas realizadas por el autor investigador del presente trabajo.

5.1 Conclusiones y recomendaciones

En línea general, las conclusiones deben reflejar las consecuencias más importantes de la investigación, ya sean planteamiento de soluciones que permitan ofrecer reconsideraciones o refutación de teorías que sirvieron de marco de referencia al estudio, o sea las conclusiones son una síntesis dialéctica.

Y por otro lado, Las recomendaciones, en un estudio de investigación están dirigidas a proporcionar sugerencias a la luz de los resultados, en este sentido las recomendaciones están dirigidas a sugerir, respecto a la forma de mejorar los métodos de estudio, a sugerir acciones específicas en base a las consecuencias y sugerencias para futuras investigaciones. De modo que las recomendaciones deben ser congruentes con los hallazgos y resultados afines con la investigación.

A continuación, se presenta un cuadro en la cual se relaciona cada uno de los objetivos planteados, con su respectiva conclusión y recomendación, las cuales se plantean de una forma operativa, es decir, se menciona como llevarla a cabo, a través de qué medios o estrategias.

Cuadro 7: Conclusiones y recomendaciones

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	CONCLUSIONES	RECOMENDACIONES
Evaluar el impacto del modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos “MIRPROAR”, por medio de su diseño e implementación en estudiantes de la básica primaria.	El diseño e implementación de un modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, si favoreció el fortalecimiento de las competencias matemáticas básicas de los estudiantes, ya que estos disminuyeron sus temores y dificultades frente al área, por la falta de metodología en la aplicación de pasos o procesos que ayudaran a resolver dichos problemas, además, se obtuvieron cambios en la concentración y capacidad de razonar de los estudiantes, su fortaleció el análisis, la comprensión y aplicación	Con el fin de seguir fortaleciendo el desarrollo de habilidades matemáticas básicas en los estudiantes de la básica primaria, los docentes deben preparar ejercicios matemáticos acordes al contexto y nivel intelectual de los estudiantes, pero siempre enfocados a trabajar mediante el uso de alguna metodología clara (ya sea la planteado en el modelo didáctico alternativo propuesto en la presente investigación u otro), que permita la creación de un ambiente favorable en el que el estudiante experimente la suficiente confianza en sí mismo, en la resolución

de operaciones matemáticas, en la integración y participación activa del grupo, en la entrega puntual de las tareas, en la asistencia a clases, explicaciones y en trabajos en grupo, por lo tanto el modelo didáctico alternativo es efectivo específicamente en su aplicación en la resolución de problemas matemáticos.

De igual forma, al finalizar el proceso se obtuvo un aumento en el nivel académico de los estudiantes, el cual antes se centraba en el nivel básico y actualmente está en el nivel alto. Lo que refleja entonces una respuesta significativa y efectiva en el

de un problema y que satisfactoriamente logre un avance significativo en su proceso de enseñanza aprendizaje.

De otro lado, se debe aplicar estrategias en la resolución de problemas con el objeto de disminuir el temor hacia la matemática; tratando de evitar trabajos o ejercicios no entendibles para no provocar frustración en los estudiantes sobre el área de las matemáticas, de lo contrario no se logrará lo esperado en esta, ya que al escuchar los criterios de los estudiantes se podrá brindar una mejor orientación e incentivar en ellos el interés y la pasión por el estudio, específicamente el área de matemática

aprendizaje de los estudiantes a través de la aplicación de este modelo. por medio de nuevos e innovadores modelos.

Finalmente, una vez concluidos los pasos de diseño e implementación del modelo didáctico alternativo, se pudo determinar gracias a la aplicación del pos test y al análisis de los resultados académicos de los estudiantes, un aumento cuantitativo en sus notas en el área de matemáticas y un fortalecimiento significativo tanto en el proceso de resolución de problemas aritméticos como en el desarrollo de habilidades básicas matemáticas, como se describe en el apartado de producto del capítulo VII.

Diagnosticar las dificultades y fortalezas que los estudiantes de la básica primaria presentan frente a la resolución de problemas aritméticos teniendo como referente los estándares básicos de competencias y los derechos básicos de aprendizaje, con el fin de estimar el estado actual del desarrollo de las competencias matemáticas de los estos frente a la resolución de problemas aritméticos.

Gracias al diseño y aplicación de cada uno de los instrumentos y técnicas de recolección de datos, se llevó a cabo el diagnóstico de las fortalezas y debilidades de los estudiantes de la básica primaria frente al área de las matemáticas a la luz de los estándares básicos de competencias y los derechos básicos del aprendizaje, por medio del cual fue posible hacer su descripción de forma detallada en el capítulo IV, información que sirvió de insumo para el diseño de cada uno de los pasos del modelo didáctico alternativo presentado en la propuesta.

Es importante que como primer paso para el planteamiento de cualquier estrategia sea didáctica o metodológica, se lleve a cabo un diagnóstico de la población estudiada, con el fin de conocer sus fortalezas y debilidades sobre el objeto de estudio, teniendo en cuenta la normatividad vigente, sus intereses y gustos, de lo contrario sin conocer estos datos, puede ser que la propuesta que se diseñe no sea aplicable y por consiguiente no arroje los resultados para lo cual fue creada.

Igualmente, realizar el análisis y evaluación de los datos obtenidos de forma clara, precisa, válida y confiable,

		le da un sello de calidad al proceso de investigación, ya que entre más reales y verídicos sean estos, la propuesta diseñada se acercará de mejor forma a resolver la problemática hallada.
Establecer bases teóricas que permita validar el diseño del modelo didáctico alternativo de resolución de problemas aritméticos en la básica primaria.	Teniendo en cuenta lo planteado en el capítulo I de conceptualización de la problemática, se procedió a seleccionar las fuentes teóricas y las bases conceptuales y legales apropiadas que apoyan y dan soporte a la propuesta en el diseño del modelo didáctico alternativo en función de las debilidades presentadas.	Es deber y necesidad de todos los docentes estar en continuo proceso de actualización y humanización a la par de los estudiantes, teniendo el firme propósito de romper con aquellos modelos tradicionales, así como tener un contacto más directo con él, lejos de solo ser un mero transmisor del conocimiento a ser un sujeto que comprenda y entienda las necesidades, actitudes y aptitudes del alumno, que le enseñe a enfrentarse a la realidad y esté

		adentrado tanto el discernimiento como a la inteligencia emocional.
Proponer un modelo didáctico alternativo que conlleve a realizar procesos asertivos en la resolución de problemas aritméticos por parte de los estudiantes de la básica primaria.	En el capítulo VII de la presente investigación, se encuentra la descripción detallada de cada uno de los pasos del diseño e implementación del modelo didáctico alternativo. El	Como se mencionó anteriormente, lo más importante en la labor docente es estar en la continua búsqueda de estrategias y metodologías adecuadas al grupo de estudiantes con los que se tenga la oportunidad de trabajar, con el fin de encontrar la más apropiada para generar en ellos un real aprendizaje significativo, que responda a sus gustos, intereses y necesidades y que conviertan el acto educativo en un proceso satisfactorio y motivante para las dos partes. Por lo que se invita a los docentes a no dejar de investigar y crear para generar experiencias significativas en cualquier área del conocimiento, fortaleciendo todas
Implementar el modelo didáctico alternativo diseñado, con el fin de observar los resultados alcanzados por los estudiantes de básica primaria.	cual, fue diseñado con toda la información recolectada y analizada, que contemplan cada uno de los estándares básicos de competencias y derechos básicos del área de matemáticas para la básica primaria, con el propósito de realizar un aporte en dicha área. De igual forma, elaborar el material implico mantener una serie de expectativas en los que solo en el	

momento de llevarlos a la práctica se las competencias y habilidades de los pudo vislumbrar el éxito en los estudiantes en su contexto.. resultados esperados. Por lo que, lo más importante fue poder generar por medio de este, un aprendizaje social y significativo en la resolución de problemas aritméticos y en el desarrollo de habilidades matemáticas básicas que se aplican en todos los grados de la básica primaria y por ende ayudaran a un mejor desempeño en los demás niveles educativos de los estudiantes a futuro.

Finalmente, se puede mencionar que las conclusiones y lo sugerido por medio de las recomendaciones, responde de una manera analizada, reflexionada, fundamentada, en la teoría y en la práctica y a los objetivos propuestos. Proponiendo la importancia del uso de modelos didácticos alternativos en el proceso de enseñanza aprendizaje de resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de la básica primaria, además, del fortalecimiento de las competencias matemáticas básicas matemáticas por medio de estos.

CAPÍTULO VI. CONSTRUCTO TEÓRICO

Como ya se ha descrito durante todo el trayecto de esta tesis doctoral, el concepto de modelo didáctico constituye un instrumento fundamental para abordar los problemas de la enseñanza en los distintos niveles educativos, ya que gracias al diseño e implementación de estos se contribuye a establecer los vínculos entre el análisis teórico y la práctica docente. Cualquier planteamiento educativo que pretenda ser crítico y alternativo no puede prescindir de este supuesto básico (García Pérez, 2000). A lo anterior, debe agregarse que cada vez se otorga mayor importancia al impacto que reciben los estudiantes, no sólo como consecuencia de la transmisión explícita en el currículo oficial, sino también como resultado de las interacciones sociales de todo tipo y que, a la postre, forman parte de la corriente de ideas que conecta el ámbito educativo con el resto de la sociedad. Se trata en definitiva de un “currículo oculto” que termina convirtiéndose en el verdadero currículo operante que garantiza la socialización del estudiante según la lógica del sistema dominante (Torres Santomé, 1991). Dicho con palabras de Doyle (1977), la socialización se produce no sólo a través de la estructura de tareas académicas sino también mediante la estructura de relaciones sociales.

En este marco, es necesario considerar que existen diferentes modelos didácticos, como el presentado en este trabajo, el cual se trata de un modelo didáctico alternativo, el cual resulta particularmente apropiado para la enseñanza de las matemáticas en general y para este caso en la resolución de problemas aritméticos particularmente. El enfoque constructivista y el aprendizaje por investigación del estudiante atraviesa una etapa de consenso emergente según el punto de vista de Liguori y Noste (2005). Estos autores consideran además la conveniencia de acompañar este enfoque con una reflexión permanente de la propia práctica docente, capaz de generar un conocimiento profesional a partir de un perfil de docente-investigador. Este perfil implica el desarrollo de una serie de capacidades, entre las que se destacan: la formulación de situaciones problemáticas adecuadas a la lógica de los estudiantes, a la coherencia científica y a las necesidades socio-ambientales. El planteamiento de hipótesis de progresión del conocimiento que, a partir de las representaciones previas, sugieran

estrategias de aprendizaje que conduzcan a la construcción de ideas básicas cada vez más amplias y complejas. El diseño de actividades que promuevan la investigación por parte de los estudiantes y con ello la evolución de los conceptos iniciales. Y finalmente, la interpretación de los datos significativos que surgen de las actividades desarrolladas para la evaluación de los aprendizajes de los alumnos y de la propia tarea docente.

De igual forma, los modelos didácticos presentan dos dimensiones fundamentales. Por un lado, la dimensión estructural que atañe al carácter descriptivo de los elementos intervinientes y, por otro lado, la dimensión funcional que atañe a la dinámica o comportamiento del modelo en la realidad. Dentro de la dimensión funcional, se consideran dos perspectivas. Una de ellas de índole descriptivo-explicativa vinculada a la cosmovisión de la realidad educativa y la otra de índole normativa que tiene la misión de orientar la actuación en el ámbito educativo. En este marco, es posible reconocer como distintos "tipos" de modelos didácticos: la educación tradicional, las tendencias transformadoras y los proyectos alternativos en construcción.

Es así como, los modelos didácticos alternativos se proponen como finalidad educativa al enriquecimiento del conocimiento de los estudiantes en una dirección que conduzca hacia una visión más compleja y crítica de la realidad, que sirva a su vez de fundamento para una participación responsable sobre la misma. Dada su creciente relevancia en los distintos niveles de la ecuación, estos modelos merecen un tratamiento en particular. En ellos, la metodología didáctica se concibe como un proceso de investigación desarrollado por parte de los estudiantes con la ayuda del profesor, lo que se considera como el mecanismo más adecuado para favorecer la construcción del conocimiento propuesto. Así, a partir del planteamiento de problemas de conocimiento se desarrolla una secuencia de actividades que propicia la construcción del conocimiento espontáneo en relación con dichos problemas. El proceso de construcción del conocimiento es recursivo, es decir, puede realizarse el tratamiento de una determinada temática en distintas ocasiones con diferentes niveles de complejidad, lo que favorece asimismo el tratamiento complementario de distintos aspectos de un mismo tema o asunto dentro

de un proyecto curricular. La evaluación se concibe como un proceso de investigación que intenta dar cuenta permanentemente del estado de evolución de las concepciones o ideas de los estudiantes, de la actuación profesional del profesor y, en definitiva, del propio funcionamiento del proyecto de trabajo (García Pérez, 2000). Por otra parte, estos modelos pueden presentar diversas estrategias, aunque, independientemente de los caminos que se tracen, se apoyan en un principio básico que es el respeto por las ideas previas de los alumnos (Merino, 1998). Ello requiere que el docente procure estimular la manifestación de los puntos de vista, conceptos y significados de los estudiantes y a partir de sus conocimientos, habilidades y experiencias desarrolle estrategias para que ellos mismos reelaboren sus propios conceptos y significados.

Desde esta perspectiva, el nuevo conocimiento se construye a partir de una fuerte interacción con los esquemas preexistentes. Esta interacción define lo que se conoce como aprendizaje significativo, concepto central de la teoría de Ausubel (1976).

Desde la perspectiva de los modelos didácticos alternativos, los conceptos de los estudiantes no cambian por el simple enfrentamiento con conocimientos científicos acabados, sino a través de un proceso dinámico de evolución conceptual. En este proceso es fundamental que el estudiante tome conciencia de sus propias ideas como primer paso hacia su transformación. Algunos autores proponen como estrategia el planteo de problemas concretos, a partir de los cuales, se promueve el enfrentamiento de los alumnos con situaciones conflictivas que desafíen sus ideas previas y los estimula a considerar concepciones alternativas sobre un mismo fenómeno (Pozo, 1989).

Es así, que dando respuesta a todo lo anteriormente expuesto, con el desarrollo de esta propuesta, producto del proceso de investigación desarrollado en esta tesis doctoral, se propone diseñar un modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, con el fin de fortalecer las competencias matemáticas básicas de los estudiantes y el desarrollo de habilidades como la capacidad de análisis,

exploración, investigación, comprensión, razonamiento y aplicación, además de participación, trabajo en equipo y formación de espíritu emprendedor, entre otras.

De igual forma, este modelo permitirá a los docentes inicialmente de las Instituciones Educativas “San Josémaría Escrivá de Balaguer” y “Santa María del Río” llevar a cabo acciones tácticamente empleadas para lograr un acercamiento didáctico en los integrantes de la comunidad educativa (estudiantes, docentes, padres de familia), por medio de diseño de pasos secuenciales que mantengan el interés y la motivación de ellos en el área, con el fin de evitar distracciones que conlleven a la desmotivación ya la falta de comprensión de contenidos.

Así como cita Iriarte (2011), es necesario hacer la invitación a los docentes de matemáticas a tener una gran variedad de modelos en sus prácticas para no encasillar a los estudiantes en un solo método heurístico y a su vez involucrar sus procesos cognitivos y metacognitivo.

Las estrategias y actividades planteadas, en el diseño de este modelo didáctico alternativo se diferencian de las acciones tradicionales en que estas son intencionales y conscientemente realizadas. Es decir, están encaminadas por una idea clara de lo que gestionan, de la manera cómo van a posibilitar en los estudiantes las bases significativas y validas del aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas utilizando la resolución de problemas aritméticos, basados en su realidad y así poder verlos útiles en su vida diaria y los relacionaran con su cotidianidad. Gracias a que ellos serán los autores de la investigación en el aula y en su contexto, este modelo didáctico alternativo permite formar en los estudiantes un espíritu explorador e investigativo, además promueve la creatividad, la integración de los padres de familia, la interdisciplinariedad con otras áreas del conocimiento, el sector productivo y toda la comunidad educativa en general.

Por lo tanto, las actividades propuestas contemplan un esquema coherente con los objetivos de las instituciones escolares que las promueve y conllevan unos mecanismos

de evaluación de su eficacia, eficiencia y calidad frente al propósito global de formar unas habilidades matemáticas en los educandos de la básica Primaria.

Pero, sin duda esta propuesta no dará el resultado esperado en las habilidades matemáticas, si no existe un educador comprometido que sirva de puente entre los objetivos y sus educandos, en donde exista reciprocidad, seguimiento a los avances del educando, y lo principal que haya retroalimentación. Como lo cita Vygotsky en su obra “La construcción histórica de la psique. Desarrollo del niño y su lenguaje”: “En el aprendizaje, el educador hace la mayor parte del trabajo preparando la forma de entregar el conocimiento, pero después, comparte la responsabilidad con el alumno”.

Es así, que conforme el estudiante se vuelve más ágil en la adquisición de los saberes, el profesor va retirando la plataforma sobre la cual ha construido las bases de tales saberes, dando paso al estudiante como protagonista de su proceso de enseñanza aprendizaje, constructor de su aprendizaje significativo, con el acompañamiento y asesoría del docente. Lo importante es asegurarse para que el andamiaje mantenga al estudiante atento, motivado e interesado, y se observará que se modifica en tanto que este desarrolla sus capacidades. Se incita al estudiante a que aprenda dentro de los límites de su desarrollo, respetando su ritmo de aprendizaje y teniendo en cuenta sus gustos e intereses, es entonces cuando desde todas las actividades diseñadas el docente debe ir enamorando con este modelo didáctico alternativo al estudiante para hacerlo competente desde éste, mirando, diagnosticando, paso a paso en medio del proceso las posibles dificultades para así mismo acudir a ayuda especializada si es necesario o él mismo atender desde su quehacer los diferentes casos con sus dificultades para irlos solucionando y permitiendo así que cada uno de sus estudiantes vaya por el camino del mejoramiento de su proceso matemático a través de la propuesta presentada, hasta conseguir el fruto: estudiantes competentes en las habilidades básicas matemáticas, por medio de la resolución de problemas aritméticos.

Desde este camino se visualiza la reciprocidad en el diálogo entre maestro y su grupo de estudiantes. Al principio el docente modela las actividades; después, él y los

estudiantes se turnan el lugar de este. Los estudiantes aprenden a formular hipótesis y preguntas en clase de resolución de problemas aritméticos aplicados a su realidad, se va fijando un interés o motivación significativo; la secuencia educativa podría consistir en el modelamiento del docente de las estrategias para plantear preguntas, para construir y deconstruir conocimientos. Así se comprueba el punto de vista de las doctrinas de Vygotsky, (1978) “la enseñanza recíproca consiste en los intercambios sociales y el andamiaje, mientras los estudiantes adquieren las habilidades” (p. 175).

De igual forma, el modelo presenta actividades tanto individuales como grupales. Cuando se logra un trabajo grupal o colaborativo es posible utilizar en forma pedagógica las interacciones sociales compartidas. Diversas investigaciones muestran que los grupos cooperativos son más eficaces cuando cada estudiante tiene asignadas sus responsabilidades y todos deben hacerse competentes antes de que cualquiera puede avanzar.

Es necesario, hacer ver a la comunidad educativa y en especial a los estudiantes que el desarrollo de habilidades básicas matemáticas no constituye un obstáculo en el proceso de enseñanza aprendizaje en el que el estudiante interactúa desde el contexto educativo, familiar y social; por el contrario estos contextos deben brindar al educando las mejores herramientas y de manera significativa para el desarrollo de las habilidades básicas matemáticas como: desarrollo de operaciones básicas, reconocimiento de valor posicional, comparación de cantidades, resolución de problemas y conteo; integradas en situaciones reales.

Esto teniendo en cuenta que, las matemáticas son fundamentales para el desarrollo intelectual de los niños y niñas puesto que les ayuda a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener su mente preparada para la crítica, el pensamiento y la abstracción. Las matemáticas generan unas actitudes y valores en el estudiantado ya que garantizan una solidez en sus fundamentos, seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos. Todo esto crea en los estudiantes una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los

problemas a los que se enfrentan cada día. Las matemáticas enseñan a pensar mejor, ya que desarrollan la capacidad del pensamiento. Además, ayudan a encontrar las soluciones a los problemas o soluciones a determinadas situaciones complejas de una forma mucho más coherente. Por lo tanto, las matemáticas son fundamentales e imprescindibles en la educación de toda persona.

Este modelo didáctico alternativo, permitirá a los estudiantes ser capaces de comprender las matemáticas, para que puedan encontrar soluciones lógicas y razonadas a muchas situaciones de la vida y la mente estará mejor preparada para solucionar problemas reales de la vida cotidiana. Hay que tener en cuenta que, en las matemáticas se desarrolla el pensamiento analítico con el que se desarrollará la habilidad para investigar y conocer la realidad que la vida nos plantea a cada ser humano. A su vez, las matemáticas contribuyen a la formación de valores en los niños y niñas, determinando sus actitudes y su conducta. Sirven como patrones para guiar su vida, un estilo de enfrentarse a la realidad de forma lógica y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos, capacidad de abstracción, razonamiento y generalización y la percepción de la creatividad como un valor.

De igual forma, el elemento diferenciador de este modelo didáctico alternativo es que involucra directamente a los padres de familia en el proceso de enseñanza aprendizaje, al igual que, recalca la necesidad de capacitación continua de los docentes de la básica primaria frente a las nuevas metodologías de enseñanza. El involucramiento de los padres es clave para el desarrollo de los estudiantes y ofrece muchos beneficios. Existen muchos estudios, que hablan sobre cómo puede mejorar y ayudar esta participación en la vida estudiantil y también a los docentes. Algunas de las ventajas son:

- Cuando hay una buena comunicación entre los padres y los maestros, disminuye el absentismo. Según un reporte de Johns Hopkins University (JHU), ayuda a reducir en un 24 % las faltas del alumno.

- El rendimiento académico aumenta. Según JHU, aspectos como la comprensión y la fluidez lectora mejoran cuando hay participación de los padres, aún más si los papás dedican tiempo para leer con sus hijos, ya que los alumnos saben que sus papás están al pendiente, tratan de mejorar por ellos, se sienten más motivados a aprender y mejorar sus calificaciones.
- También ayuda a mejorar el comportamiento del alumno en el aula. Que los padres y docentes tengan más comunicación ayuda al alumno a sentirse más motivado en clase, mejorando su autoestima y actitud en el aula.
- La participación de los padres mejora el desempeño de los docentes. Cuando los padres tienen mejor comunicación con los maestros, ellos aprenden a valorar más su trabajo y los desafíos que ellos enfrentan, lo que hace que el docente se sienta valorado. También los ayuda a conocer más al alumno, lo que permite enseñarle de manera más personalizada y efectiva.
- Ayuda a que los padres de familia se sientan más involucrados y felices con la educación de sus hijos. Al existir una buena conexión entre las escuelas, los padres comprenden mejor el plan de estudios y el avance que tienen sus hijos. Además, ayuda a que se sientan más cómodos y felices con la calidad de la educación. Incluso puede motivar a aquellos que no terminaron su propia educación, a continuarla.

Por otra parte, la educación en la actualidad tiene como misión esencial la formación de profesionales altamente capacitados que actúen como ciudadanos responsables, competentes y comprometidos con el desarrollo social, ello implica que el proceso de formación de los docentes de cualquier nivel educativo estén llenos de conocimientos y habilidades integrales que permita cumplir con las funciones que requiere su profesión, por este motivo la capacitación no es una herramienta más para cumplir con las necesidades estudiantiles es una obligación que debe ser practicada en cualquier institución educativa.

Es así, que la formación docente es un reto que el gobierno debe de afrontar ante los nuevos desafíos y desarrollos que se experimentan en el mundo científico tecnológico. Es por eso, que la capacitación de nuevos saberes y la adaptación a la tecnología es una forma estratégica que el docente de estos tiempos debe asumir como herramienta fundamental para absorber los cambios y transformaciones que se experimenta en el área educativa. La tarea del profesor es tan compleja que exige el dominio de unas estrategias pedagógicas que faciliten su actuación didáctica. Por eso, el proceso de aprender a enseñar es necesario para comprender mejor la enseñanza y para disfrutar de ella.

Por lo tanto, la capacitación para el docente, es una parte muy importante dentro de la educación ya que se presentan retos para el profesor día a día y es de suma importancia que este cuenta con las herramientas necesarias para poder darles solución, el profesor tiene la responsabilidad de formar a los alumnos en todos sus aspectos y si este no cuenta con los saberes necesarios no podrá transmitirles conocimientos a los educandos es por ello que el profesor debe de conocer perfectamente los contenidos de enseñanza para saber lo que se enseña y saberlo enseñar ya que si no se usan las estrategias indicadas con los alumnos se puede perder el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Sin embargo, es una realidad que muchas instituciones educativas de nuestro país, cuentan con una capacitación acorde a los cambios tecnológicos educativos para poder transmitir un proceso de enseñanza aprendizaje adecuado. Lo que hace primordial hacer una reflexión sobre el proceso de capacitación es estas instituciones, para determinar que éste debe ser fundamental en la teoría y la práctica, con una visión donde lo que importa es la actualización del docente y su formación permanente en congruencia con los contextos socioculturales de la actualidad.

Así mismo, el modelo didáctico alternativo que se presenta es válido, ya que este posee una serie de pasos secuenciales donde su objetivo es el fortalecimiento de las habilidades matemáticas básicas, lo que redundara en buenos resultados no solo en esta área sino en las demás y permitirá que las matemáticas ganen un espacio imprescindible

y donde se parte de los intereses y gustos propios de los estudiantes lo cual generara una mayor motivación y apropiación de conocimientos significativos, además de convertir al estudiante en agente activo y constructor de su proceso de enseñanza aprendizaje, mediante el desarrollo de un proceso de exploración e investigación de su entorno. Con cada uno de los pasos diseñados se busca que el estudiante se motive y al mismo tiempo fortalezca su proceso matemático, así mismo pretende entregarle al docente herramientas didácticas para cultivar éstos procesos.

El modelo didáctico alternativo está orientado y desarrollado desde un currículo flexible donde el educando y educador están llamados a significar en la búsqueda de soluciones que se les presentan a diario dentro y fuera de la Institución Educativa ya que este se puede adaptar según el medio y las necesidades que se presenten a través del transcurrir del tiempo.

Se busca mostrar en este modelo didáctico alternativo, por medio del cual los educandos vean las matemáticas de una manera creativa y amena, fortaleciendo en ellos el desarrollo de habilidades de pensamiento, teniendo en cuenta sus realidad, contexto, gustos e intereses, que le permitan ser hacedores de conocimientos significativos y protagonistas de sus procesos de enseñanza aprendizaje, lo que llevara como consecuencia directa mejores resultados en todas las áreas del conocimiento.

Además, se considera que este modelo didáctico alternativo realiza un aporte al campo del proceso de enseñanza de las matemáticas y en especial en la resolución de problemas aritméticos en la que el estudiante se vea implicado de forma más activa proponiendo actividades que sean de su interés y le motiven, dejando de lado la rutina y la manera academicista que se utilizan en las aulas aún hoy en día. Apuntando a alcanzar los objetivos presentados en las políticas nacionales de educación para esta área. Además, permite siempre dar respuesta a los objetivos y contenidos de forma que el estudiante participe activamente en la generación de su propio conocimiento el cual debe ser significativo y aplicable a su realidad.

Así mismo, todos los pasos propuestos dentro de este modelo, no son el fruto de unas horas teorizando sobre lo que se debería hacer, sí lo son, de 12 años de la experiencia adquirida en actividades y trabajos realizados con estudiantes de básica primaria, con resultados contrastados que pueden ser de gran ayuda para otros docentes.

De igual forma, esta propuesta no se restringe a un grupo único de estudiantes, sino a cualquier grupo de estudiantes de este nivel educativo, de las instituciones educativas nacionales, ya que su contenido es llamativo y motivador, el cual apunta a los intereses y gustos propios de los estudiantes.

Por lo anteriormente expuesto, se puede citar que, la novedad del aporte teórico se especifica también en su grado de concreción en la práctica interventiva. De ella se deduce que el modelo didáctico es una herramienta que permite la elaboración de estrategias, concepciones, metodologías, entre otras, que permitan dirigir el proceso matemático desde nuevas posiciones didáctico-metodológicas.

De esta forma se revela la pertinencia práctica, operatividad y factibilidad del nuevo conocimiento construido en las condiciones del proceso de enseñanza aprendizaje, que permite dar a los estudiantes la importancia que ellos deben tener en su proceso de enseñanza aprendizaje, partiendo de la activación de sus conocimientos previos, permitiendo la fijación de metas de aprendizaje individuales, respetando sus diferentes ritmos de aprendizaje o necesidades especiales, haciéndolos protagonistas en la escogencia y desarrollo de cada una de las actividades, aportando al mejor manejo del tiempo y por ende a elevar su autonomía y responsabilidad, maximizando el trabajo en el aula de clase, plasmando actividades para la casa en las cuales los padres de familia con cualquier nivel de escolaridad pueden participar y apoyar a sus niños y finalmente fortaleciendo no solo sus habilidades básicas matemáticas, sino también su espíritu explorador e investigador, mediante la relación de los conocimientos significativos adquiridos con la realidad del contexto en el cual viven.

Con ello, se contribuye además a dar respuesta a un objetivo nacional, municipal e institucional que es hacer de Colombia la más educada, de Chía el municipio más

educado del país y de las instituciones educativas las mejores en pruebas externas dentro de las instituciones educativas oficiales del país. Ya que, si se mejoran los procesos y habilidades matemáticas en los estudiantes de básica primaria esto afectara de manera positiva sus resultados académicos y por ende su desempeño e todas las áreas del conocimiento, además elevara los resultados en pruebas Saber de grado tercero y quinto y finalmente el Índice Sintético de Calidad, indicador con el cual el ministerio de educación nacional mide la calidad de cada una de las instituciones educativas del país.

Es por lo anterior, que la presente investigación pretende lograr un mejoramiento y una transformación en los procesos didácticos en los docentes y de aprendizaje en la resolución de problemas en los estudiantes que en un mediano plazo los conduzca a obtener mejores resultados académicos y sobre todo, les permita enfrentarse en forma exitosa a situaciones problemáticas de la vida real, cuando el ejercicio de su profesión así se lo exija.

En razón a lo anterior, el impacto que se desea alcanzar con el desarrollo de esta importante investigación, es lograr superar las dificultades presentadas por los niños de la básica primaria en el área de las matemáticas y en especial en la resolución de problemas aritméticos, mediante el diseño y aplicación de un modelo didáctico alternativo.

CAPÍTULO VII. PROPUESTA

El presente capítulo se constituye en uno de los más importantes de esta tesis doctoral, ya que es en el cual se presenta la propuesta diseñada, con la cual se pretende dar solución a la problemática planteada y estudiada en todo el desarrollo de este proceso investigativo.

Es por esto, que a continuación se hace una descripción detallada del paso a paso llevado a cabo para el diseño del modelo didáctico para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria.

7.1 Denominación de la propuesta

En la presente propuesta se describe el diseño e implementación de un modelo didáctico alternativo, para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, el cual se denomina “MODELO INVESTIGACION Y RESOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS” (MIRPROAR).

7.2 Descripción de la propuesta

Con el desarrollo de este proyecto se propone un modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, el cual, por medio de una serie de cuatro etapas y diez pasos consecutivos y secuenciales presenta una nueva alternativa, tanto a los docentes como a los estudiantes de llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje de este tipo de situaciones matemáticas, de una forma diferente e interesante.

Las estrategias y actividades planteadas, en el diseño de cada una de estas etapas y pasos de este modelo didáctico alternativo, se diferencian de las acciones trazadas en los modelos didácticos tradicionales, en que estos son intencionales y conscientemente realizadas, en las cuales el estudiante realiza investigación dentro y fuera del aula. Es decir, están encaminadas por una idea clara de lo que gestionan, de la manera cómo

van a posibilitar en el educando las bases significativas y validas de la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria. Cada uno de los pasos contempla, por tanto, un esquema coherente con los objetivos de las instituciones educativas en las cuales se va a implementar y conllevan unos mecanismos de evaluación de su eficacia, eficiencia y calidad frente al propósito global de transformar mentalidad apática y desinteresada de muchos de los educandos y docentes hacia el área de las matemáticas. Pero, sin duda esta propuesta no dará el resultado esperado en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, más específicamente en el campo de la resolución de problemas aritméticos, si no existe un docente comprometido que realice una función de orientación y acompañamiento entre los objetivos propuestos y sus estudiantes, en donde exista reciprocidad, seguimiento a los avances del educando, y lo principal que haya retroalimentación. Como lo cita Vygotsky en su obra “La construcción histórica de la psique. Desarrollo del niño y su lenguaje”: “En el aprendizaje, el educador hace la mayor parte del trabajo preparando la forma de entregar el conocimiento, pero después, comparte la responsabilidad con el alumno”.

Es así, que conforme el estudiante se vuelve más ágil en la adquisición de los saberes, el profesor va retirando la plataforma sobre la cual ha construido las bases de tales saberes. Lo importante es asegurarse para que el andamiaje mantenga al educando atento, y se observará que se modifica en tanto que este desarrolla sus capacidades. Se incita al estudiante a que aprenda dentro de los límites de su desarrollo, respetando su ritmo de aprendizaje y teniendo en cuenta sus gustos e intereses, además de la realidad de su contexto, es entonces cuando desde todas las actividades diseñadas, el docente debe ir enamorando a sus estudiantes con herramientas, actividades, métodos, formas y medios, del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, con el fin de transformar el paradigma de esta área es una de las más complicadas y aburridas de la escolaridad, haciéndolos competentes en la resolución de problemas aritméticos, mirando, diagnosticando, paso a paso en medio del proceso las posibles dificultades para así mismo acudir a ayuda especializada si es necesario o él mismo atender desde

su quehacer los diferentes casos con sus dificultades para ir las solucionando y permitiendo así que cada uno de sus estudiantes vaya por el camino del mejoramiento a través del modelo didáctico alternativo presentado, hasta conseguir el fruto: estudiantes competentes en las habilidades básicas del pensamiento, como lo son la argumentativa, propositiva e interpretativa, necesarias para la resolución de problemas aritméticos y en general para la solución de cualquier tipo de problema, además estudiantes con una nueva mirada hacia el área de las matemáticas.

Desde este camino, se visualiza y se deja claro el rol tanto del docente como del estudiante en el desarrollo de cada una de las etapas y pasos que componen el presente modelo didáctico alternativo y en la reciprocidad en el diálogo entre maestro y su grupo de alumnos, durante el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Al principio, el educador modela las actividades; después, él y los estudiantes se turnan el lugar de este. Los estudiantes aprenden a formular preguntas e hipótesis en clase, se va fijando un interés o motivación significativa; la secuencia educativa podría consistir en el modelamiento del maestro de las estrategias para plantear preguntas, para construir y deconstruir textos. Así se comprueba el punto de vista de las doctrinas de Vygotsky, (1978) “la enseñanza recíproca consiste en los intercambios sociales y el andamiaje, mientras los estudiantes adquieren las habilidades” (p. 175).

De igual forma, el modelo posibilita la realización de todo tipo de actividades, tanto individuales como grupales. Cuando se logra un trabajo grupal o colaborativo es posible utilizar en forma pedagógica las interacciones sociales compartidas. Diversas investigaciones muestran que los grupos cooperativos son más eficaces cuando cada estudiante tiene asignadas sus responsabilidades y todos deben hacerse competentes antes de que cualquiera puede avanzar.

Es necesario, hacer ver a la comunidad educativa y en especial a los estudiantes que el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas no debe constituirse en un obstáculo en el proceso académico del estudiante, por lo contrario, se puede transformar en un escenario de interacción desde el contexto educativo, familiar y

social; brindando al educando mejores herramientas y de manera significativa para el desarrollo de las habilidades matemáticas: propositiva, argumentativa e interpretativa; integradas en situaciones reales.

Esto teniendo en cuenta que, el desarrollo de habilidades matemáticas en los primeros años escolares (incluyendo el pre-escolar) es fundamental para el desarrollo y la integración del niño al mundo educativo, de ahí la importancia de motivarle en éste proceso.

Por todo lo anterior, se propone un modelo didáctico alternativo, el cual es producto de los resultados del trabajo de investigación desarrollado, el cual busca ayudar por medio de una serie de pasos secuenciales, a la transformación del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en específico la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria.

Además, se busca transformar el concepto que se tiene actualmente del área de las matemáticas, sin hacerla ver como una tarea aburrida y difícil, sino promover la creación de conocimientos por medio de ella, plasmando información que les permitan analizar, sintetizar, comprender, crear, juzgar y valorar, además de que puedan construir nueva información y compartirla.

La propuesta que se presenta es válida, pues los docentes y estudiantes tendrán la oportunidad de potencializar el proceso matemático de resolución de problemas aritméticos, el cual redundara en buenos resultados no solo en esta área sino en las demás y permitirá que esta área gane un espacio imprescindible y donde se parte de los intereses, realidad de sus contextos y gustos propios de los estudiantes lo cual generara una mayor motivación y apropiación de conocimientos significativos.

Con el desarrollo de cada uno de los pasos del modelo didáctico alternativo tanto el docente como los estudiantes podrán imaginar y construir un mundo mágico e incluso del contexto real, donde la resolución de problemas aritméticos se constituya en un elemento principal para fortalecer el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas de los estudiantes.

El modelo didáctico alternativo, es presentado a través de una serie de pasos secuenciales explícitos, donde se encuentra la función que se debe desempeñar desde los dos roles involucrados, (docente, estudiantes), con el fin motivar, al tiempo que se fortalezca su proceso matemático, así mismo, busca entregarle al profesor herramientas didácticas para cultivar éstos procesos.

De igual forma, el modelo didáctico alternativo está orientado y desarrollado desde un currículo flexible donde el estudiante y el docente están llamados a significar en la búsqueda de soluciones que se les presentan a diario dentro y fuera de la Institución Educativa ya que este se puede adaptar según el medio y las necesidades que se presenten a través del transcurrir del tiempo. Se busca mostrar en cada uno de estos pasos estrategias, metodologías y herramientas por medio de las cuales los educandos vean el proceso matemático de una manera creativa y amena, fortaleciendo en ellos el desarrollo de habilidades básicas, teniendo en cuenta sus realidad, contexto, gustos e intereses, que le permitan ser hacedores de conocimientos significativos y protagonistas de sus proceso de enseñanza aprendizaje, lo que llevara como consecuencia directa mejores resultados en todas las áreas del conocimiento.

7.3 Fundamentación de la propuesta

Como ya se ha explicado ampliamente durante el desarrollo de este trabajo de investigación, la resolución de problemas matemáticos en un aspecto que debe trabajarse de manera permanente en el aula. Desde el inicio de la educación y lamentablemente aún, en muchas escuelas, el enfoque con el que se aborda dicho aspecto es meramente tradicional conductista, donde el docente cumple la función de transmisor de conocimientos y la de los estudiantes meros receptores pasivos, lo que lleva a la formación de estudiantes capaces de memorizar fórmulas y algoritmos, pero con poca o nula pericia para emplear esto para resolver situaciones o problemas cercanos a la realidad de su contexto.

Además, una de las mayores dificultades con las que se encuentra un estudiante de educación primaria, cuando inicia el proceso de resolución de problemas aritméticos, es el aprendizaje del método a utilizar. Se presupone que el estudiante ya conoce las operaciones básicas, las cuales son la suma, la resta, la multiplicación y la división. Actualmente, lo normal en las aulas de clase por parte del estudiante es preguntar, después de leer el enunciado del problema, si es de sumar, o de restar, solo le dan importancia al encontrar cual es la operación matemática con la cual dar una respuesta numérica al problema. Es decir, existe una tendencia a la memorización o sistematización como una salida rápida más que a un análisis y la posterior evaluación de las alternativas disponibles para utilizar en la solución del problema, es decir, sin propiciar el desarrollo de ninguna habilidad de pensamiento.

Es, por lo tanto, que la resolución de problemas matemáticos ha llegado a ser uno de los temas más relevantes e importantes en la educación y en una vida diaria, el cual exige que las personas se adapten permanentemente a variadas situaciones, respondiendo de forma estratégica, y con cierto grado de pertinencia a la situación planteada. Aunque en general, se considera que la capacidad para resolver problemas es un tema más bien matemático, hay plena conciencia entre los docentes que estas habilidades permiten a los estudiantes una formación integral que los capacita para enfrentar situaciones de diversa índole. Existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema. La mayor parte de las veces se piensa que es equivalente a resolver ejercicios ya discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos y explicaciones entregadas en el aula; sin embargo, implica un tipo de actividad mental de mayor exigencia.

Siendo conscientes de esta realidad en el contexto educativo actual, los investigadores, docentes y académicos se cuestionan los resultados de las pruebas y surgen nuevas ideas o paradigmas que pretenden dar una nueva imagen a esta disciplina mediante una educación matemática que mucho dista de la enseñanza de las mismas y nuevas estrategias metodológicas que permitan una formación integral de las personas. Por lo

cual, y con el fin de superar las debilidades encontradas en el análisis de datos de esta tesis de grado doctoral y de potencializar las fortalezas igualmente encontradas, además de buscar el desarrollo de las habilidades matemáticas, se plantea el presente modelo didáctico alternativo, como solución transformadora de esta realidad.

Es así, que, por medio de este modelo didáctico alternativo, se pretende, entre otras cosas, que los estudiantes piensen, comenten, discutan con interés y aprendan a formular argumentos, emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a aprovechar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas. Además, de fomentar la autonomía y aumentar la confianza del estudiante en sí mismo y en sus capacidades. Se logra que los estudiantes construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado, creando un ambiente de trabajo que brinda a los estudiantes la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, en especial aquellos que se relacionan directamente con su realidad.

Aquí, es necesario señalar que las equivocaciones y debilidades de los estudiantes deben ser tomadas como una oportunidad de aprendizaje para ellos y también para el docente, en la medida en que estos se analicen, discutan y se tomen como base para orientar estrategias de aprendizaje.

Es así, que el éxito de las clases depende en gran parte de la participación que se logre por parte de los estudiantes. Sin embargo, ellos están sometidos a una presión intensa, de modo que su objetivo final no es de aprender sino el de aprobar. Pero, para que los contenidos sean transmitidos con eficacia, se necesita de un ambiente y situaciones educativas propicias, así como ser dirigidas a unos estudiantes emocionalmente serenos y que estén convenientemente motivados.

Así mismo, también es importante citar que la creatividad es un aspecto inherente al desarrollo de las habilidades básicas. La creatividad implica trascender la realidad, el presente, lo observable, por medio del intelecto y de la fantasía y del ingenio. Esto es lo que permite concebir los futuros deseados y no sólo futuros probables.

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, el presente modelo didáctico alternativo tiene como base los derechos básicos de aprendizaje y los estándares básicos de competencias del área de matemáticas desarrollados por el ministerio de educación nacional, contiene dentro la descripción de su aporte teórico, además de una serie de pasos secuenciales explícitos que describen los roles tanto de los estudiantes como de los docentes a la hora de llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, teniendo en cuenta que esta investigación se llevó a cabo en este nivel académico.

Ante esto, la propuesta actual, ha transitado hacia la formación de estudiantes autónomos, capaces de explorar distintas vías de resolución, de formular argumentos, al tiempo que construyen conocimientos con sentido y significado. Por ello, el papel del docente también se ha modificado, por lo que debe asumir el rol de asesor y facilitador, planteando problemas significativos a los estudiantes animándolos a resolverlos con recursos propios y contextualizados.

7.4 Objetivos de la propuesta

7.4.1 Objetivo general

Fortalecer las habilidades básicas que se desarrollan en el proceso de enseñanza aprendizaje con relación al proceso de resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de la básica primaria, a través de una serie de pasos secuenciales y explícitos que animen tanto a docentes como a estudiantes a transformar su visión del área de las matemáticas y permitan romper la rutina abriendo espacios para que los educandos participen en el proceso educativo de forma activa.

7.4.2 Objetivos específicos

- Brindar una herramienta didáctica en el área de las matemáticas que permita el fortalecimiento del proceso de resolución de problemas aritméticos como habilidad básica que favorece el proceso de aprendizaje en los estudiantes de la básica primaria.
- Incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo en los estudiantes, aumentando su habilidad para resolver problemas en el área de las matemáticas.
- Describir el rol de los estudiantes y los docentes dentro del modelo didáctico alternativo, que permita desarrollar de forma práctica y significativa el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria.

7.5 Beneficiarios

En primera instancia, los beneficiarios directos del modelo didáctico alternativo, producto de este trabajo de grado, serán los estudiantes de básica primaria de las instituciones educativas “Santa María del Río” y “San Josémaría Escrivá de Balaguer”, en los cuales se busca superar las dificultades presentadas en el área de las matemáticas y en especial en la resolución de problemas aritméticos. Y en segunda instancia, se pretende que este modelo y sus resultados, sean conocidos en todas las instituciones oficiales y privadas del municipio de Chía, Cundinamarca, en el foro municipal con el fin de obtener apoyo por parte de la secretaria de educación y con el de motivar a los demás docentes a utilizar este modelo como herramienta didáctica en sus aulas de clase. Como se mencionó anteriormente, el autor buscara el patrocinio y apoyo de la secretaria de educación municipal para dar a conocer este proyecto, pero en relación a

un patrocinio económico, todos los gastos de la presente investigación serán subsanados por el docente investigador.

Además, se cuenta con la aprobación y supervisión de los directivos docentes de las dos instituciones educativas en las cuales se aplicará el modelo didáctico alternativo, quienes tendrán la tarea de llevar a cabo el seguimiento de cada una de las fases de su ejecución y la evaluación del mismo.

7.6 Productos

En este apartado se presentan los resultados obtenidos en el grupo experimental, en el cual se implementó el modelo didáctico fruto de este trabajo de tesis doctoral, en contraste con los obtenidos por los estudiantes que conforman el grupo control, en el cual se trabajaron los mismos contenidos temáticos aplicando la metodología tradicional. Para esto, se aplicó en el grupo experimental un postest y se analizaron los resultados académicos de los dos grupos.

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los estudiantes sean competentes en la resolución de problemas. Diferentes motivos avalan esta afirmación. Carrillo (1998) los sintetiza en diez aspectos, de entre los cuales cabe destacar, por un lado, la utilidad de la enseñanza de la resolución de problemas para la vida cotidiana de los alumnos y, por otro lado, el incremento en la significatividad del aprendizaje de contenidos matemáticos (tanto de tipo conceptual, como de procedimental y como de tipo actitudinal). Conseguir este objetivo no es una tarea fácil, dado que resolver un problema es un proceso complejo y difícil en el cual intervienen un gran número de variables.

De este modo, este trabajo de tesis doctoral centra sus esfuerzos en diseñar e implementar un modelo didáctico alternativo llamado MIRPROAR que amplíe y mejore el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes de la básica

primaria en general y más específicamente en lo concerniente a la resolución de problemas aritméticos.

El modelo MIRPROAR se aplicó en la institución educativa oficial “Santa María del Río”, denominado grupo experimental, con los estudiantes de los grados terceros, cuartos y quintos de la básica primaria.

El post test se aplica en la asignatura de matemáticas, al momento de la aplicación se realiza una observación minuciosa sobre las actitudes y reacciones de los participantes frente a las preguntas del taller, evidenciando que los estudiantes expresan mayor seguridad y motivación.

Para la prueba final se utilizó un cuestionario similar a la empleada durante el pre test, el cual está diseñado con cinco problemas de situaciones reales que de acuerdo a Blanco (1993, p.12) “se trata de plantear actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos”, es decir son problemas que los estudiantes relacionan con sus vivencias y que pueden interpretar fácilmente. Se seleccionaron problemas con estas características pues tenían un lenguaje fácil de comprender, estaban al alcance de los conocimientos de los estudiantes y despertaban la motivación por las situaciones planteadas, ya que les permitían relacionarlos con sus saberes previos.

Es de aclarar, que en el pre-test se utilizaron preguntas propositivas, teniendo en cuenta, que los estudiantes de ambos grupos (control y experimental) estaban enseñados con la metodología tradicional, en la cual, se les planteaba un problema con una única opción de respuesta. Por lo contrario, en el pos test se les presentan a los estudiantes preguntas argumentativas, teniendo en cuenta la metodología de resolución de problemas planteada en el modelo MIRPROAR, en la cual, los problemas presentados son del contexto propio de los estudiantes y después de llevar a cabo una consulta de campo, cada estudiante puede tener resultados diferentes.

Es así como, los resultados obtenidos en referencia al nivel de desarrollo de competencias matemáticas después de realizar la implementación del modelo

MIRPROAR son muy positivos. Se ha llevado a cabo una comparación de resultados aplicando un post test y por medio de la observación directa del investigador, por medio de las cuales fue posible vislumbrar un incremento estadísticamente significativo respecto al nivel de aprendizaje inicial.

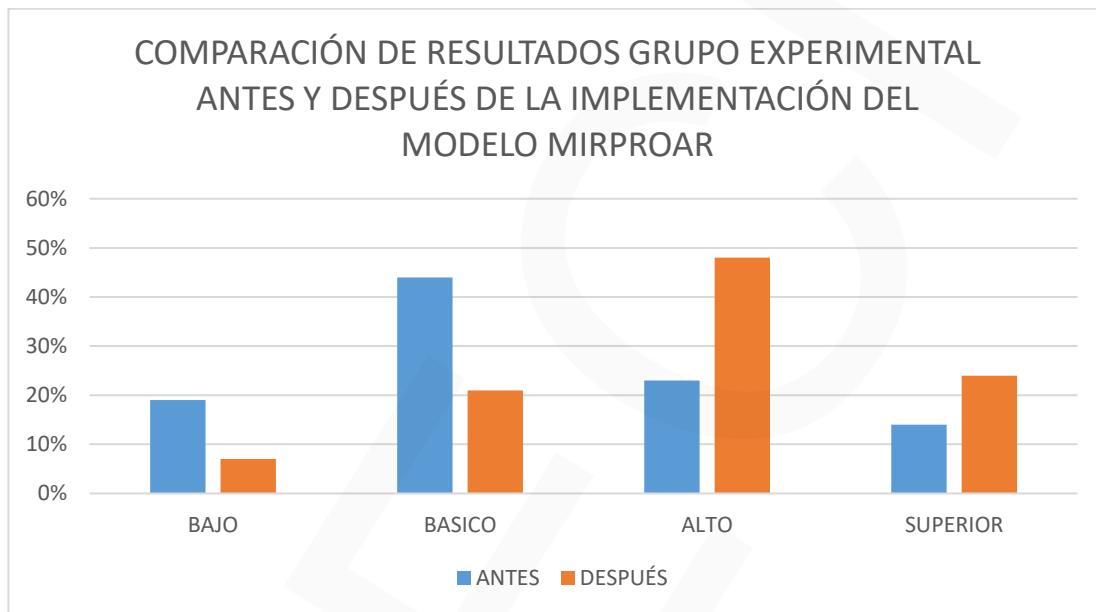
Después de la aplicación del modelo didáctico alternativo MIRPROAR y del postest, fue posible observar que el 85% de los estudiantes obtuvieron una mejora en su proceso de enseñanza aprendizaje. En el cual se destaca un incremento de un 73% de estudiantes que resolvieron bien la prueba, en comparación con la prueba inicial.

Así mismo, los estudiantes lograron establecer conjeturas a partir de la lectura directa de información, además de resolver y formular problemas sencillos.

De igual forma, después de la implementación del modelo MIRPROAR, los estudiantes manifestaron haber tenido un aprendizaje diferente a lo habitual, a trabajar cooperativamente y aprendieron nuevos conocimientos. Por otro lado, en cuanto a los resultados de la prueba final, se pudo notar que se incrementó la aprobación de la prueba y por ende aumenta su nivel mínimo de desempeño de las competencias, lo que demuestra un cambio positivo en lo que respecta al desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas aritméticos, como lo son el análisis, la interpretación y argumentación, al igual que en la selección del algoritmo apropiado para cada ejercicio. Lo anterior expuesto, se complementa con lo que plantea Niss, M. (1999) poseer competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo.

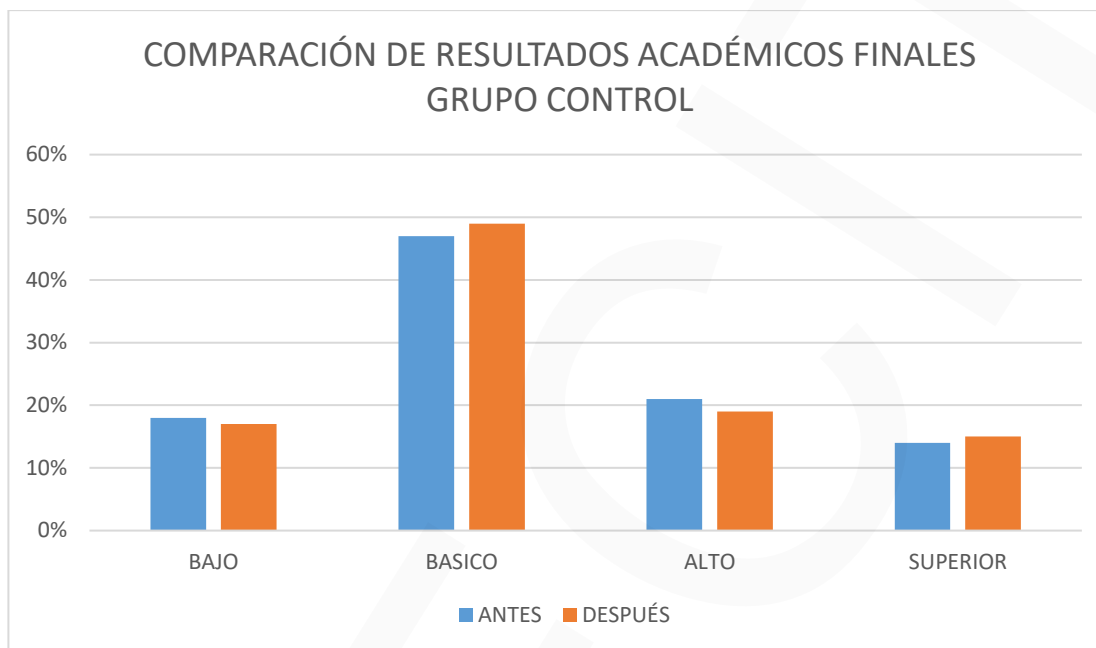
En cuanto, a lo referente con la comparación del grupo experimental con el grupo control, se tuvieron en cuenta los resultados académicos de los estudiantes antes y después de la implementación del modelo MIRPROAR. En las dos instituciones el sistema de evaluación utiliza una escala valorativa de bajo, básico, alto y superior. Los resultados obtenidos por los estudiantes de las dos instituciones antes y después de la

implementación del modelo MIRPROAR, se pueden analizar en los siguientes gráficos.



Fuente: elaboración propia 2020

Figura 32: Comparación de resultados académicos finales grupo experimental



Fuente: elaboración propia 2020

Figura 33: Comparación de resultados académicos finales grupo control

En los gráficos anteriores se puede comparar de forma explícita los resultados académicos alcanzados por los estudiantes de los grupos experimental y control en el área de matemáticas. En el grupo experimental se implementó el modelo didáctico alternativo MIRPROAR, mientras que el grupo control trabajó con el modelo de enseñanza tradicional.

En el gráfico se presentan los resultados teniendo en cuenta la escala valorativa del sistema de evaluación institucional, el cual se divide en 4 niveles, bajo (estudiantes que no alcanzan superar los logros propuestos en el área para el periodo académico), básico (estudiantes que logran superar dichos logros con diversas dificultades), alto (estudiantes que logran superar dichos logros con pocas dificultades) y superior (aquellos estudiantes que o presentan dificultades en la superación de los logros académicos).

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, podemos ver que en el grupo control no se observan cambios significativos, ya que los porcentajes en cada uno de los niveles

se mantiene, por lo que se puede argumentar que cuando se mantiene una misma metodología de trabajo, los resultados a esperar no cambian, lo que ratifica la importancia de diseñar e implementar nuevas estrategias didácticas y metodológicas en el aula de clase.

Por otro lado, al analizar el gráfico del grupo experimental se evidencian cambios significativos, ya que antes de la implementación del modelo MIRPROAR, la mayoría de los estudiantes se ubicaban en los niveles bajo y básico, y después de dicha implementación la mayoría de los estudiantes se encuentran en los niveles alto y superior.

Es así que, estos resultados permiten afirmar que las características del modelo MIRPROAR inciden positivamente en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Por lo que se concluye que hubo un progreso que, aunque no fue total si fue muy significativo porque se logró despertar el interés y la motivación en la realización de problemas que involucren las operaciones básicas, donde el estudiante entiende la importancia de leer repetidamente el enunciado, interpretar los datos, aplicar el algoritmo adecuado y llegar a la solución o soluciones correctas del problema, además pensar en la aplicación que puede tener en su vida cotidiana.

7.7 Localización

El modelo didáctico alternativo, se aplicará en dos instituciones públicas oficiales del municipio de Chía, Cundinamarca, Colombia, “Santa María del Río” y “San Josémaría Escrivá de Balaguer”. Dichas instituciones cuentan con la prestación del servicio de los niveles de preescolar básica y media de educación formal, en la jornada de la mañana. La primera de estas se encuentra ubicada en una de las veredas del municipio llamada “La Balsa” y la segunda en el casco urbano. Atienden población especialmente de estratos socioeconómicos 1 y 2. En el capítulo III, en el apartado de población y muestra se encuentran descritas estas dos instituciones de forma más explícita.

De igual forma, el municipio de Chía, hace parte de la provincia Sabana Centro, uno de los principales nodos de desarrollo que concentra el 1,2% de la producción del país y el 0,97% de la población nacional. Por su ubicación geográfica, Chía se encuentra en el borde urbano de Bogotá, territorio desde el cual se han establecido relaciones sociales, culturales, políticas, económicas y ecológicas que se evidencian en el intercambio de materias primas, alimentos, bienes y servicios, así como el movimiento de población a diario. La cercanía de Chía representa para Bogotá y la región un gran poder de atracción por sus indicadores de condiciones de vida y sus proyecciones como centro residencial y de servicios en la Sabana. Es así como el municipio en la relación con sus vecinos se ha convertido en un territorio con importantes retos en materia de hábitat (no solamente vivienda), desarrollo económico y sostenibilidad ambiental. En ese contexto, el desarrollo de infraestructura vial y de su sistema de movilidad regional/nacional; la garantía de la sostenibilidad territorial a partir de la estructura ecológica principal; la generación y dinamización económica; así como la consolidación de un municipio articulado territorial y funcionalmente, a través de un sistema de espacio público de calidad que soporte sus distintas actividades y usos; se constituyen en un reto de las autoridades gubernamentales en el corto, mediano y largo plazo. Esta visión trasciende el escenario municipal y remite a la discusión sobre el papel de Chía en el ámbito regional y nacional. se encuentra ubicado en el departamento de Cundinamarca, república de Colombia, en la zona sabana centro, a escasos kilómetros de la capital del departamento y del país, la ciudad de Bogotá.

Su Cabecera Urbana está localizada a los 4° 52' Latitud Norte y 74° 04' Longitud Oeste, altura sobre el nivel medio del mar de 2.550 metros. Limita por el Norte con Cajicá, según la Ordenanza 36 de 1954, por el Oriente con Sopo, según la Ordenanza 36 de 1954, por el Sur con el Distrito Capital Bogotá según la Ordenanza 36 de 1954 y con el municipio de Cota según Ordenanza 15 de 1941, por el Occidente con Tenjo y Tabio según la Ordenanza 36 de 1954. Limita por el Norte con Cajicá, por el Oriente

con Sopo, por el Sur con el Distrito Capital Bogotá y con el municipio de Cota, por el Occidente con Tenjo y Tabio.

Chía está dividida administrativamente en nueve veredas una de ellas “La Balsa”, donde se encuentra la institución educativa “Santa María del Río, más el área urbana, zona en la cual se encuentra la institución “San Josémaría Escrivá de Balaguer”. En las siguientes imágenes se encuentra la ubicación espacial del municipio y de las instituciones educativas en las cuales se aplicará el presente modelo didáctico alternativo. En la figura 32, se muestra el mapa de la república de Colombia, con la ubicación del departamento de Cundinamarca. En la figura 33, el mapa del departamento de Cundinamarca con la ubicación del municipio de Chía y en la figura 34, el mapa del municipio de Chía con la ubicación de las dos instituciones educativas seleccionadas para la aplicación del modelo didáctico alternativo presentado en esta tesis doctoral.



Figura 34. Mapa de Colombia con la ubicación del departamento de Cundinamarca.



Figura 35. Mapa de Cundinamarca con la ubicación del municipio de Chía.

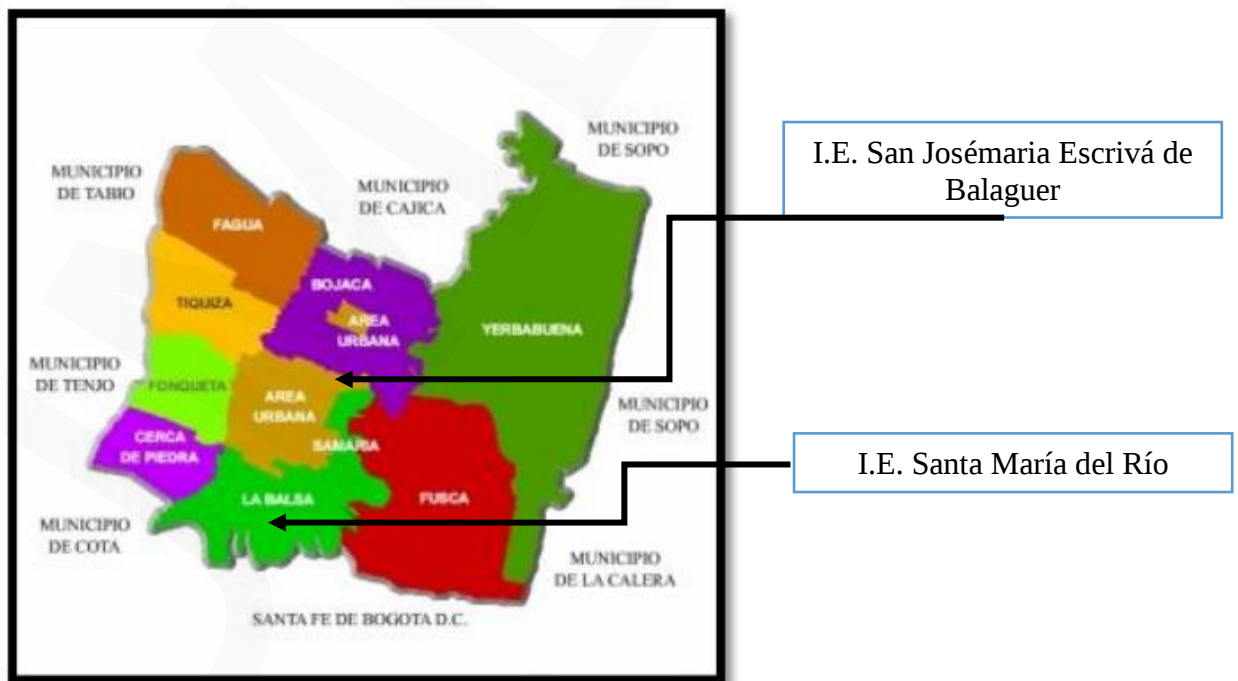


Figura 36. Mapa del municipio de Chía con la ubicación de las dos instituciones educativas seleccionadas

7.8 Método

El modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos el cual se denomina “MODELO INVESTIGACION Y RESOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS” (MIRPROAR), contemplado para los grados de escolaridad de básica primaria, posee una estructura organizada por etapas de desarrollo, las cuales, a su vez, están compuestas por pasos. El implementar el modelo implica tener presente acciones específicas que permiten el desarrollo de habilidades asociadas a cada paso y por ende a cada etapa.

Teniendo en cuenta que, el modelo MIRPROAR se despliega en un ámbito investigativo centrado, a la vez, en la evolución del conocimiento de los estudiantes como actor principal y la actuación del docente, cada uno define un rol particular que uno de los casos genera una actuación protagónica y en el otro un rol orientador y asesor del proceso.

La etapa I llamada “punto de inicio” del modelo comprende el Planteamiento y lectura del problema además del Planteamiento de Hipótesis, la cual conlleva a la acción de leer detalladamente el enunciado de la situación problema y seguidamente consolidar las dudas o posibles interpretaciones del mismo. Así mismo, se hace un primer acercamiento al problema con la finalidad de explicar los hechos conocidos y pronosticar posibles formas de resolver y soluciones a la situación. De esta forma, se desarrollan y se fortalecen habilidades tales como: Recordar, explorar, interpretar, comprender textos, conjeturar y producir texto.

Así mismo, la etapa 2 corresponde a la “recopilación y análisis de información”, con pasos subyacentes asociados a la búsqueda de información complementaria, análisis y comprensión de los datos del problema, en donde el estudiante debe investigar y

seleccionar la información pertinente relacionada con su entorno, es decir, el planteamiento del problema se da teniendo en cuenta el contexto del estudiante, con datos particulares los cuales el estudiante debe averiguar. Por otra parte, se hace una comprensión de conceptos básicos de razonamiento lógico matemático. Así, se posibilita el desarrollo y fortalecimiento de habilidades como, explorar, visualizar, clasificar, analizar, procesar y comprender.

Es esta etapa la familia juega un papel fundamental ya que en alguna medida proveerán de información a los estudiantes que permitirá la resolución de la situación problema. Seguidamente, en la etapa 3, denominada “estrategia de acción”, comprende uno de los momentos más importantes ya que se determinan tres pasos que son:

- Elaboración de un plan de resolución
- Selección de operación
- Resolución del problema

Así pues, partiendo de la información recolectada se genera un marco más amplio para el tratamiento del problema y permitir así una mayor comprensión de la situación. Seguidamente se aplican los conceptos recolectados y se selecciona el o los algoritmos que posibilite la solución del problema.

De igual forma, se orienta un plan de acción con una estructura que comprenda:

- Leo el enunciado
- Identifico datos
- Subrayo la pregunta
- Grafico
- Organizo los datos
- Realizo operaciones

Las habilidades que se potencian en esta etapa son: Representar, planear, argumentar, modelar, tomar decisiones y aplicar.

Finalmente, al afrontar la última etapa del modelo designada “punto de llegada”, se abordan tres pasos que corresponden a: comprobación del proceso, comparación de la situación y solución, culminando con el contraste de hipótesis. Esta etapa, refiere unas acciones encaminadas a la consideración de otras formas de resolución de la situación, indagando sobre las alternativas para el tratamiento de la situación que ayude a su resolución. De igual manera, se crea el espacio para comparar el problema con otros compañeros en pequeños y/o grandes grupos, ya resueltos y sean herramienta para la orientación de los procesos.

Efectuado lo anterior, se contrastan los conocimientos previos con el conocimiento adquirido con el fin de que sea significativo, llevándose a cabo el momento en que el estudiante determina si la hipótesis planteada en el abordaje del problema es verdadera o falsa, argumentando el por qué.

Así, en esta etapa se prioriza el fortalecimiento de habilidades como: Valorar, comprobar, relacionar, comparar, interiorizar, apropiar, reflexionar, contrastar y proponer.

La siguiente figura describe el modelo MIRPROAR, contemplando cada una de sus etapas y sus correspondientes pasos:



Figura 37. Descripción del modelo MIRPROAR

Teniendo en cuenta que, cada etapa plantea un accionar de acuerdo al proceso, se describen roles específicos para estudiantes y docente, así como se menciona en anteriores apartados.

Por otro lado, para su implementación como se describe en el apartado de cronograma fue necesario llevar a cabo una serie de pasos y reuniones. En primera instancia se llevó a cabo reunión con los rectores y docentes de las instituciones educativas intervenidas, además de otra reunión con los padres de familia y estudiantes de estas instituciones, con el fin de darles a conocer el proyecto de investigación y sus objetivos y así obtener de ellos los respectivos consentimientos para este fin.

En segunda instancia, se procedió a la aplicación de los instrumentos de recolección de datos tanto a los docentes como a los estudiantes. Ya con esta aplicación, se llevó a cabo el procesamiento y análisis de los datos obtenidos, concluyendo en la necesidad de diseñar e implementar un modelo didáctico alternativo que dé solución a la problemática detectada.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado el docente investigador realizó el trabajo de diseñar el modelo didáctico alternativo MIRPROAR, y con la ayuda de los docentes de cada una de las instituciones intervenidas se diseñó igualmente el cronograma de implementación de este modelo. En estas instituciones educativas el año escolar se divide en cuatro periodos académicos, cada uno de estos con un tiempo determinado de diez semanas, y la intensidad horaria semanal del área de matemáticas es de cinco horas.

Por lo cual, se definió implementar este modelo MIRPROAR el cuarto periodo académico del año 2019, comprendido entre los meses de septiembre a noviembre, con una intensidad horaria de tres horas semanales en casa curso intervenido. En la

institución Santa María del Río, que es en la cual labora el docente investigador, se realizó en la jornada de la mañana y en la institución educativa San Josémaría Escrivá de Balaguer en la jornada de la tarde.

Seguidamente, en la última semana del periodo académico se aplicó el pos test y se procedió al procesamiento y análisis de la información arrojada por este. Resultados que se muestran en el apartado de producto de este mismo capítulo.

Finalmente, de acuerdo con todo lo anteriormente descrito en el siguiente cuadro se desglosa el actuar de acuerdo a cada etapa del modelo MIRPROAR:

Cuadro 8. Etapas y pasos del modelo “MIRPROAR”

PASO	HABILIDAD QUE SE DESARROLLA	ACCIÓN	ROL ESTUDIANTE	ROL DOCENTE
I. PUNTO DE INICIO				
Planteamiento y lectura del problema	Comprender textos	Lectura detenida del enunciado y	Escribo los datos, las incógnitas y las	Planteamiento de situaciones de la vida
	Producir texto	consolidación de dudas o posibles interpretaciones del mismo.	condiciones previstas en los apartados del problema	cotidiana de los estudiantes
Planteamiento de Hipótesis	Recordar	Primer acercamiento al problema	Establezco las hipótesis precisas para	Orientar el planteamiento de hipótesis.
	Conjeturar	con la finalidad de explicar los hechos conocidos y pronosticar	la resolución del problema.	Verificar Redacción.
	Interpretar, explorar		Redacto un posible procedimiento para	
	Producir textos			

dar solución al
problema

II. RECOPIACION Y ANALISIS DE INFORMACION

Búsqueda de información complementaria	Explorar Visualizar Clasificar	Selección de información necesaria asociada al entorno del estudiante.	Indago datos de mi entorno Visualizo los conceptos matemáticos (selecciono la o las operaciones que me permitirán tratar la situación.	Plantea preguntas orientadoras que le permiten al estudiante recolectar la información necesaria.
Análisis de los datos del problema	Analizar Procesar Comprender	Comprensión de conceptos básicos de razonamiento lógico matemático	Adquiero información y elementos esenciales del problema	Orientación del proceso de recolección de información y de los conceptos lógico matemáticos inmersos en el planteamiento del problema

III. ESTRATEGIA DE ACCIÓN

Elaboración de un plan de resolución	Representar	Diseñar un plan de acción o estrategia, acudiendo a una representación gráfica y seleccionando el concepto matemático que permita la resolución del problema	Leo el enunciado	Acompaña el proceso.
	Planear			Desequilibra los modelos previos por medio de preguntas.
	Graficar		Identifico datos	Guía el uso de procedimientos.
Selección de operación	Argumentar			
	Modelar			
Resolución del problema	Tomar decisiones		Subrayo la pregunta	Brinda confianza
	Aplicar conceptos		Organizo los datos	Acude a material concreto
			Grafico	
			Realizo operaciones	

IV. PUNTO DE LLEGADA

Comprobación del proceso	Valorar	Considerar si existen otras formas	Realizo una revisión de los procesos para encontrar y hallar	Revisa y comprueba los procesos desarrollados por el estudiante.
	Comprobar			
	Relacionar			

		alternativas de resolución, enunciarlas.	aciertos y errores en la resolución.	
Comparación de la situación y solución	Comparar	Compararlo con otros problemas ya resueltos con anterioridad.	Recurso a situaciones personales basadas en la experiencia.	Propone situaciones similares cuya resolución se asemeja. Plantea situaciones de la vida cotidiana y resalta la importancia de las matemáticas
Contraste de hipótesis	Interiorizar Apropiación Reflexionar Contrastar Proponer	Se contrastan los conocimientos previos con el conocimiento adquirido con el fin de que sea significativo.	Determino si mi hipótesis es verdadera o falsa, argumentando por qué.	Orienta el planeamiento del contraste de la hipótesis.

Fuente: elaboración propia 2020.

7.9 Cronograma

La planificación y diseño de este modelo didáctico alternativo para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria, contempla la realización de nueve actividades, iniciando con la aplicación de los instrumentos de recolección de datos a la muestra seleccionada en cada una de las instituciones educativas trabajadas y finaliza con el análisis de resultados de la implementación del método. A continuación, se muestra cada una de las actividades realizadas con su respectivo tiempo.

Cuadro 9. Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEGUNDO SEMESTRE DE 2019					
	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
Reunión con directivos y docentes de las dos instituciones escolares seleccionadas.						
Reunión con padres de familia y estudiantes.						

Aplicación de instrumentos de recolección de datos a docentes y estudiantes.				
Análisis de resultados.				
Diseño y planteamiento del modelo didáctico alternativo.				
Implementación del modelo didáctico alternativo.				
Aplicación de pos test.				
Análisis y presentación de resultados finales.				

Fuente. Realización propia 2020

7.10 Recursos

A continuación, se relacionan cada uno de los deferentes recursos que fueron necesarios en el diseño e implementación de la presente propuesta.

- Recursos humanos: Docente investigador, asesor de tesis de grado, directivos, docentes, padres de familia y estudiantes de los grados tercero a quinto de las instituciones educativas Santa María del Río y San Josémaría Escrivá de Balaguer.
- Recursos materiales: Papelería y fotocopias, transporte.
- Recursos técnicos: Computador, servicio de internet, celular.
- Recursos financieros: Recursos propios, descritos en el siguiente punto de este trabajo.

7.11 Presupuesto

En el siguiente cuadro se presenta los diferentes recursos necesarios para llevar a cabo el diseño e implementación de la presente propuesta.

Cuadro 10. Recursos para el diseño e implementación de la propuesta.

TIPO	RECURSO	FUENTE	COSTO
Humano	Docente investigador, asesor de tesis de grado, directivos, docentes, padres de familia y estudiantes de los grados tercero a quinto de las instituciones educativas Santa María del Río y San Josémaría Escrivá de Balaguer.	Recursos propios. El presente trabajo de investigación no conto con patrocinadores,	\$0

Material	Papelería y fotocopias, transporte	ni ningún otro	\$528.000
Técnico	Computador, servicio de internet, celular	tipo de apoyo económico, todos los gastos requeridos fueron subsanados por el docente investigador.	\$3.580.000
TOTAL			\$4108000

Fuente: elaboración propia 2020.

BIBLIOGRAFIA**LIBROS**

- Ausubel-Novak-Hanesian (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas, Segunda edición 1983.
- Batista, E. (2008) *Lineamientos pedagógicos para la enseñanza y el aprendizaje*. Colombia: Universidad de Colombia, Medellín.
- Bloom, B., et al. *Taxonomía de los objetivos de la educación: la clasificación de las metas educacionales: manuales I y II*. Traducción de Marcelo Pérez Rivas; prólogo del Profesor Antonio F. Salomía. Buenos Aires: Centro Regional de Ayuda Técnica: Agencia para el Desarrollo Internacional (A.I.D). 1971.
- Briones (1996). *Metodología de la Investigación*. Extraído Julio 09, 2017, de la World Wide Web: <http://tecnologiasenlaead.blogspot.com/2011/04/lo-cuantitativo-y-lo-cualitativo-metodo.html>
- Calvo, M. (2008) *Enseñanza eficaz de la resolución de problemas matemáticos*. Educación matemática, 32, 123-138
- Carrillo, M. (2007). *Resolución de problemas realistas y uso del sentido común*. UNO Revista de didáctica de las matemáticas (46), 61-71.
- Castro, E. (2008). *Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (págs. 1-32). Badajoz: SEIEM.
- Contreras, L. (1998). *Resolución de problemas: un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Huelva: Tesis doctoral. Departamento de didáctica de las ciencias y filosofía. Universidad de Huelva.
- Contreras, L. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Huelva: Universidad de Huelva.

- Cook, T., y Reichardt, C. (1986). Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa. Madrid: Ediciones Morata.
- Córdova, M. (2001). Estrategias para generar desarrollo de capacidades. Cuzco: Editorial E&C Impresoras.
- Cortes M, Galindo P, (2007). El Modelo de Polya centrado en la resolución de problemas en la interpretación de la integral definida. Recuperado agosto del 2015 en <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1552/TM85.07%20C818m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cruz, G. (2009). ¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático de nuestros alumnos y alumnas? Módulo II Plan PIENSO. Ancash: IPAE Antamina EXE.
- D'Amore, B. (2006). Elementos de didáctica de la Matemática. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Díaz, E. (2005) Enfoques de aprendizaje y niveles de comprensión. Colombia: Universidad de Córdoba.
- Delgado, J. R. (1999). La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales matemáticas. Tesis Ph. D. ISPJAE. Ciudad Habana. Cuba.
- Delgado, J. R. (1999). La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales matemáticas. Tesis Ph. D. ISPJAE. Ciudad Habana. Cuba.
- Deulofeu, J., Figueiras, L., y Pujol, R. (2011). De lo previsible a lo inesperado en un contexto de resolución de problemas. UNO Revista de didáctica de las matemáticas, 84-96.
- Díaz Barriga, F. (1999). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: Editorial Mc Graw Gill. En resolución de problemas como trabajos prácticos.

XIX Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales. 13 al 15 septiembre de 2000.

Figueroa, E: Estrategias en la Resolución de. Educare. Volumen 10 (1) Barquisimeta, Venezuela, 2006. ISSN: 1316-6212.

Gascón, J. (1994). El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Rev. Educación Matemática, 6 (3), México.

García F. (2004). El cuestionario. Recomendaciones metodológicas para el diseño de un cuestionario. Editorial LIMUSA, S.A. México.

Gaulin, C. (2005). Tendencias Actuales en la enseñanza de las matemáticas a nivel internacional. Canadá: Universidad Laval de Canadá.

Ginsburg, H. y Oppen, S. (1976). Piaget y la teoría del desarrollo intelectual, Prentice Hall Internacional, Madrid, España. Didáctica de las Ciencias Experimentales. 13 al 15 septiembre de 2000. Madrid. Actas de los XIX Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Madrid, 402-410.

Hernández-Sampieri, R. (2010). Metodología de la investigación (5ª ed.). México: McGraw-Hill.

Hidalgo, B. (2000). Nuevas estrategias para facilitar el aprendizaje significativo. Lima: Editorial INADEP. historia de un proyecto de formación continua de docentes basado en la investigación en didáctica de las ciencias (Vol. 1, págs. 47-81). Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica.

Hurtado de Barrera, Jacqueline. (2012). Metodología de la investigación holística. Cuarta edición. Centro internacional de estudios avanzados Sypal y ediciones Quiron S.A.

Labarrere, A. (2006). Solución de problemas, construcción de objetos matemáticos y desarrollo del pensamiento del estudiante. RECHIE, 2, 44-60.

Labarrere, A. (2012). La solución de problemas, eje del pensamiento y las competencias de pensamiento científico de los estudiantes en matemática y

ciencias experimentales. En M. Quintanilla, Las competencias de pensamiento científico desde “las voces” del aula:

Llinares, S. (1989). Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos. Tesis doctoral, Universidad de Sevilla, Sevilla.

Madrid. Actas de los XIX Encuentros de Didáctica de las Ciencias

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998) Matemáticas lineamiento curriculares. Bogotá. Dirección general de investigación y desarrollo pedagógico. Grupo de Investigación pedagógica.

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Pozo, J., Del Puy, M., Domínguez, M., Gómez, A., & Postigo, Y. (1994). “La solución de problemas”. Editorial Santillana, Madrid, España.

Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Granada: Comares.

Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo. Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (págs. 1-18). Badajoz: SEIEM.

Quercia, M., Pirro, A., Barbano, R. (2009). La resolución de problemas como estrategia metodológica desde el curso de ingreso a la Facultad de Ingeniería de la UNMdP.

Rico, L. (1988). Didáctica activa para la resolución de problemas. Sociedad Andaluza Educación Matemática. Grupo EGB de Granada. España.

Riveros, M. y Zanocco, P. (1981). ¿Cómo aprenden matemática los niños?, Editorial Universitaria, Santiago, Chile, 314 p.

Rodríguez M, Pineda R, (2009). Situaciones problemáticas en matemáticas como herramienta en el pensamiento matemático. Recuperado agosto 2015 en: http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_educacion/pregrado/matematicas/documentos/Tesis1.pdf

- Santos Trigo, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (págs. 1-24). Badajoz: SEIEM.
- Santos, L. (1994). La Resolución de Problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Cuaderno de investigación, 28/6. Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. México.
- Santiuste, V & González-Pérez, J. (2005). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica. 2ª ed. Madrid: CCS.
- Schoenfeld, A. (1983). Ideas y tendencias en la Resolución de Problemas. En: separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”, (7-12). Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. España.
- Stufflebeam, D., Shinkfield, A. (1993). "Evaluación Sistemática (guía teórica y práctica) Temas de educación. Editorial Paidós. Barcelona, España.
- Tapia J, Pabón, Augusto. O: Resolución de Problemas Matemático, Colombia 2009.
- Vila, A., y Callejo, M. (2004). Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas. Madrid: Narcea.

LEYES

- Ministerio de educación nacional. Decretos ministerio de educación nacional colombiano (2016). [Http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-49835.html](http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-49835.html)
- Ministerio de educación nacional. Documento n°3.2.006(p.18-41)
- Ministerio de educación nacional. Ley nacional de educación. 1994
- Ministerio de educación nacional. Decreto 1860 de 1994
- Ministerio de educación nacional. Ley 716 de 2001

TESIS

Bueno, d. (2012) propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos (tesis de doctorado).

Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf>

Cardona, m. (2008) método pólya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados con áreas de figuras planas (tesis de maestría).

Recuperada de http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/tesisantonio_cardona_marquez.pdf

Espinoza, r. (2009) la resolución de problemas matemáticos (tesis de doctorado).

Recuperado de http://www.upnlapaz.edu.mx/tesismdie/tesismaestria_reneleal.pdf

López, p. (2008) estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de ecuador en secundaria. (tesis de doctorado). Recuperado de

<http://www.tdx.cat/handle/10803/1328>

Moreno, r. (2012) influencia de la resolución de problemas en el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en la escuela secundaria (tesis de maestría).

Recuperado de http://www.upd.edu.mx/.../tesis.../influencia_resolucion_problemas.pdf

Rodriguez, e. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico a través de la percepción de los alumnos egresados (tesis de doctorado).

Recuperada de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucmt28687.pdf>

Silva, m. (2009) método y estrategias de resolución de problemas matemáticos. (tesis de doctorado). Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucmt28687.pdf>

[http://www.redetis.org.ar/node/node.php?id=137&elementid=3084&sitelangu
e=20](http://www.redetis.org.ar/node/node.php?id=137&elementid=3084&sitelangu
e=20)

INTERNET

Concilio nacional de la enseñanza de matemáticas (1989). Descargado de:
<https://scm.org.co/revista-colombiana-de-matematicas-en/>

Escalante, m. S, (2015). Método polya en la resolución de problemas matemáticos.
Recuperado agosto del 2015 en:
<http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/escalante-silvia.pdf>.
Experimentales. Madrid, 402-410.

Iriarte, a. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una
didáctica con enfoque metacognitivo. Universidad del norte. Revista del
instituto. [en línea] [fecha de consulta: 7 de marzo de 2018]. Disponible
en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6398336>

Kilpatrick, j. Gómez, p. & rico, l. (1998) errores y dificultades de los estudiantes
resolución de problemas evaluación historia. El primer simposio internacional
de educación matemática. [en línea] [fecha de consulta: 8 de marzo de
2019] <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/kilpatrickeducacion.pdf> kilpatrick,
jeremy. (1992). Una historia de investigación en educación matemática. En
grouws, d. A. (ed.). Manual de investigación en enseñanza y aprendizaje de
matemáticas. (pp. 3-38). Nueva york: macmillan.

Ministerio de educación nacional. Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas.
Descargado en:
[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/dba_matem
%c3%a1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/dba_matem
%c3%a1ticas.pdf)

Ministerio de educación nacional. Estándares básicos de competencias en lenguaje,
matemáticas, ciencias y ciudadanas. Descargado de:

http://cms.mineduacion.gov.co/static/cache/binaries/articles-340021_recurso_1.pdf?binary_rand=1223

Ministerio de educación nacional. (1998a). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Hacia una estructura curricular (pp.52-53). [en línea] [fecha de consulta: 17 de mayo de 2018] disponible en: http://cms.colombiaaprende.edu.co/static/cache/binaries/articles339975_matematicas.pdf?binary_rand=6826

Picardo, oscar. Escobar rolando, juan carlos. Diccionario enciclopédico de ciencias de la educación (edición el salvador). Descargado de: <https://www.insumisos.com/lecturasinsumisas/diccionario%20enciclopedico%20de%20educacion.pdf>

Resultados pruebas pisa. Colombia 2018. Descargado de: <https://scm.org.co/revista-colombiana-de-matematicas-en/>

Romero, j & lavigne, r. (2005a). Dificultades específicas del aprendizaje dificultades en el aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos, i. Definición, características y tipos, materiales para la práctica orientadora, volumen 1. (pp.75-76) [en línea] [fecha de consulta:7 de marzo de 2018]. Disponible en: https://www.uma.es/media/files/libro_i.pdf

[illegible]

Apéndice B. Cuestionario dirigido a los docentes**CUESTIONARIO DIRIGIDO A DOCENTES:**

**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA
PROYECTO DE GRADO
MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA**

Estimado colega, la presente encuesta tiene como fin recopilar información importante sobre el estado de las convicciones y concepciones de los profesores de matemática, en cuanto a una problemática que se ha presentado y que actualmente se encuentra en las aulas de clase de los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria, a la hora de utilizar ejercicios de resolución de problemas aritméticos.

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INFORMACIÓN GENERAL

NOMBRE: _____

FECHA: _____

INSTITUCIÓN DONDE LABORA: _____

De acuerdo a su criterio y experiencia responda a las siguientes preguntas.

1. ¿En la actualidad, qué grado o nivel de escolaridad posee?

- a. Licenciado en Matemáticas
- b. Licenciado en otra área
- c. Profesional no licenciado
- d. Especialista
- e. Maestría
- f. Doctorado

2. ¿En el último año ha realizado algún proceso de actualización y/o formación en el área de matemáticas?

- a. SI
- b. NO

¿Cuál? _____

3. Marque el grado en el cual trabaja el área de matemáticas.

- a. Tercero
- b. Cuarto
- c. Quinto

4. ¿Considera imprescindible el uso de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en su respectivo grado?

- a. SI
- b. NO

¿Por qué?

5. ¿En sus planes de clase utiliza el planteamiento y la resolución de situaciones problemas como estrategia para la enseñanza de operaciones aritméticas?

a. SI

b. NO

Describe ¿Cómo lo hace?

6. ¿Cuánto tiempo dedica a la aplicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en el aula?

a. 1 Clase

b. 2 a 5 clases

c. 5 a 10 clases

d. 10 o más Clases

7. ¿Al planear la clase de matemáticas tiene en cuenta el enfoque para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos planteado en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de competencias del área según el Ministerio de Educación Nacional?

a. SI

b. NO

¿Por qué?

8. De las siguientes estrategias pedagógicas y didácticas ¿cuáles utiliza para enseñar a los estudiantes la resolución de problemas aritméticos?

- a. Proponer a los alumnos problemas con diferentes tipos de contextos.
- b. Proponer problemas variados, en cuanto al número de soluciones.
- c. Hacer un dibujo
- d. Hacer que los estudiantes expliquen el problema con sus propias palabras
- e. Explicar y resolver el problema en conjunto con los estudiantes
- f. Otra

Cuál:

9. ¿Qué material didáctico utiliza para la explicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos?

- a. Materiales manipulativos
- b. Tablero
- c. Bloques lógicos
- d. Guías de trabajo
- e. Herramientas TIC
- f. Otro:

10. ¿Las estrategias utilizadas por usted para la resolución de problemas aritméticos han favorecido el aprendizaje de las operaciones básicas?

a. SI

b. NO

¿Por qué?

11. ¿Utiliza algún modelo y/o propuesta didáctica para la explicación de resolución de problemas aritméticos?

a. SI

b. NO

En caso de ser afirmativa su respuesta. Descríbala por favor.

12. ¿Los ejercicios de resolución de problemas aritméticos aplicados en clase, son:

a. Diseñados por usted

b. Tomados de libros de texto

c. Tomados de internet

d. Inventados por los niños.

13. ¿Qué porcentaje de sus estudiantes considera que resuelven correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

- a. Menos del 20%
- b. Entre 20 y 40%
- c. Entre 40 y 60%
- d. Más de 60%

14. ¿Qué causas inciden para que algunos estudiantes no logren resolver correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

- a. No se entiende el enunciado del problema
- b. Escogen erróneamente la operación para resolverlo
- c. No manejan el logaritmo de las operaciones básicas
- d. Apatía hacia el área de las matemáticas

¡MUCHAS GRACIAS!

Apéndice C. Cuestionario pre test, con objetivos para validación y sin objetivos para aplicación a los estudiantes

CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES PRE TEST:



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA
PROYECTO DE GRADO
MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA**

Apreciado estudiante

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

CURSO: _____

A continuación, encontrara una serie de preguntas y problemas matemáticos, léalos con atención y responda, marcando una X en la respuesta correcta, por favor realizar los procedimientos de cada ejercicio.

Objetivo: Identificar si los estudiantes reconocen la resolución de problemas aritméticos como parte fundamental de su proceso de enseñanza aprendizaje en el área de las matemáticas.

1. ¿Sabes que es un problema de matemáticas?
 - a. SI
 - b. NO

2. ¿Ha resuelto alguna vez un problema de matemáticas?
 - a. SI
 - b. NO

3. ¿Crees que es importante aprender a resolver problemas?
 - a. SI
 - b. NO

4. Cuando su profesor explica en la clase de matemáticas ¿le entiendes?
 - a. Siempre
 - b. La mayoría de las veces
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

5. ¿Qué materiales utiliza su profesor para enseñar en matemáticas? Puede marcar varias opciones
 - a. Tablero
 - b. Libros
 - c. Herramientas tecnológicas
 - d. Guías y talleres impresos
 - e. Material didáctico

f. Otras, ¿cuáles? _____

6. ¿Dónde resuelves problemas matemáticos?

a. Colegio

b. Casa

c. Con tus amigos

d. Otros lugares ¿Cuáles? : _____

Objetivo: Identificar si el estudiante abstrae por medio de la comprensión lectora la información requerida para dar respuesta a la pregunta formulada.

7. Para su cumpleaños Juan invito: a sus 32 amigos del colegio, a su primo 2 años menor, a su amigo del barrio, quien compró 3 canicas y a sus 6 amigos del barrio. ¿Cuántos niños invitó Juan a su fiesta?

a. 30

b. 39

c. 26

d. 43

Objetivo: observar el proceso que el estudiante lleva a cabo para dar solución a los problemas, con el fin de identificar la utilización de algún método.

8. Josefa va al supermercado con \$13.000, compró un kilo de arroz que le costó \$4.500 y compró 2 jugos de naranja. Si a Josefa le entregaron \$6.100 de vuelto ¿Cuánto costó cada jugo?

Datos	Pregunta	Operación aritmética	Operatoria

--	--	--	--

- a. \$2400
- b. \$1200
- c. \$3050
- d. \$1000

Objetivo: Identificar si el estudiante reconoce y plantea el tipo de operación que debe realizar.

9. Un edificio de veinte pisos tiene una altura de 48 metros. Un edificio de catorce pisos tiene una altura de 33 metros. ¿Cuál es la diferencia entre las alturas de los edificios?
- a. 81 metros
 - b. 5 metros
 - c. 15 metros
 - d. 10 metros
10. En 2010 había 400 conejos en el zoológico de Santa Cruz. En 2011 había 1 200 conejos en el zoológico. ¿Cuántos conejos más había en el 2011 que en el 2010?
- a. 1600
 - b. 2010
 - c. 800
 - d. 2011
11. ¿Qué operación utilizaste para responder las preguntas de los ejercicios 9 y 10?
- a. División
 - b. Suma

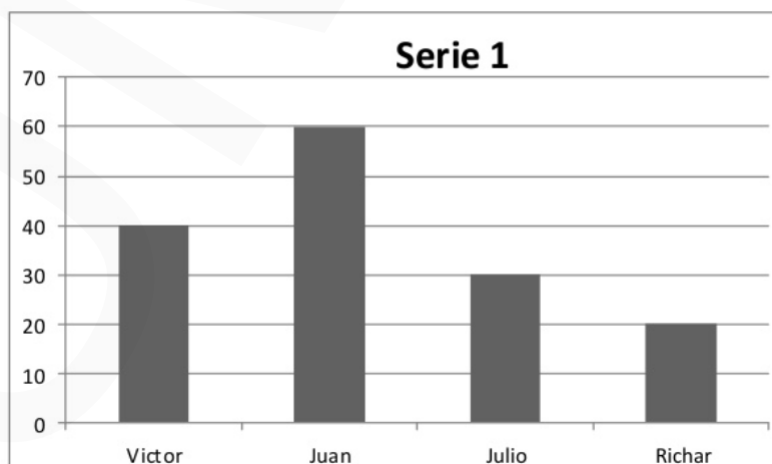
- c. Multiplicación
- d. Resta

Objetivo: Establecer si el estudiante identifica que para resolver el problema aritmético en el que se establece una relación entre cantidades parciales de un total, debe realizar dos o más operaciones distintas.

12. Un niño de este colegio, me ha dicho que se soñó encontrando un tesoro en una isla desierta que tenía en total 3000 monedas de oro repartidas por igual en 3 cofres. Además, en cada cofre había también 200 monedas de plata y 2 veces más monedas de bronce que de plata. ¿Cuántas monedas había en total en cada cofre?
- a. 1600
 - b. 1000
 - c. 400
 - d. 200

Objetivo: reconocer si el estudiante tiene las habilidades para resolver problemas aritméticos de cantidades parciales mediante la lectura de un diagrama de barras.

Observa el gráfico de barras:



13. El médico mide la talla de 4 niños ¿Cuál de los niños mide 60 centímetros?

- a. Julio
- b. Juan
- c. Víctor
- d. Richard

14. ¿Cuántos centímetros más mide Juan que Julio?

- a. 20 centímetros.
- b. 40 centímetros.
- c. 30 centímetros.
- d. 10 centímetros

Objetivo: Diagnosticar que porcentaje de estudiantes tienen en su casa acceso a un computador ya sea de escritorio, portátil o Tablet, en su casa, con el fin de poder determinar si es viable desarrollar las actividades de la propuesta de esta tesis doctoral apoyadas en las TICS.

15. ¿Cuenta con computador, portátil o Tablet en su casa?

- a. SI
- b. NO

16. ¿Cuenta con servicio de internet en casa?

- a. SI
- b. NO

¡MUCHAS GRACIAS!

CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES PRE-TEST:

**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA
PROYECTO DE GRADO
MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA**

Apreciado estudiante

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Además, esta prueba no tiene nota, ni incidencia en tu proceso académico. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

CURSO: _____

A continuación, encontrara una serie de preguntas y problemas matemáticos, léalos con atención y responda, marcando una X en la respuesta correcta, por favor realizar los procedimientos de cada ejercicio.

1. ¿Sabes que es un problema de matemáticas?
 - a. SI
 - b. NO

2. ¿Ha resuelto alguna vez un problema de matemáticas?
 - a. SI
 - b. NO

3. ¿Crees que es importante aprender a resolver problemas?
 - a. SI
 - b. NO

4. Cuando su profesor explica en la clase de matemáticas ¿le entiendes?
 - a. Siempre
 - b. La mayoría de las veces
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

5. ¿Qué materiales utiliza su profesor para enseñar en matemáticas? Puede marcar varias opciones
 - a. Tablero
 - b. Libros
 - c. Herramientas tecnológicas
 - d. Guías y talleres impresos
 - e. Material didáctico
 - f. Otras, ¿cuáles? _____

6. ¿Dónde resuelves problemas matemáticos?
 - a. Colegio
 - b. Casa
 - c. Con tus amigos
 - d. Otros lugares ¿Cuáles? : _____

7. Para su cumpleaños Juan invito: a sus 32 amigos del colegio, a su primo 2 años menor, a su amigo del barrio, quien compró 3 canicas y a sus 6 amigos del barrio. ¿Cuántos niños invitó Juan a su fiesta?

- a. 30
- b. 39
- c. 26
- d. 43

8. Josefa va al supermercado con \$13.000, compró un kilo de arroz que le costó \$4.500 y compró 2 jugos de naranja. Si a Josefa le entregaron \$6.100 de vuelto ¿Cuánto costó cada jugo?

Datos	Pregunta	Operación aritmética	Operatoria

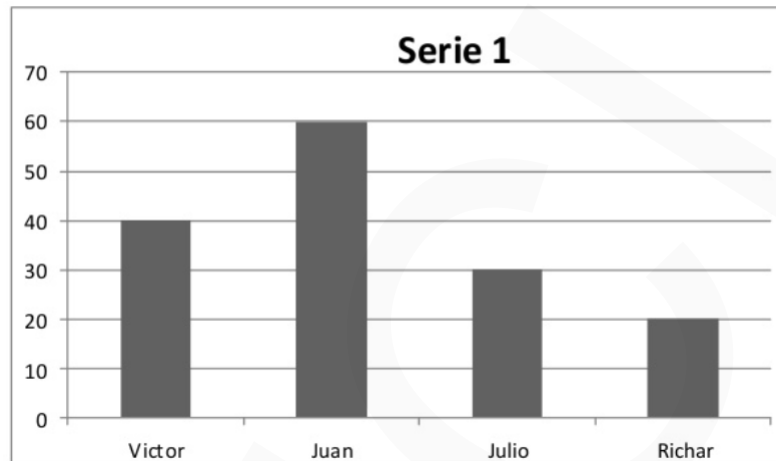
- a. \$2400
- b. \$1200
- c. \$3050
- d. \$1000

9. Un edificio de veinte pisos tiene una altura de 48 metros. Un edificio de catorce pisos tiene una altura de 33 metros. ¿Cuál es la diferencia entre las alturas de los edificios?

- a. 81 metros
- b. 5 metros
- c. 15 metros
- d. 10 metros

10. En 2010 había 400 conejos en el zoológico de Santa Cruz. En 2011 había 1 200 conejos en el zoológico. ¿Cuántos conejos más había en el 2011 que en el 2010?
- a. 1600
 - b. 2010
 - c. 800
 - d. 2011
11. ¿Qué operación utilizaste para responder las preguntas de los ejercicios 9 y 10?
- a. División
 - b. Suma
 - c. Multiplicación
 - d. Resta
12. Un estudiante de este colegio, me ha dicho que se ha soñado encontrando un tesoro en una isla desierta, que tenía en total 3000 monedas de oro repartidas por igual en 3 cofres. Además, en cada cofre había también 200 monedas de plata y 2 veces más monedas de bronce que de plata. ¿Cuántas monedas había en total en cada cofre?
- a. 1600
 - b. 1000
 - c. 400
 - d. 200

Observa el gráfico de barras:



13. El médico mide la talla de 4 niños ¿Cuál de los niños mide 60 centímetros?

- a. Julio
- b. Juan
- c. Víctor
- d. Richard

14. ¿Cuántos centímetros más mide Juan que Julio?

- a. 20 centímetros.
- b. 40 centímetros.
- c. 30 centímetros.
- d. 10 centímetros

15. ¿Cuenta con computador, portátil o Tablet en su casa?

- a. SI
- b. NO

16. ¿Cuenta con servicio de internet en casa?

a. SI

b. NO

¡MUCHAS GRACIAS!

Apéndice D. Cuestionario pos test**CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES POS-TEST:**

**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA
PROYECTO DE GRADO
MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA**

Apreciado estudiante

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Además, esta prueba no tiene nota, ni incidencia en tu proceso académico. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

CURSO: _____

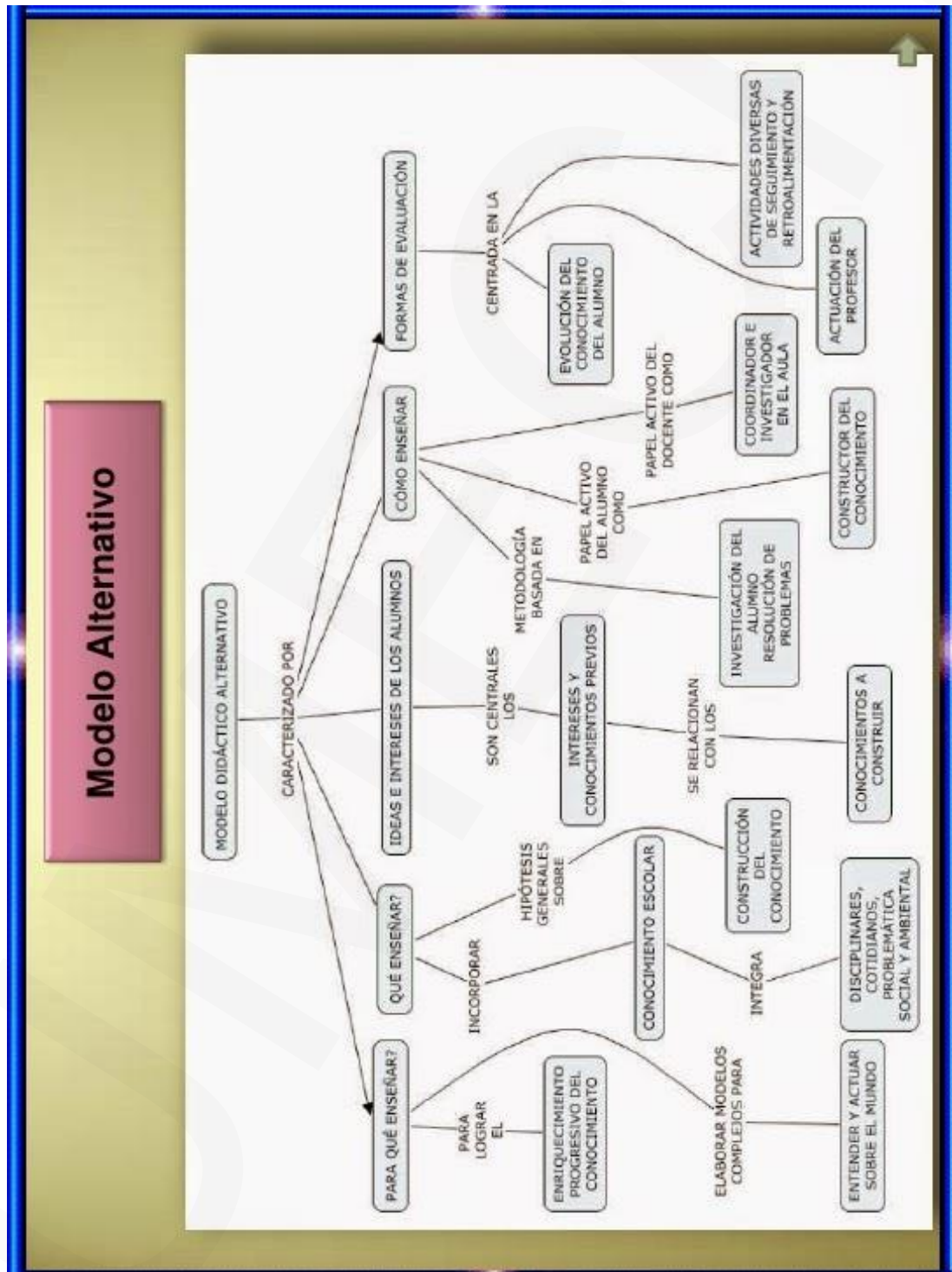
A continuación, encontrara una serie de preguntas y problemas matemáticos, léalos con atención, por favor realizar los procedimientos de cada ejercicio, siguiendo los pasos del modelo MIRPROAR por detrás de la hoja.

Es de aclarar, que a los estudiantes se les solicito previamente que recolectaran la información necesaria para la realización de este cuestionario.

1. Vamos a organizar una fiesta de cumpleaños en tu casa para uno de tus hermanos, a la cual van a asistir 20 personas. Para esta fiesta requieres una torta, una piñata, sorpresitas y gaseosa. Además de los desechables. ¿Cuánto dinero necesitas para poder realizar la fiesta?
2. Debes asistir a una cita médica en la ciudad de Bogotá, tus papás te van acompañar y ellos cuentan con un presupuesto de \$30000. ¿será que este dinero es suficiente, teniendo en cuenta el costo del transporte desde tu casa hasta Bogotá y la toma del almuerzo para los tres? ¿Cuánto dinero les sobra o les hace falta?
3. Para el día del maestro en tu colegio, van a organizar un compartir. A cada estudiante le van a dar una porción de pizza con gaseosa, al igual que a tu director de curso. ¿Cuánto cuesta en total la comida y los desechables para el compartir, en total? ¿Cuánto dinero debe aportar cada estudiante para este compartir, teniendo en cuenta que el profesor no aporta dinero?
4. De secretaria de educación enviaron un paquete tamaño familiar de gomas trululu para compartir entre los estudiantes de tu curso, ¿Cuántas gomas le corresponde a cada estudiante?
5. Para esta semana tus padres te dieron \$45000 para los onces de todos los días. ¿Cuánto dinero puedes gastar cada día? Realiza una lista de qué puedes comprar cada día y cuánto dinero vas a gastar. ¿Te queda algo de dinero al final de la semana?

ANEXOS

Anexo A. Características y estructura del modelo didáctico alternativo



Anexo B. Lineamientos curriculares del área de matemáticas

La resolución y el planteamiento de problemas La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deber á permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos. En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. Las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.

Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas (NCTM, 1989: 71). El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores Polya y Alan Schoenfeld 28 .

Para Polya “resolver un problema es encontrar un camino all í donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma

inmediata, utilizando los medios adecuados”. Polya describió las siguientes cuatro fases para resolver problemas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan
- Ejecución del plan
- Visión retrospectiva

Para cada fase sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para avanzar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema, trabajar hacia atrás. Aunque los matemáticos reconocen en los trabajos de Polya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantean que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante. Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, pero dice que los estudiantes no las usan. Ministerio de Educación Nacional Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas: l En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas. Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clase que represente un microcosmo de la cultura matemática, esto es, clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana. l Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en

el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores: – El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio. – Estrategias cognoscitivas que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema. – Estrategias metacognitivas se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir. – El sistema de creencias se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras. Las creencias establecen el marco dentro del cual se utilizan los recursos, las estrategias cognitivas y las metacognitivas (Santos, Luz Manuel, 1992: 22). La formulación y solución de problemas permite alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Citemos algunas:

- 1 Desarrollar habilidad para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y evaluar, representar, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones cotidianas.
- 1 Provocar procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático; nos estamos refiriendo precisamente a los procesos del pensamiento matemático: la manipulación (exploración de ejemplos, casos particulares); la formulación de conjeturas (núcleo del razonamiento matemático, proponer sistemáticamente afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez); la generalización (descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella); la argumentación (explicar el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar

nuevos caminos). l Investigar comprensión de conceptos y de procesos matemáticos a través de: reconocimiento de ejemplos y contraejemplos; uso de diversidad de modelos, diagramas, símbolos para representarlos, traducción entre distintas formas de representación; identificación de propiedades y el reconocimiento de condiciones, ejecución eficiente de procesos, verificación de resultados de un proceso, justificación de pasos de un proceso, reconocimiento de procesos correctos e incorrectos, generación de nuevos procesos, etcétera. l Investigar estrategias diversas, explorar caminos alternos y flexibilizar la exploración de ideas matemáticas. Para lograr estas metas los estudiantes tienen que discutir sus ideas, negociar, especular sobre los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o desaprobar sus ideas. Para terminar, es preciso aclarar que los trabajos sobre resolución de problemas se consideran bajo dos perspectivas. Una es la de solución de problemas como una interacción con situaciones problemáticas con fines pedagógicos, o sea como estrategia didáctica, a la cual se hizo referencia anteriormente en la sección “Las situaciones problemáticas...”. Otra es la capacidad de resolución de problemas como objetivo general del área, o sea como logro fundamental de toda Ministerio de Educación Nacional la educación básica y media, a la cual nos estamos refiriendo en esta sección. Son dos perspectivas que no se pueden confundir.

Anexo C. Estándares básicos de competencia de matemáticas en la básica

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas Primero a tercero	
Al terminar tercer grado...	
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
• Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). • Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. • Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas. • Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes. • Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. • Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal. • Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional. • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables. • Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).	• Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales. • Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños. • Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia. • Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales. • Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura. • Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño. • Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir). • Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales. • Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.
Matemáticas	1^o - 3^o

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
• Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración. • Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles. • Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto. • Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición. • Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias. • Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.	• Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas. • Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar. • Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. • Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras. • Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos. • Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos. • Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro. • Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.	• Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros). • Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas. • Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual. • Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Cuarto a quinto

Al terminar quinto grado...

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.
- Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Modeló situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
- Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Matemáticas

4^o - 5^o

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos). - Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones. - Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación. - Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos. - Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos. - Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas. - Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.	- Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. - Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. - Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. - Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican. - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.	- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. - Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. - Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. - Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales. - Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Anexo D. Derechos básicos de aprendizaje de matemáticas de tercero a quinto de la básica primaria

Matemáticas • Grado 3º

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 1. Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.**

Evidencias de aprendizaje

- Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
- Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- Propone estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos.
- Analiza los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

Ejemplo

En los partidos de baloncesto, una cesta puede tener un valor de tres puntos, de dos puntos o de un punto. Propone el número de cestas que hizo cada equipo.



En la imagen se muestra el marcador al finalizar el primer tiempo de un partido de baloncesto.

Si el partido terminó empatado en 80 puntos responde: ¿Cuántas cestas hizo el equipo LOCAL?, ¿Cuántas cestas hizo el equipo VISITANTE? ¿Cómo pudo haberse logrado los puntajes?

Si hubo tres tiros libres para LOCAL y cinco tiros libres para VISITANTE, determina el puntaje de cada equipo sabiendo que cada tiro libre vale un solo punto.

- 2. Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.**

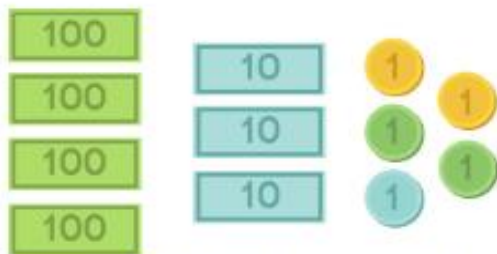
Evidencias de aprendizaje

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

Ejemplo

El siguiente gráfico presenta la cantidad de dinero de un juego de mesa que tiene Juan para repartir por partes iguales entre sus tres hijos.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Escribe la cantidad de dinero que Juan va a repartir.

Thomas, el hijo mayor de Juan, hizo el siguiente cálculo:

$\begin{array}{r} 400 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 300 \text{ } \$ \end{array}$ Ve a repartir de a 100 a los: $\begin{array}{r} 300 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 200 \text{ } \$ \end{array}$ Así reparte 200 y me quedan 100 más reparte 100 los voy a repartir de a 100: $\begin{array}{r} 100 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 0 \end{array}$ Cómo me faltan repartir 40 lo hago de a 20 para cada uno: $\begin{array}{r} 40 \text{ } \$ \\ - 20 \text{ } \$ \\ \hline 20 \text{ } \$ \end{array}$	Luego Thomas hizo lo siguiente: $\begin{array}{r} 400 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 300 \text{ } \$ \end{array}$ todo lo que repartí fue: $\begin{array}{r} 300 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 200 \text{ } \$ \end{array}$ $\begin{array}{r} 200 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 100 \text{ } \$ \end{array}$ $\begin{array}{r} 100 \text{ } \$ \\ - 100 \text{ } \$ \\ \hline 0 \end{array}$ Después usé el: $\begin{array}{r} 100 \text{ } \$ + 100 \text{ } \$ + 100 \text{ } \$ \text{ y me sobraron } 100 \text{ } \$ \text{ y sobraron } 100 \text{ } \$ \end{array}$
--	---

Describe el procedimiento realizado por Thomas y explica por qué es o no válido. Propone cambios al procedimiento de tal manera que sea válido, en caso de considerarlo incorrecto.

3. Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucren operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

Evidencias de aprendizaje

- Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.
- Utiliza las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.
- Propone ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.
- Utiliza fracciones para expresar la relación de "el todo" con algunas de sus "partes", asimismo diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).

Ejemplo

Algunos sistemas económicos usan monedas para representar fracciones de la unidad. En Estados Unidos se utiliza como unidad **un dólar**, y algunas monedas representan fracciones de esta unidad. La siguiente imagen presenta dos ejemplos de las monedas en este sistema, una corresponde a **medio dólar** y la otra a **un cuarto de dólar**.



En Colombia, las monedas que representaban fracciones de peso, desaparecieron hace ya varios años. Existían monedas con denominaciones de uno, dos, cinco, diez, veinte, veinticinco y cincuenta centavos. Construye ese tipo de monedas. En una de las caras diseña la

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

denominación de la moneda en centavos, y en la otra, diseña la denominación de la moneda en fracción (semejante a como se denominan en Estados Unidos).

- ❑ La moneda de **un cuarto** de peso, ¿a cuántos centavos equivaldría?
- ❑ La moneda de 10 centavos ¿a cuál fracción equivaldría?
Si 50 centavos son lo mismo que dos monedas de 20 centavos y una de 10 centavos. Es decir, $50 = 2(20) + 1(10)$

En fracciones sería: medio de peso equivale a 2 monedas de quinto y una moneda de décimo. Es decir,

$$1 \text{ medio} = 2 \text{ quintos} + 1 \text{ décimo}$$

- ❑ Mónica tiene 70 centavos en monedas, Carlos tiene dos monedas de 20 centavos, Paula tiene cinco monedas de 10 centavos. Representa estos valores usando la denominación en forma de fracción de cada moneda.
- ❑ Propone otras equivalencias para cantidades diferentes de monedas usando tanto la denominación en forma de fracción como en centavos.

4. Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

Evidencias de aprendizaje

- ❑ Toma decisiones sobre la magnitud a medir (área o longitud) según la necesidad de una situación.
- ❑ Realiza recubrimientos de superficies con diferentes figuras planas.
- ❑ Mide y calcula el área y el perímetro de un rectángulo y expresa el resultado en unidades apropiadas según el caso.
- ❑ Explica cómo figuras de igual perímetro pueden tener diferente área.

Ejemplo

Determina el número de rectángulos que se pueden formar utilizando 12 palillos y en cada caso encuentra el número de cuadrados, cuyo lado es un palillo; que caben en cada rectángulo.



Si cada uno de los rectángulos formados se imagina como tablas a las que se pone cinta alrededor, indica la cantidad de cinta que se necesita. Da la medida en términos del número de palillos. Dice en cuál de esos rectángulos se usa más cinta y cuáles menos.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 5.** Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

Evidencias de aprendizaje

- Compara objetos según su longitud, área, capacidad, volumen, etc.
- Hace estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación.
- Hace estimaciones de volumen, área y longitud en presencia de los objetos y los instrumentos de medida y en ausencia de ellos.
- Empaca objetos en cajas y recipientes variados y calcula la cantidad que podría caber; para ello tiene en cuenta la forma y volumen de los objetos a empacar y la capacidad del recipiente en el que se empaca.

Ejemplo

Se tienen que empacar frascos de 8 cm de diámetro y 15 cm de alto. El empacador dispone de cajas de base rectangular de diferentes tamaños y tiene que decidir la caja de tamaño más adecuado. Explica diversos procedimientos que el empacador puede seguir para tomar la decisión más adecuada. Identifica las medidas de tres posibles cajas, si por peso se sugiere que en cada una vayan 50 frascos.

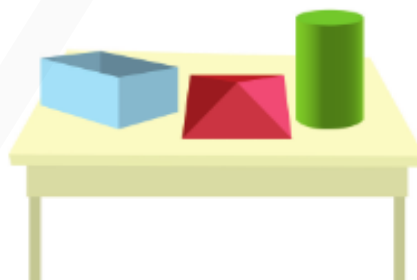
- 6.** Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.

Evidencias de aprendizaje

- Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos.
- Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado.
- Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales.

Ejemplo

La profesora de tercero tiene sobre su mesa los cuerpos geométricos que se ven en la imagen:



- David y María no pudieron ver los cuerpos geométricos de la profesora pues no asistieron a clase. Ellos deben realizar la construcción de los mismos con cartulina, cinta y tijeras de tal manera que tengan la misma forma que los de la profesora.
- Envía por escrito un mensaje preciso a David y María para que puedan realizar la construcción requerida. El mensaje no puede incluir dibujos, solo las indicaciones adecuadas de tal manera

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

que puedan construir los cuerpos basándose en las indicaciones.

Patricia y Román quisieron ayudar a David y María. Para ello escribieron los siguientes mensajes:

- La primera figura tiene caras cuadradas, tiene 8 vértices y 12 aristas.
- El segundo cuerpo tiene todas las caras planas y no iguales; algunas caras son triángulos.
- El tercer cuerpo tiene dos círculos y un único lado curvo como base.

- El primer cuerpo tiene caras opuestas iguales, tiene 8 vértices y le falta una cara.
- El segundo cuerpo tiene caras en forma de triángulos y de rectángulos. Todas las caras de triángulo se unen en un punto.
- El tercer cuerpo tiene tres caras; dos círculos y una cara curva.

Revisa los mensajes escritos e indica si con ellos David y María pueden construir de forma igual los cuerpos que tenía la profesora sobre la mesa y mejora los mensajes escritos.

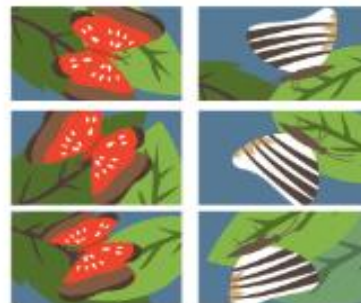
7. Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.

Evidencias de aprendizaje

- Localiza objetos o personas a partir de la descripción o representación de una trayectoria y construye representaciones pictóricas para describir sus relaciones.
- Identifica y describe patrones de movimiento de figuras bidimensionales que se asocian con transformaciones como: reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras.
- Identifica las propiedades de los objetos que se conservan y las que varían cuando se realizan este tipo de transformaciones.
- Plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar las transformaciones de diferentes figuras en el plano.

Ejemplo

En un concurso de fotografías Tomás y Alejandro presentan un mosaico con mariposas. Escribe algunas condiciones para que se incluyan una tercera y una cuarta columna de fotografías que conserven la forma como se disponen las imágenes de las dos primeras columnas.



Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

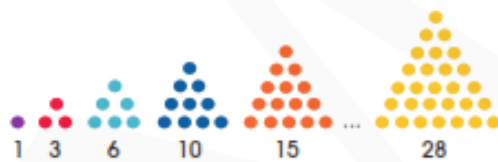
8. Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.

Evidencias de aprendizaje

- Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas.
- Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.
- Encuentra y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo al contexto.

Ejemplo

El gráfico muestra arreglos triangulares de puntos. En la primera posición se tiene 1 punto, en la segunda 3 puntos, en la tercera 6 puntos, en la cuarta 10 puntos. Registra (en su orden) el número de puntos en cada posición:



Posición	Número de puntos	Descripción del proceso para obtener el siguiente arreglo puntual
Primera	1	Se dibuja un punto
Segunda	3	Al punto anterior se le agregan dos puntos.
Tercera	6	
Cuarta		
Quinta		
Octava		
Novena		

Explica cómo encontrar el número de puntos en una posición cualquiera. Justifica si existe un arreglo triangular que tenga 35 puntos o 38 puntos.

9. Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.

Evidencias de aprendizaje

- Propone soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número.
- Toma decisiones sobre cantidades aunque no conozca exactamente los valores.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Ejemplo



José y Patricia tienen cada uno, una caja de dulces. No se sabe cuántos dulces hay en cada caja, pero sí que cada caja tiene la misma cantidad. José tiene un dulce extra encima de su caja. Patricia tiene tres dulces encima de su caja.

Dibuja o escribe con letras o con otros símbolos, cuántos dulces tienen entre José y Patricia. ¿Quién tiene más dulces? ¿Cuántos dulces se necesita dar a uno de ellos para que tenga la misma cantidad que el otro? Explica la respuesta y los procedimientos.

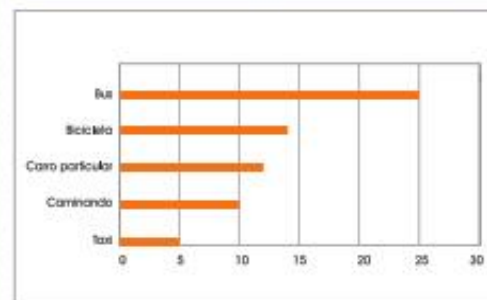
- Analiza e interpreta información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto.
- Identifica la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.
- Compara la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas.

Ejemplo

A partir de la lectura de la siguiente situación, identifica la información contenida en cada representación y propone títulos coherentes con una posible pregunta de estudio.

El director de la escuela hizo una encuesta y solicita a los alumnos su colaboración para que le propongan títulos adecuados para la tabla y el gráfico y que además escriban un informe corto con el análisis de los resultados.

Caminando	10
Bicicleta	14
Bus	25
Taxi	5
Carro particular	12
Total	66



10. Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

Evidencias de aprendizaje

- Identifica las características de la población y halla su tamaño a partir de diferentes representaciones estadísticas.
- Construye tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 11** Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

Evidencias de aprendizaje

- Formula y resuelve preguntas que involucren expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro.
- Representa los posibles resultados de una situación aleatoria simple por enumeración o usando diagramas.
- Asigna la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la escala definida.
- Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento al utilizar los resultados de una situación aleatoria.

Ejemplo

Para una salida pedagógica que se realizará el día 28 de ese mes, se quiere saber si es necesario llevar impermeable. Se realiza un registro de si llueve o no durante varios días y con base en esa información se toma la decisión. Esta es la tabla que se elaboró:

DOMINGO	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Plantea algunas ideas acerca del estado del tiempo el día de la salida, a partir de la lectura de la tabla.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

1. Interpreta las fracciones como razón, relación, parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

Evidencias de aprendizaje

- Describe situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.
- Reconoce situaciones en las que dos cantidades covarian y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas tienen en los cambios de la otra y a partir de este comportamiento determina la razón entre ellas.

Ejemplo

Las limonadas de don Diego son famosas. Tienen un sabor característico, quien las haya probado es capaz de identificarlas en cualquier parte. Aunque no se conoce la receta de don Diego, si se sabe que él utiliza para un litro de agua, seis limones y tres cucharadas de azúcar.

Don Diego

Ingredientes

- 1 JARRA DE AGUA.
- 6 LIMONES
- 3 CUCARADAS DE AZÚCAR

Revuelva los ingredientes en un recipiente hondo. Tenga en cuenta que si desea hacer la limonada con el mismo sabor, debe conservar la concentración de los ingredientes, es decir, por cada jarra de agua debe tener _____ limones y _____ cucharadas de azúcar.

Disfrute su Sabor CARACTERÍSTICO

Canela y cerezas al gusto.

- Tratando de imitar la receta, Carlos preparó una limonada con dos jarras de agua (de litro cada una), diez limones y seis cucharadas de azúcar. Justifica si la limonada de Carlos tendría o no el mismo sabor que la de don Diego. En caso

de considerar que no, menciona las diferencias que tendrían.

- Si don Diego dispone de 18 limones, averigua la cantidad de agua y azúcar que debería utilizar si quiere preparar su limonada.
- Propone otras posibilidades de preparar limonadas con el sabor característico de don Diego variando las cantidades de los ingredientes.
- Explica qué ocurre si las personas utilizan diferentes medidas para las cucharas de azúcar.
- Completa las instrucciones que deben darse para la preparación de otras limonadas que tengan la misma concentración que la de Don Diego.

2. Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios)¹, expresados como fracción o como decimal

Evidencias de aprendizaje

- Utiliza el sistema de numeración decimal para representar, comparar y operar con números mayores o iguales a 10.000.
- Describe y desarrolla estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas.

¹No se espera en este nivel escolar un estudio profundo de los números racionales como sistema numérico, sino una primera aproximación a las cantidades -generalmente llamada en los grados de primaria como fraccionarios- que expresan una razón entre otras dos cantidades, y cuyo resultado no siempre da un número exacto de unidades. Aunque estrictamente hablando los conceptos representados por estas expresiones no son coincidentes se acompañará la palabra "racionales" de la palabra "fraccionario" escrita entre paréntesis.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- Utiliza y justifica algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tengan denominador 10, 100, etc.
- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Propone estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.

Ejemplo

El banco de un juego de mesa tiene los siguientes billetes y fichas para comprar tarjetas de autos:



Cada billete representa una parte del valor de la ficha circular y ésta se le entrega únicamente a quien deposite \$10.000 en el banco del juego. Encuentra la cantidad de dinero que se puede canjear en el banco cuando tenga trece billetes azules, veintidós billetes rojos, dos billetes grises y seis fichas. Determina si con ese dinero es posible comprar la tarjeta de un auto cuyo precio en el juego es de 10 fichas circulares.

3. Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

Evidencias de aprendizaje

- Construye y utiliza representaciones pictóricas para comparar números racionales (como fracción o decimales).
- Establece, justifica y utiliza criterios para comparar fracciones y decimales.
- Construye y compara expresiones numéricas que contienen decimales y fracciones.

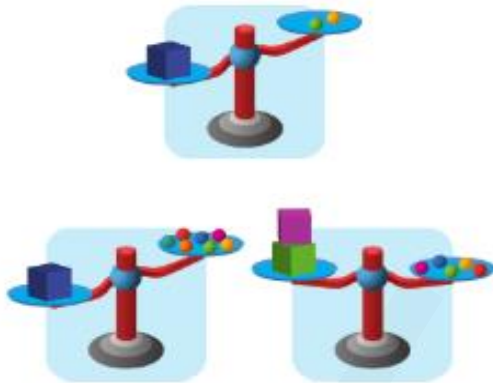
Ejemplo

En la siguiente imagen se muestra una balanza que está equilibrada; en un lado de la balanza se encuentran tres objetos esféricos, mientras que en el otro lado un objeto con caras cuadradas. Según la información de la imagen:



- Indica cuál de los dos objetos es más pesado.
- Describe la relación que hay entre los pesos de los dos objetos.
- Explica si las relaciones expresadas por las balanzas de la figura siguiente concuerdan con los datos de la imagen anterior. En caso que haya algunas que no sean correctas, dibuja la posición de la balanza que esté acorde con las cantidades presentadas.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



- 4.** Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición; y con respecto a las necesidades a las que responden.

Evidencias de aprendizaje

- Reconoce que para medir la capacidad y la masa se hacen comparaciones con la capacidad de recipientes de diferentes tamaños y con paquetes de diferentes masas, respectivamente (litros, centilitros galón, botella, etc., para capacidad; gramos, kilogramos, libras, arrobas, etc., para masa.)
- Diferencia los atributos medibles como capacidad, masa, volumen, entre otros, a partir de los procedimientos e instrumentos empleados para medirlos y los usos de cada uno en la solución de problemas.
- Identifica unidades y los instrumentos para medir masa y capacidad, y establece relaciones entre ellos.
- Describe procesos para medir capacidades de un recipiente o el peso de un objeto o producto.

- Argumenta sobre la importancia y necesidad de medir algunas magnitudes como densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad, etc.

Ejemplo



En clase de sociales le enseñan a Felipe que es conveniente seleccionar productos que, además de ser económicos, ofrezcan posibilidades de reciclaje, por el tipo de material del empaque.

¿Qué criterios son adecuados para seleccionar entre varias marcas el mejor producto por economía y posibilidades de reciclaje?

Compara la información brindada en los empaques de dos o más productos para tomar decisiones, cuando la información no es suficiente propone procedimientos de medida para hacer las comparaciones.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

5. Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

Evidencias de aprendizaje

- Expresa una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma decisiones de la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.
- Propone diferentes procedimientos para realizar cálculos (suma y resta de medidas, multiplicación y división de una medida y un número) que aparecen al resolver problemas en diferentes contextos.
- Emplea las relaciones de proporcionalidad directa e inversa para resolver diversas situaciones.
- Propone y explica procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, masa, etc.

Ejemplo

La receta de la torta de vainilla para 20 personas es¹

Ingredientes	Preparación
1 Taza de azúcar	• Precalentar el horno a 180 °C.
125g de mantequilla	• Enmantar un molde cuadrado de 23 cm de lado.
2 Huevos	• Mezclar el azúcar y la mantequilla hasta lograr una crema suave.
2 Cucharadas de esencia de vainilla	• Incorporar los huevos uno a uno y luego la vainilla.
1½ Tazas de harina	• Agregar los demás ingredientes y llevar al horno durante 30 a 40 minutos.
1½ Cucharadas de polvo para hornear	
1½ Taza de leche	

El azúcar, la harina y la mantequilla se venden por libras. Identifica qué cantidad de azúcar y qué cantidad de mantequilla (en libras) se requiere para hacer la torta. Propone formas más precisas para medir las cantidades de leche, de esencia de vainilla y de otros ingredientes; y establece las cantidades.

Determina los grados Fahrenheit a los que se debe programar el horno para hornear la torta y las cantidades de cada ingrediente que se requieren para elaborar la receta con las mismas características de sabor para 30 personas.

¹ Tomado de <http://altecipex.com.mx/receta/157/pastel-simplemente-blanco.aspx>

6. Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y tridimensionales, y establece relaciones entre ellas.

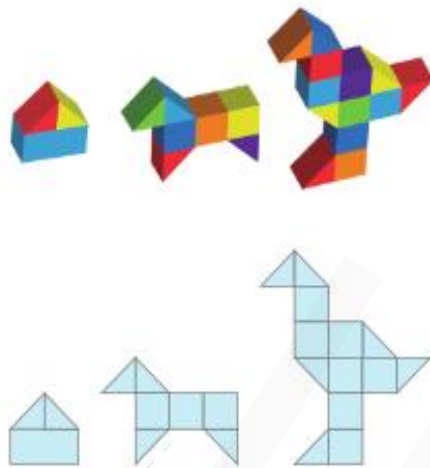
Evidencias de aprendizaje

- Arma, desarma y crea formas bidimensionales y tridimensionales.
- Reconoce entre un conjunto de desarrollos planos, los que corresponden a determinados sólidos atendiendo a las relaciones entre la posición de las diferentes caras y aristas.

Ejemplo

Construye esculturas geométricas con cubos y prismas triangulares (medios cubos) y representa de manera bidimensional la representación tridimensional.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



7. Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).

Evidencias de aprendizaje

- Aplica movimientos a figuras en el plano.
- Diferencia los efectos de la ampliación y la reducción.
- Elabora argumentos referente a las modificaciones que sufre una imagen al ampliarla o reducirla.
- Representa elementos del entorno que sufren modificaciones en su forma.

Ejemplo

La familia de Francisco estuvo de vacaciones en la finca de los abuelos. Para guardar un recuerdo tomaron una fotografía del lugar.



Francisco quiere poner la fotografía en su habitación para recordar sus vacaciones, pero debe disminuir el tamaño de la imagen. Escoge la imagen que representa una reducción de la foto, justifica y describe el procedimiento realizado para seleccionar la imagen.



(a)



(b)



(c)



(d)

Dibuja la finca del abuelo pero dos veces más grande que la que aparece en la fotografía.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

8. Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.

Evidencias de aprendizaje

- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Propone patrones de comportamiento numérico.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

Ejemplo

Consigue una pelota pequeña y mide la altura 'h' (medida en centímetros) hasta la que rebota cuando se deja caer sobre una superficie dura (cemento) desde diversas alturas H, medida en centímetros (Figura 1). Realiza un registro aproximado de la altura H desde la que se suelta la pelota, así como de la altura h a la que rebota. Representa de otras formas la relación que encuentra entre la altura H (Inicial) y la altura h (alcanzada en cada rebote). Escribe algunas conclusiones de esta exploración.

Figura 1. Para medir el rebote.

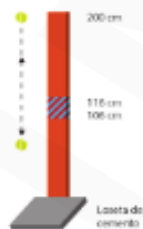


Figura 2. Rebote de una pelota.



9. Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.

Evidencias de aprendizaje

- Comunica en forma verbal y pictórica las regularidades observadas en una secuencia.
- Establece diferentes estrategias para calcular los siguientes elementos en una secuencia.
- Conjetura y argumenta un valor futuro en una secuencia aritmética o geométrica (por ejemplo, en una secuencia de figuras predecir la posición 10, 20 o 100).

Ejemplo

Explora el efecto que tiene el signo "=" (Igual) sobre el resultado a medida que se presiona varias veces.



- Describe y compara el efecto que la acción descrita tiene, si se presiona varias veces el signo igual después de digitar el símbolo de la multiplicación o el símbolo de la división.
- Describe las operaciones y resultados que muestra la calculadora, cuando se presiona $4 \times 2 = = = =$.
- Se digita la operación 3×4 y luego se presiona la tecla igual diez veces ¿será posible obtener un número menor que 1.000? Estima un número aproximado de veces que deberías presionar el "igual" para obtener el resultado más cercano a 1.000. Utiliza la calculadora para realizar las operaciones y verificar el resultado.
- Determina el mínimo número de veces que se debe presionar el signo igual después de hacer

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

la operación $2048 \div 2$ para obtener un número no natural.

- 10.** Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

Evidencias de aprendizaje

- Elabora encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder la pregunta.
- Construye tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala.
- Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupadas, gráficos de línea o pictogramas con escala.
- Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.

Ejemplo

La siguiente información fue recolectada en un hato lechero. Con dicha información elabora un informe, para enviarlo al dueño del hato, en el que se compara la producción de leche en horas de la mañana y en horas de la tarde, así como la variación de la producción por vaca.



	Mariquita	Negrita	Rosa	Blanca	Lola	Campesina	Pacita	Azul	Lupe	Papa
60	80	104	119	95	88	106	148	146	112	189
73	75	91	67	85	82	90	150	152	100	183

- 11.** Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar

Evidencias de aprendizaje

- Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- Enuncia diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.
- Usa adecuadamente expresiones como azar o posibilidad, aleatoriedad, determinístico.
- Anticipa los posibles resultados de una situación aleatoria.

Ejemplo

En las siguientes situaciones reconoce la presencia o no del azar y expone diferencias entre ellas para expresar la posibilidad de conocer, con exactitud, los resultados que se tendrán antes de la ocurrencia del evento.

- a. La selección de la cancha que le corresponde a uno de los equipos cuando se inicia un partido de fútbol en el campeonato mundial.
- b. La selección del nombre del mes entrante.
- c. La selección del menú del refrigerio de la mañana.
- d. La conformación de dos equipos para jugar fútbol.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

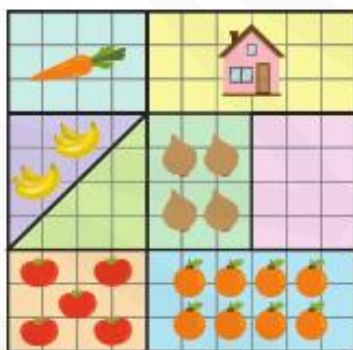
- 1.** Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

Ejemplo

Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen.



Expresa la fracción del total de la finca que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las respuestas y procedimientos empleados:

- a) La porción de tierra que piensa utilizar Don Marcos para construir su casa.
- b) La porción de tierra que se utilizará para sembrar bananos.
- c) La porción de tierra que se utilizará para sembrar.
- d) La porción de tierra que no se utilizará para sembrar.

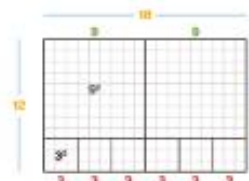
- 2.** Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.

Evidencias de aprendizaje

- Utiliza las propiedades de las operaciones con números naturales y racionales (fraccionarios) para justificar algunas estrategias de cálculo o estimación relacionados con áreas de cuadrados y volúmenes de cubos.
- Descompone un número en sus factores primos.
- Identifica y utiliza las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.
- Determina y argumenta acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias.

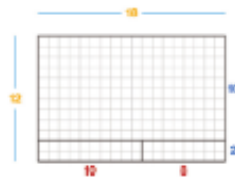
Ejemplo

Un profesor representa el producto $(3^2 \times 2) \times (2^2 \times 3)$ en una hoja cuadrículada de la siguiente manera:



$$\begin{aligned}
 18 \times 12 &= 2 \times (9 \times 6) + 6 \times (2 \times 6) \\
 &= 2 \times (9^2) + 6 \times (3^2) \\
 &= 2 \times (81) + 6 \times (9) \\
 &= 162 + 54 \\
 &= 216
 \end{aligned}$$

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



$$\begin{aligned}
 18 \times 12 &= (10 \times 12) + (5 \times 12) + (3 \times 12) \\
 &= 120 + 60 + 36 \\
 &= 216
 \end{aligned}$$

Al dividir de forma diferente la cuadrícula explora si es posible encontrar otra manera de representar el mismo producto.

3. Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones.

Evidencias de aprendizaje

- Representa fracciones con la ayuda de la recta numérica.
- Determina criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.

Ejemplo

Camilo construyó tres cintas métricas de la misma longitud y dividió la unidad de cada una de ellas en diferentes partes. Luego representó una fracción en cada una de ellas, como se muestra a continuación.



Utiliza las cintas de Camilo e identifica si $\frac{9}{5}$ es igual, mayor o menor a $\frac{11}{6}$.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 4.** Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

Evidencias de aprendizaje

- Determina las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- Realiza estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

Ejemplo

Con una pila de 50 cm se hacen rectángulos diferentes. El perímetro de estos rectángulos es el mismo, determina si sus áreas permanecen iguales.

Determina si se pueden hacer cajas de caras rectangulares de volúmenes diferentes pero en las que se necesite la misma cantidad de cartón para hacer sus moldes.

- 5.** Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

Evidencias de aprendizaje

- Compara diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.
- Calcula las medidas de los lados de una figura a partir de su área.
- Dibuja figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.
- Propone estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.
- Reconoce que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).

Ejemplo



Luisa y sus amigas quieren empacar unas tarjetas que tienen diferentes formas (triángulos y cuadriláteros) en sobres rectangulares. Antes de

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

empacar las tarjetas, les ponen un hilo decorativo en todo el borde.

La cantidad de papel utilizado en las tarjetas es 120cm^2 , o 144cm^2 o 120cm^2 . Por ejemplo, una tarjeta en forma de triángulo rectángulo mide en sus lados perpendiculares 20 cm y 12 cm, otra en forma de cuadrado mide de lado 12 cm.

Determina otras dimensiones posibles para los lados de las tarjetas utilizando esas cantidades de papel. Además, la longitud de sus respectivos lados para establecer la cantidad de hilo que se emplea en cada tarjeta y discute acerca de la posibilidad de tener varias tarjetas de igual área pero diferente perímetro. Explica los procedimientos utilizados.

6. Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

Evidencias de aprendizaje

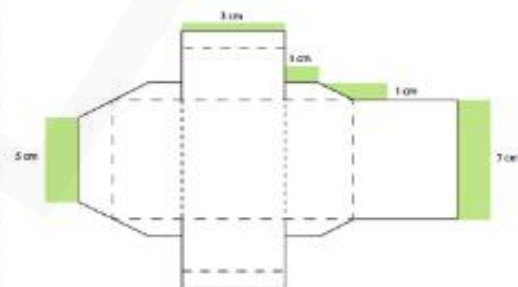
- Relaciona objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.
- Reconoce relaciones intra e interfigurales.
- Determina las mediciones reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- Utiliza transformaciones a figuras en el plano para describirlas y calcular sus medidas.

- Reconoce diferentes distribuciones de plantillas de un cuerpo en una superficie, las formas en que pueden acoplarse o encajar, lee la información que presenta la plantilla del cuerpo o su representación en un plano.

Ejemplo

La empresa Tortimax requiere un empaque para sus productos. El molde del empaque es el que se muestra en la figura y debe ser elaborado en cartón industrial. El tamaño de un plego de este material es de 100 cm X 70 cm.

Determina la cantidad de moldes del empaque que puede realizarse por plego para aprovechar al máximo el material. Describe y discute acerca del procedimiento utilizado.



Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 7.** Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.

Evidencias de aprendizaje

- Localiza puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas.
- Interpreta los elementos de un sistema de referencia (ejes, cuadrantes, coordenadas).
- Grafica en el plano cartesiano la posición de un objeto usando direcciones cardinales (norte, sur, oriente y occidente).
- Emplea el plano cartesiano al plantear y resolver situaciones de localización.
- Representa en forma gráfica y simbólica la localización y trayectoria de un objeto.

Ejemplo



Tatiana es una turista que ha venido a visitarnos. Ayuda a Tatiana a ubicarse a partir de un plano de la ciudad, municipio o barrio. Lo que prefieras:

- Realiza un mapa a escala del barrio en un papel cuadrículado.
- Crea un sistema de referencia para que Tatiana pueda conocer los mejores lugares usando los puntos cardinales (Norte, Sur, Oriente, Occidente).
- Escribe un mensaje a Tatiana para indicar cómo realizar el recorrido.

- Da instrucciones para seguir una trayectoria que permita ir de un sitio a otro. Propone otras trayectorias posibles.

- 8.** Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.

Evidencias de aprendizaje

- Propone patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamiento gráficos.
- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.

Ejemplo



Un recipiente cilíndrico recto, se llena con una llave que vierte 4 litros de agua cada 2 minutos. El cilindro tiene capacidad de 28 litros.

Determina cuánto tiempo tarda el recipiente cilíndrico en llenarse.

Determina cuántos litros hay en el recipiente a los cinco minutos después de abrir la llave. Determina qué ocurre con el nivel del agua a los 1 ó minutos.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 9.** Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y opera con operaciones no convencionales.
- Explora y busca propiedades de tales operaciones.
- Compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales.
- Resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.

Ejemplo

Representa verbales mediante expresiones numéricas: la multiplicación entre la suma de 24 más 45, y la resta de 24 menos 12. El doble de un número; el doble de un número aumentado en 5. La mitad de un número, la tercera parte de un número. Resuelve la ecuación: el doble de un número más 3 es igual a 9, encuentra el número.

- 10.** Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

Evidencias de aprendizaje

- Formula preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder.
- Registra, organiza y presenta la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea, y gráficos circulares.
- Selecciona los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar.
- Interpreta la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población.
- Escribe informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos.

Ejemplo



La alcaldía del municipio ha programado una serie de actividades deportivas y recreativas, y ha solicitado al colegio un informe en el que se indique las tallas de los zapatos y de los uniformes de los estudiantes de cuarto y quinto de primaria. Para dar solución a la situación, elabora una encuesta, recolecta la información y redacta un informe con los resultados obtenidos en el cual incluye tablas y gráficos y analiza la información

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

por cursos, por género y el comportamiento general de los dos grados.

- 11.** Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y encuentra la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.
- Explica la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.
- Selecciona una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.
- Argumenta la selección realizada empleando semejanzas y diferencias entre lo que cada una de las medidas indica.

Ejemplo



Una campaña emprendida por el Ministerio de Salud y Protección Social para prevenir el aumento en los índices de obesidad y diabetes infantil y juvenil, sugiere que en promedio cada persona debe realizar 30 minutos diarios de una actividad física aeróbica de intensidad moderada (caminar, trotar, correr, nadar, montar en bicicleta, etc.), para evitar el sobrepeso. Se afirma que para

cumplir con la campaña, cada persona debe hacer exactamente 30 minutos de ejercicio diarios. Argumenta la validez de esta afirmación.

- 12.** Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

Evidencias de aprendizaje

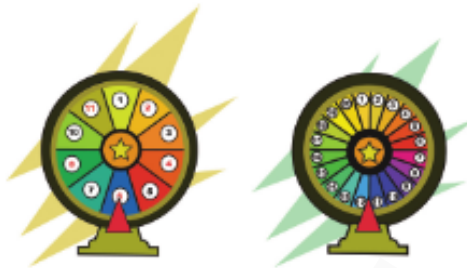
- Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- Enumera todos los posibles resultados de un experimento aleatorio simple.
- Identifica y enumera los resultados favorables de ocurrencia de un evento simple.
- Anticipa la ocurrencia de un evento simple.

Ejemplo

En un día de la recreación se realizan diferentes actividades con juegos de azar. Javier y Arturo eligen el juego de la ruleta. Las reglas acordadas son:

- Cada uno selecciona una ruleta (Ruleta 1 o Ruleta 2).
- Al mismo tiempo giran una vez cada ruleta.
- Javier gana si saca un número par.
- Arturo gana si saca un número impar.
- Si Javier saca Impar y Arturo saca par, vuelven a jugar.

Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Reconoce que el juego de la ruleta corresponde a una situación aleatoria, identifica los eventos, asigna la probabilidad de ocurrencia y da argumentos para decidir si el juego es o no justo estadísticamente.



Apéndice E. F-58 Formato de revisión ortográfica

F-58

Rev. 02
(IE)

**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE
EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA**
Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004
Acreditada mediante Resolución Nro. 15 del 31 de octubre de 2012

Carta de Aprobación de Revisión Ortográfica

Señores
Comité de Investigación UMECIT
Ciudad.

Yo, **MERY LUZ LUNA MUÑOZ** con cedula de identidad o pasaporte Nro. **20.651.168**, asesora de redacción, ortografía y estilo del trabajo de grado, tesis, ensayo o práctica profesional, realizado por **CARLOS ANDRÉS SALAZAR PÉREZ**, con cedula de identidad o pasaporte Nro. **80.827.824**, para optar al título de: **DOCTOR EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON ENFASIS EN INVESTIGACIÓN, FORMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE PROYECTOS EDUCATIVOS**, hago constar que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del Jurado examinador que se designe.

En **BOGOTÁ, COLOMBIA**, a los **24**, días, del mes **AGOSTO**, de **2020**.



Firma del Asesor

Nota: Anexar Diploma

REPUBLICA DE COLOMBIA
IDENTIFICACION PERSONAL
CEDULA DE CIUDADANIA

NUMERO **20.651.168**
LUNA MUÑOZ

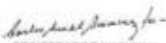
APELLIDOS
MERY LUZ

NOMBRES

FIRMA



INDICE DERECHO

FECHA DE NACIMIENTO **15-AGO-1958****GUATAVITA**
(CUNDINAMARCA)
LUGAR DE NACIMIENTO**1.51**
ESTATURA**O+**
G.S. RH**F**
SEXO**14-JUL-1977 GUATAVITA**
FECHA Y LUGAR DE EXPEDICION
REGISTRADOR NACIONAL
CARLOS ARIEL SÁNCHEZ TORRES

R-1500150-00202106-F-0020651168-20091206

0018748140A 2

29193675



EN NOMBRE DE LA REPUBLICA DE COLOMBIA, POR
AUTORIZACION DEL MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, LA

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CUMPLIDOS LOS ESTUDIOS Y REQUISITOS EXIGIDOS,

CONFIERE A

Mery Luz Luna de Parrado

C.C. 20.651.168 Guatavita

EL TITULO DE

LICENCIADO

EN LINGÜISTICA Y
LITERATURA

Mano
RECTOR
RECTORIA

SECRETARIO GENERAL

BOGOTA, Julio 7/89.

RESOLUCION DEL ICES No. 003525
DEL 30 DE DICIEMBRE DE 1.988

DIPLOMA No. 520

ANOTADO EN EL LIBRO 39

FOLIO 17-L

Bogotá, 11 Julio 1989

BOGOTA, D. E. Hace constar: Que este documento es una copia original de la minuta del NOTARIO VENTICHO DE BOGOTA, D. E. (Art. 74 (Dcto. 988/70) EL NOTARIO VENTICHO DE BOGOTA

14 AGO. 1989



República de Colombia



Universidad de la Sabana

considerando que, conforme a las disposiciones legales vigentes

Mery Luz Luna de Parrado

C.C. N° 20.651.168 de Guatavita.

cursó y aprobó los estudios y cumplió los demás requisitos académicos exigidos por la Universidad, le confiere el título de

Magister en Educación

Dado en Santa Fe de Bogotá D.C., a los 22 días del mes de Septiembre de 1995.



Rector

Presencia recibida atestada por la
resolución 135 de Enero 14 de 1996.
Ministerio de Educación Nacional.

Papasee Recalde
Rector

Anotado al folio 39-6 del libro de registro N° 95
a los 5 días del mes de Octubre de 1995

N° 11861



Secretaría de Educación

Apéndice F. formato de certificación de proyectos de formación

F-138
Rev. 00
(IE)

CERTIFICACIÓN DE PROYECTOS DE FORMACIÓN

Nombre del estudiante: CARLOS ANDRÉS SALAZAR PÉREZ

Cédula de identidad o pasaporte: Cédula de ciudadanía 80.827.824 de Bogotá, Colombia

País: COLOMBIA Región: CUNDINAMARCA

Carrera: DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, CON ÉNFASIS EN INVESTIGACIÓN, FORMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE PROYECTOS EDUCATIVOS

Período: ENERO 2018 Sede: VIRTUAL

Tipo de actividad realizada: Práctica profesional ☐ Pasantía ☐

Proyecto de Grado ☒

Empresa o institución donde la desarrolló: INSTITUCIÓN EDUCATIVA “SAN JOSÉMARIA ESCRIVÁ DE BALAGUER” Y “SANTA MARÍA DEL RÍO”

Tipo de Institución: OFICIAL

Dirección: AVENIDA PRADILLA #1E-70, MUNICIPIO DE CHÍA- VEREDA LA BALSA, SECTOR LAS JUNTAS VIA GUYMARAL KILÓMETRO 5

País: COLOMBIA Región: CUNDINAMARCA

Nombre del Experto de la Empresa que certifica.: JORGE ALBERTO PARRA NEIRA-MARIA PATRICIA ORTÍZ BENAVIDES

Cargo que ocupa en la empresa: RECTOR-RECTORA

Años de Experiencia: 29-41

Tema del Proyecto: Diseño e implementación de un modelo didáctico alternativo “MIRPROAR” para la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de la básica primaria.

Impacto, beneficio o aporte del Proyecto:

Se pretende afianzar las competencias matemáticas básicas de los estudiantes de la básica primaria por medio de la implementación de un modelo didáctico alternativo innovador, denominado “MIRPROAR”, con el fin de consolidar a estas dos instituciones educativas, en los primeros puestos dentro de todas las instituciones educativas oficiales del municipio de Chía, en los resultados de pruebas externas.

Comunidades, instituciones y/o personas beneficiadas:

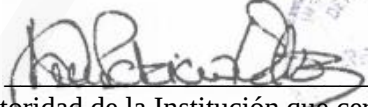
Instituciones educativas “San Josémaría Escrivá de Balaguer” y “Santa María del Río”.

Estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria no solo de las instituciones citadas, sino de cualquier institución educativa interesada en implementar la propuesta final de este trabajo de investigación.

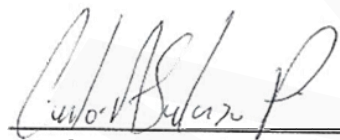
Aplicabilidad futura de los resultados de la actividad desarrollada por el estudiante en pro de la institución Este trabajo de investigación tiene la facilidad de poder ser aplicado en cualquier año escolar, en el grado cuarto de la básica primaria.




Autoridad de la Institución que certifica
Nombre: JORGE ALBERTO PARRA NEIRA
Sello de la institución




Autoridad de la Institución que certifica
Nombre: MARIA PATRICIA ORTIZ



Estudiante
Nombre: CARLOS ANDRÉS SALAZAR PÉREZ

Tutor académico
Nombre: Helmer Muñoz Hernández

Apéndice G. Formato de consentimiento informado de estudiantes

CONSENTIMIENTO INFORMADO

PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES, DOCENTES Y/O RECTOR

Institución Educativa: _____ Código DANE: _____

Docente Solicitante: CARLOS ANDRÉS SALAZAR PÉREZ

Yo _____ Mayor de edad,
en calidad de:

☐ Madre, ☐ padre, ☐ acudiente o ☐ representante legal del estudiante, Docente, ☐
Rector ☐ _____ de

años de edad, he sido informado(s) acerca de la participación, en una práctica escolar en el área de Matemáticas donde tanto estudiantes como docentes, colaboraran en un estudio denominado “Modelo didáctico alternativo “MIRPROAR”, para la resolución de problemas aritméticos en la básica primaria”.

La investigación será realizada por el docente Carlos Andrés Salazar Pérez, optante al título de Doctor en ciencias de la educación, con énfasis en investigación, formulación y evaluación de proyectos educativos de la Universidad metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología “UMECIT”.

Cabe aclarar que la participación en dicho proyecto de investigación, es de carácter voluntario tanto de los estudiantes, como de los docentes y que se realizará en los tiempos normales dentro de su jornada escolar y sus responsabilidades académicas, los datos obtenidos serán confidenciales, no se usarán para ningún otro propósito fuera de esta investigación y no afectara de ninguna manera la integridad de sus participantes.

Las imágenes y sonidos registrados durante la investigación se utilizarán únicamente para los propósitos de práctica educativa o como aporte cultural y que el uso de las mismas se hará de acuerdo con la normatividad vigente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

☐ DOY EL CONSENTIMIENTO

☐ NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Lugar y Fecha: _____

FIRMA: _____

CC: _____

Anexo H. Ejemplo de cuestionario aplicado a los docentes diligenciado

Apéndice B. Cuestionario dirigido a los docentes

CUESTIONARIO DIRIGIDO A DOCENTES:



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN,
CIENCIA Y TECNOLOGÍA
PROYECTO DE GRADO
MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA**

Estimado colega, la presente encuesta tiene como fin recopilar información importante sobre el estado de las convicciones y concepciones de los profesores de matemática, en cuanto a una problemática que se ha presentado y que actualmente se encuentra en las aulas de clase de los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria, a la hora de utilizar ejercicios de resolución de problemas aritméticos.

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INFORMACIÓN GENERAL

NOMBRE: Lilia Viviana Buitrago Barón

FECHA: 15 de agosto de 2019

INSTITUCIÓN DONDE LABORA: San Josemaría Escuela de Balaguer

De acuerdo a su criterio y experiencia responda a las siguientes preguntas

1. ¿En la actualidad, qué grado o nivel de escolaridad posee?

a. Licenciado en Matemáticas

☒ b. Licenciado en otra área

c. Profesional no licenciado

d. Especialista

e. Maestría

f. Doctorado

2. ¿En el último año ha realizado algún proceso de actualización y/o formación en el área de matemáticas?

a. SI

☒ b. NO

¿Cuál? _____

3. Marque el grado en el cual trabaja el área de matemáticas.

a. Tercero

☒ b. Cuarto

☒ c. Quinto

4. ¿Considera imprescindible el uso de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en su respectivo grado?

☒ a. SI

b. NO

¿Por qué?

Porque esto propicia el análisis y la proposición al tiempo que se realizan operaciones matemáticas.

5. ¿En sus planes de clase utiliza el planteamiento y la resolución de situaciones problemas como estrategia para la enseñanza de operaciones aritméticas?

☒ SI

b. NO

Describe ¿Cómo lo hace?

En la planeación de área de matemáticas, aparece el núcleo de resolución de problemas para la enseñanza de operaciones básicas.

6. ¿Cuánto tiempo dedica a la aplicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos en el aula?

a. 1 Clase

b. 2 a 5 clases

☒ 5 a 10 clases

d. 10 o más Clases

7. ¿Al planear la clase de matemáticas tiene en cuenta el enfoque para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos planteado en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de competencias del área según el Ministerio de Educación Nacional?

☒ SI

b. NO

¿Por qué?

Siempre se tienen en cuenta todo lo reglamentado por el MEN y se toman algunos ejercicios planteados por ellos.

8. De las siguientes estrategias pedagógicas y didácticas ¿cuáles utiliza para enseñar a los estudiantes la resolución de problemas aritméticos?

- a. Proponer a los alumnos problemas con diferentes tipos de contextos.
- b. Proponer problemas variados, en cuanto al número de soluciones.
- c. Hacer un dibujo

☒ Hacer que los estudiantes expliquen el problema con sus propias palabras

☒ Explicar y resolver el problema en conjunto con los estudiantes

☒ Otra

Cuál:

Dejar actividades para la casa con el fin de reforzar los conocimientos.

9. ¿Qué material didáctico utiliza para la explicación de ejercicios de resolución de problemas aritméticos?

- a. Materiales manipulativos

☒ Tablero

- c. Bloques lógicos

☒ Guías de trabajo

- e. Herramientas TIC

f. Otro

10. ¿Las estrategias utilizadas por usted para la resolución de problemas aritméticos han favorecido el aprendizaje de las operaciones básicas?

☒ SI

b. NO

¿Por qué?

Los niños han aprendido a realizar bien las operaciones.

11. ¿Utiliza algún modelo y/o propuesta didáctica para la explicación de resolución de problemas aritméticos?

a. SI

☒ NO

En caso de ser afirmativa su respuesta. Describala por favor.

12. ¿Los ejercicios de resolución de problemas aritméticos aplicados en clase, son:

a. Diseñados por usted

☒ Tomados de libros de texto

c. Tomados de internet

d. Inventados por los niños.

13. ¿Qué porcentaje de sus estudiantes considera que resuelven correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

- a Menos del 20%
- b Entre 20 y 40%
- ☒ c Entre 40 y 60%
- d Más de 60%

14. ¿Qué causas inciden para que algunos estudiantes no logren resolver correctamente situaciones problema con operaciones básicas?

- a. No se entiende el enunciado del problema
- ☒ b. Escogen erróneamente la operación para resolverlo
- c. No manejan el logaritmo de las operaciones básicas
- d. Apatía hacia el área de las matemáticas

¡MUCHAS GRACIAS!

Anexo I. Ejemplo de cuestionario pre test aplicado a los estudiantes diligenciado

CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES PRE-TEST:



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA PROYECTO DE GRADO MODELO DIDÁCTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA BÁSICA PRIMARIA

Apreciado estudiante

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de mi trabajo de tesis de doctorado en ciencias de la educación, con énfasis en formulación, investigación y evaluación de proyectos educativos y en ninguna ocasión se revelará el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Además, esta prueba no tiene nota, ni incidencia en tu proceso académico. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

CURSO

San José María Escuela de Balaguer
Tercero

A continuación, encontrará una serie de preguntas y problemas matemáticos, léalos con atención y responda, marcando una X en la respuesta correcta, por favor realizar los procedimientos de cada ejercicio

1. ¿Sabes que es un problema de matemáticas?

a) SI

b) NO

2. ¿Ha resuelto alguna vez un problema de matemáticas?

- a. ☒ SI
- b. ☐ NO

3. ¿Crees que es importante aprender a resolver problemas?

- a. ☒ SI
- b. ☐ NO

4. Cuando su profesor explica en la clase de matemáticas ¿le entiendes?

- a. Siempre
- ☒ b. La mayoría de las veces
- c. Algunas veces
- d. Nunca

5. ¿Qué materiales utiliza su profesor para enseñar en matemáticas? Puede marcar varias opciones

- ☒ a. Tablero
- b. Libros
- c. Herramientas tecnológicas
- ☒ d. Guías y talleres impresos
- ☒ e. Material didáctico
- f. Otras, ¿cuáles? _____

6. ¿Dónde resuelves problemas matemáticos?

- ☒ a. Colegio
- ☒ b. Casa
- c. Con tus amigos
- d. Otros lugares ¿Cuáles? : _____

7. Para su cumpleaños Juan invito a sus 32 amigos del colegio, a su primo 2 años menor, a su amigo del barrio, quien compró 3 canicas y a sus 6 amigos del barrio. ¿Cuántos niños invito Juan a su fiesta?

a. 30
b. 39
c. 26
d. 43

8. Josefa va al supermercado con \$13 000, compró un kilo de arroz que le costó \$4 500 y compró 2 jugos de naranja. Si a Josefa le entregaron \$6 100 de vuelto. ¿Cuánto costó cada jugo?

Datos	Pregunta	Operación aritmética	Operatoria
13.000 4.500 6.100	¿Cuánto Costó cada Jugo?	Resta	$ \begin{array}{r} 13.000 \\ -4.500 \\ \hline 8.500 \\ -6.100 \\ \hline 2.400 \end{array} $

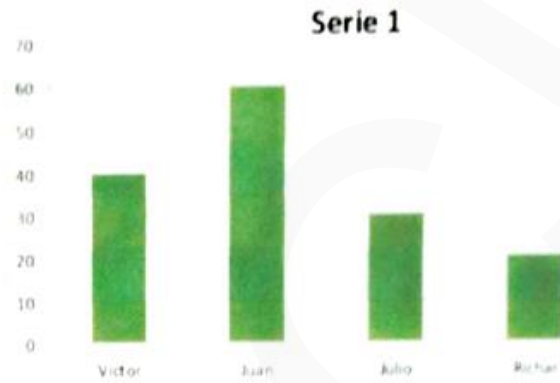
a. \$2400
b. \$1200
c. \$3050
d. \$1000

9. Un edificio de veinte pisos tiene una altura de 48 metros. Un edificio de catorce pisos tiene una altura de 33 metros. ¿Cuál es la diferencia entre las alturas de los edificios?

a. 81 metros
b. 5 metros
c. 15 metros
d. 10 metros

10. En 2010 había 400 conejos en el zoológico de Santa Cruz. En 2011 había 1 200 conejos en el zoológico. ¿Cuántos conejos más había en el 2011 que en el 2010?
- a. 1600
 - b. 2010
 - ☒ c. 800
 - d. 2011
11. ¿Qué operación utilizaste para responder las preguntas de los ejercicios 9 y 10?
- a. División
 - b. Suma
 - ☒ c. Multiplicación
 - d. Resta
12. Un estudiante de este colegio, me ha dicho que se ha soñado encontrando un tesoro en una isla desierta, que tenía en total 3000 monedas de oro repartidas por igual en 3 cofres. Además, en cada cofre había también 200 monedas de plata y 2 veces más monedas de bronce que de plata. ¿Cuántas monedas había en total en cada cofre?
- ☒ a. 1600
 - b. 1000
 - c. 400
 - d. 200

Observa el gráfico de barras:



13. El médico mide la talla de 4 niños ¿Cuál de los niños mide 60 centímetros?

- a Julio
- ☒ b Juan
- c Victor
- d Richard

14. ¿Cuántos centímetros más mide Juan que Julio?

- a 20 centímetros
- b 40 centímetros
- ☒ c 30 centímetros
- d 10 centímetros

15. ¿Cuenta con computador, portátil o Tablet en su casa?

- ☒ a SI
- b NO

16. ¿Cuenta con servicio de internet en casa?

a SI

b NO

¡MUCHAS GRACIAS!

Anexo J. Ejemplo de aplicación de cuestionario pos test diligenciado

A cada estudiante se le hizo entrega del cuestionario y se le pidió que lo respondiera en hojas blancas, siguiendo cada uno de los pasos del modelo alternativo “MIRPROAR”

CUESTIONARIO

A continuación, encontrara una serie de preguntas y problemas matemáticos, léalos con atención, por favor realizar los procedimientos de cada ejercicio, siguiendo los pasos del modelo MIRPROAR por detrás de la hoja.

Es de aclarar, que a los estudiantes se les solicito previamente que recolectaran la información necesaria para la realización de este cuestionario.

6. Vamos a organizar una fiesta de cumpleaños en tu casa para uno de tus hermanos, a la cual van a asistir 20 personas. Para esta fiesta requieres una torta, una piñata, sorpresitas y gaseosa. Además de los desechables. ¿Cuánto dinero necesitas para poder realizar la fiesta?
7. Debes asistir a una cita médica en la ciudad de Bogotá, tus papás te van acompañar y ellos cuentan con un presupuesto de \$30000. ¿será que este dinero es suficiente, teniendo en cuenta el costo del transporte desde tu casa hasta Bogotá y la toma del almuerzo para los tres? ¿Cuánto dinero les sobra o les hace falta?
8. Para el día del maestro en tu colegio, van a organizar un compartir. A cada estudiante le van a dar una porción de pizza con gaseosa, al igual que a tu director de curso. ¿Cuánto cuesta en total la comida y los desechables para el compartir, en total? ¿Cuánto dinero debe aportar cada estudiante para este compartir, teniendo en cuenta que el profesor no aporta dinero?
9. De secretaria de educación enviaron un paquete tamaño familiar de gomas trululu para compartir entre los estudiantes de tu curso, ¿Cuántas gomas le corresponde a cada estudiante?

Para esta semana tus padres te dieron \$45000 para los onces de todos los días. ¿Cuánto dinero puedes gastar cada día? Realiza una lista de qué puedes comprar cada día y cuánto dinero vas a gastar. ¿Te queda algo de dinero al final de la semana?

SOLUCIÓN

Problema 1

Paso 1 Hipótesis: Yo creo que para la fiesta necesitan \$50.000, porque en la fiesta de mi hermana más o menos eso gastó mi papá. Meta: Con este problema deseo mejorar para resolver problemas.	Paso 2 Torta: \$15.000 Pinta: \$20.000 Suprimitas: cada una \$2.000 Gaseosa: \$10.000	Paso 3 Para resolver el problema necesito hacer una suma y poder sumar y encontrar el total, y también multiplicar. <table> <tr> <td>15.000</td> <td>2000</td> </tr> <tr> <td>20.000</td> <td>$\times 20$</td> </tr> <tr> <td>2000</td> <td>$\frac{0.000}{+ 4.000}$</td> </tr> <tr> <td>+ 10000</td> <td>$\frac{40.000}{40.000}$</td> </tr> <tr> <td>40.000</td> <td></td> </tr> <tr> <td>RIA: \$87.000</td> <td></td> </tr> </table>	15.000	2000	20.000	$\times 20$	2000	$\frac{0.000}{+ 4.000}$	+ 10000	$\frac{40.000}{40.000}$	40.000		RIA: \$87.000	
15.000	2000													
20.000	$\times 20$													
2000	$\frac{0.000}{+ 4.000}$													
+ 10000	$\frac{40.000}{40.000}$													
40.000														
RIA: \$87.000														

Paso 4.
Mi hipótesis fue falsa, porque yo dije \$50.000 y el resultado fue \$87.000 pero estuve cerca.
Si cumplí mi meta, porque pude mejorar.

Relación con mi vida
Este problema se parece mucho a cuando mi papá organizó la fiesta de mi hermanita y cuando sea mi fiesta ya podré ayudar.

Problema 2

Paso 1

Hipótesis:

Yo creo que para ir a Bogotá se gastará más o menos \$20.000 y si le va a alcanzar a mi papá para ir a mi cita médica porque no es tan lejos.

Meta personal:

Yo quisiera con este problema poder saber cuánto se gasta para ir a Bogotá.

Paso 2

Recolección: El pasaje a Bogotá vale en flota chia \$3.000 de ida y \$3.000 de vuelta. Somos 3 personas las que vamos a ir.

Paso 3

Desarroll de habilidad

$$\begin{array}{r}
 \text{Chia} \quad | \quad 3.000 \\
 \hline
 \text{Bogotá} \quad | \quad 3.000 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 3.000 \\
 \times 3 \\
 \hline
 \$9.000
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Bogotá} \quad | \quad 3.000 \\
 \hline
 \text{Chia} \quad | \quad 3.000 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 3.000 \\
 \times 3 \\
 \hline
 \$9.000
 \end{array}
 \end{array}$$

Ahora tengo que sumar

$$\begin{array}{r}
 9000 \\
 + 9000 \\
 \hline
 \$18.000
 \end{array}$$

Ahora tengo que restar lo que tiene mi papá

$$\begin{array}{r} \$ 30.000 \\ - 18.000 \\ \hline 12.000 \end{array}$$

Rta: si le alcanza la plata
porque se gasta 18000
y sobran \$12.000

Paso 4

Mi hipótesis fue verdadera porque si se gasta casi \$20000.

Si cumplí mi meta porque ahora se cuanto se gasta para ir a Bogotá.

Relación con mi Vida

Este problema me sirve para saber lo que se gastan las personas cuando van a Bogotá y cuando me toque ir a Bogotá con mis papas y se cuanto gastaremos.

Problema 3

Paso 1

Hipótesis

Yo creo que gastaremos \$20.000 para el compartir.

Meta.

Conocer cuanto se gasta en un compartir.

Paso 2 Recolección

La pizza tiene 10 porciones y vale \$30.000

La gaseosa vale \$5.000 la 3,5 litros

Los vasos vienen 50 y vale \$3.000

Las servilletas vales \$4000

En total somos 31 estudiantes y el profe

Paso 3

Pizza: son 3 pizzas y dos porciones que
vulen \$3.000

$$\begin{array}{r} 30000 \\ \times 3 \\ \hline \$90.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \\ \times 2 \\ \hline \$6000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90000 \\ + 6000 \\ \hline \$96000 \end{array}$$

Suma todo

$$\begin{array}{r} 96000 \\ 5000 \\ + 3000 \\ + 4000 \\ \hline 108.000 \end{array}$$

Rta: No gastamos \$108.000

Paso 4

Mi hipótesis fue falsa porque no se gastaron \$20.000
Cumpli mi meta ya se cuanto gastamos para el
computar

• Relacion con mi vida diaria

Con este problema ya podemos saber como organizar
un computador y ayudar a saber cuanto gastamos

Problema 4 Paso 1

Hipótesis

Nos toca de a 2 gomas a cada uno
Mesa

Saber computar bien y repartir

Paso 2

1 paquete tiene 50 gomas

En el curso somos 31 y el profe

Paso 3

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 32} \\ - 32 \overline{) 1} \\ \hline 18 \end{array}$$

Nos toca de a 1 goma
y partir las que sobren

Paso 4

Mi hipótesis fue falsa ya crei que alcanzaban de a
2

Mi meta si la cumpli porque supe repartir

Relación con mi vida

Cuando repartimos cosas sobre computar bien

Problema 5

Paso 1

Mi hipótesis es que creo que si me va a alcanzar la plata que me den.

Mi meta es poder comprar muchas cosas con la plata que me den.

Paso 2

Lunes

Jugo: \$600
 Perro: \$1000
 Helada: \$500
 Cintas de Azúcar: \$100

Martes

Gaseosa: \$1000
 Perro: \$1000
 Pículito: \$300

Miércoles

Jugo: \$600
 Hamburguesas: \$2000
 Cintas: \$100

Jueves

Gaseosa: \$1000
 Pizza: \$1.200
 Pinitalengras: \$700

Viernes

Gaseosa: \$1000
 Papas: \$1000

Paso 3

1600
 1000
 500
 100

 \$2.200

1000
 1000
 300

 \$2300

600
 2000
 100

 \$2700

1000
 1200
 700

 \$2900

1000
 1000

 \$2000

2
 2200
 2300
 2700
 2900
 2000

 \$12.100

Si me alcanza la plata

Paso 4

mi hipótesis fue verdadera porque si me alcanza la plata

Si cumplí mi meta porque pude comprar muchas cosas y me sobró plata para algo más.

Relación con mi vida diaria

Este problema me sirve porque puedo manejar bien la plata que me dan.