



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y
TECNOLOGÍA

Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004

Acreditada mediante Resolución N°15 del 31 de octubre de 2012

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Procesos semánticos lógico matemáticos para la implementación de un
manual interactivo en la web para estudiantes de primer semestre de la
Universidad de Antioquia

Trabajo presentado para optar al grado de Doctor en Ciencias de la
Educación

Rubén Darío Sierra Álvarez

Zoleida de Jesús Liendo Durán

Panamá, mayo 2019



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y
TECNOLOGÍA

Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004

Acreditada mediante Resolución N°15 del 31 de octubre de 2012

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Procesos semánticos lógico matemáticos para la implementación de un
manual interactivo en la web para estudiantes de primer semestre de la
Universidad de Antioquia

Trabajo presentado para optar al grado de Doctor en Ciencias de la
Educación

Rubén Darío Sierra Álvarez

Zoleida de Jesús Liendo Durán

Panamá, mayo 2019

Dedicatoria

La presente tesis está dedicada a mi madre Cecilia Álvarez, por su amor y sacrificio incondicional durante todos estos años, además, me enseñó que el mejor conocimiento que se puede tener es el que se aprende por sí mismo y a mi esposa María Alejandra Trujillo, quien, con su amor y apoyo a lo largo de toda esta etapa de duración de mi estudio doctoral, ayudo para mi formación y mi crecimiento personal.

Rubén Darío Sierra Álvarez.

Agradecimientos

Por su dedicación, apoyo, colaboración, paciencia y estímulo permanente, a la Doctora Zoleida Liendo Durán, docente de la Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, directora del presente trabajo de investigación.

Al docente John Jairo Castañeda, quien me abrió los espacios necesarios en la Universidad de Antioquia para relacionarme con los estudiantes y así desarrollar este trabajo de investigación.

Al docente Julián Sánchez que, con su empuje, apoyo y permanente disposición, fue una persona que supo estar en el momento que lo necesitara para solucionar inquietudes, darme recomendaciones oportunas y precisas, para garantizar el éxito de esta investigación.

Ruben Darío Sierra Álvarez. **Procesos semánticos lógico matemáticos para la implementación de un manual interactivo en la web para estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia.** Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología. Doctor en Ciencias de la Educación. Panamá. 2019

Resumen

Los procesos lógico matemáticos, son estructuras realizadas por un estudiante al momento de resolver un problema matemático. El objetivo de esta investigación es diseñar y ejecutar una estrategia didáctica para que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos expresados en un lenguaje natural. Esta investigación se encuentra enmarcada en la línea de investigación Cibersociedad y Globalización en el área TICs y recursos tecnológicos cuyo eje temático es entornos virtuales. Es de tipo empírico inductivo y diseño aplicativo (Padrón 2007), tuvo como propósito implementar un manual interactivo web que permitan mejorar los procesos semánticos lógico matemáticos utilizados en el lenguaje formal, este trabajo está planteado especialmente para los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia. Las principales teorías que enmarcan este estudio son las relacionadas con la resolución de problemas matemáticos establecidos en un lenguaje natural, los conceptos semántico lógico matemático y, además, la relación que existe entre las herramientas digitales para el mejoramiento del aprendizaje. La investigación se apoyó en los aportes de autores como: Goñi (2011); Pargas (2009); Fandos (2012), entre otros. El objeto de intervención se aplicó a 67 estudiantes que cursan matemáticas operativas en la universidad, quienes interactuaron en el sitio web con los contenidos digitales, actividades didácticas, interactivas y otros elementos alojados en el sitio. Los resultados de los instrumentos utilizados: un pretest y un postest realizado después de interactuar con el sitio web, evidencian que existe una relación positiva en cuanto al mejoramiento de los procesos semántico lógico matemáticos luego de realizada la intervención propuesta.

Palabras clave: Semántica matemática, TIC, manual interactivo, lenguaje formal, lenguaje natural.

Abstract

The logical mathematical processes are structures performed by a student when solving a mathematical problem. The objective of this research is to design and execute a didactic strategy for students to solve mathematical problems expressed in a natural language. This investigation is framed in the line of research Cybersociety and Globalization in the ICTs area and technological resources whose thematic axis is virtual environments. It is of inductive empirical type and application design (Padrón 2007), had as its purpose to implement an interactive web manual that allows to improve the mathematical logical semantic processes used in the formal language, this work is proposed especially for the first semester students of the University of Antioquia. The main theories that frame this study are those related to the resolution of mathematical problems established in a natural language, the mathematical logical semantic concepts, and in addition, the relationship that exists between digital tools for the improvement of learning. The research was based on the contributions of authors such as: Goñi (2011); Pargas (2009); Fandos (2012), among others. The object of intervention was applied to 67 students who study operational mathematics at the university, who interacted on the website with digital content, didactic, interactive activities and other elements housed on the site. The results of the instruments used: a pretest and a posttest performed after interacting with the website, show that there is a positive relationship in terms of improving the mathematical semantic logical processes after the proposed intervention.

Key Words: Mathematical semantics, ICT, interactive manual, formal language, natural language.

Tabla de contenido

Resumen	III
Abstract.....	IV
Tabla de contenido	V
Lista de gráficos.....	IX
Lista de ilustraciones	IX
Lista de tablas.....	IX
Lista de anexos.....	X
INTRODUCCIÓN	XI
CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	15
1. Planteamiento del problema	16
2. Pregunta de investigación.....	24
3. Objetivos de la investigación.....	24
3.1. Objetivo general	24
3.2. Objetivos específicos.....	25
4. Justificación e impacto	25
5. Alcance y limitaciones.....	28
CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN	30
1. Epistemología de los procesos semántico lógico matemáticos	31
2. Antecedentes de la investigación.....	36
3. Marco Legal	52
4. Semántica en el aprendizaje de las matemáticas.	55
4.1. Características del discurso matemático	61
4.2. Confusión entre lenguajes matemáticos y lenguajes naturales	62
4.3. La comprensión en la resolución de problemas	64
5. Estrategias para el aprendizaje.....	65
5.1. Resolución de ejercicios y problemas	66
5.2. Trabajo autónomo o aprendizaje autorregulado	66
5.3. Interactividad	67
5.4. Características para un entorno multimedia efectivo	68

6. Marco conceptual.....	69
6.1. Educación matemática y sistemas de representación.....	70
6.2. Internet en la educación	70
6.3. Educación matemática y tecnología	73
6.4. La cuestión del significado de los objetos matemáticos	75
6.5. Lenguaje matemático: significado y representación	76
7. Teorías Psicológicas que fundamentan el desarrollo del lenguaje lógico matemático	78
7.1. Psicología del conectivismo.....	80
7.2. Las representaciones mentales en la psicología cognitiva	85
7.3. El aprendizaje en el conectivismo	86
8. Marco Tecnológico.....	87
8.1. La Internet	87
8.2. Interactividad	88
8.3. Edu 2.0	89
8.4. Wikispaces	90
8.5. Slideshare.....	90
8.6. YouTube.....	90
8.7. Objetos de aprendizaje.....	91
8.8. Jigsaw planet.....	91
8.9. Educaplay.....	92
8.10. Website	92
8.11. Sistema de variables	98
8.12. Variable estructura lingüística de interpretación formal.....	98
8.13. Variable procesos semánticos lógico matemáticos	101
CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO	105
1. Naturaleza de la investigación	106
2. Enfoque Epistemológico	106
3. Tipo de Investigación	108
4. Diseño de la Investigación	108

5. Técnicas e Instrumentos de recolección de la información.....	111
5.1. Pre test.....	111
5.2. Pos test.....	112
6. Procedimientos para validar los instrumentos.....	113
6.1. Confiabilidad y validez de los instrumentos.....	113
6.2. Validez de la prueba diagnóstica (Pretest).....	117
6.3. Validez de la prueba final (Postest).....	120
7. Análisis de la información	125
8. Población y muestra.....	125
8.1. Nivel de confianza	128
9. Estrategias	128
9.1. Diseño de estrategias.....	128
9.2. Evaluación final	129
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS	130
1. Procesamiento de los datos.....	131
1.1. Elementos de una tabla de frecuencia	133
1.2. Resultados y análisis del pretest	135
1.3. Resultados y análisis del postest.....	148
1.4. Análisis comparativo entre el pretest y el postest.....	154
2. Otros resultados estadísticos.....	159
2.1. Resultados por estudiante Pretest.....	159
2.2. Resultados por estudiante Postest	161
2.3. Resultados y análisis del postest en el grupo de control	164
CAPÍTULO V. PROPUESTA.....	169
1. Denominación de la propuesta	170
2. Objetivos	170
2.1. Objetivo general	171
2.2. Objetivos específicos.....	172
3. Beneficiarios	172
4. Descripción o componentes de la propuesta	173

4.1. Guía epistemológica: Enfoque fenomenológico	173
4.2. Guía Teórica: Modelo de Aprendizaje Sociocultural	174
5. Estrategias de Aprendizaje	179
5.1. Orientación dinamizadora	182
6. Fundamentación	183
7. Producto	184
8. Localización	185
9. Método	185
9.1. Actividades propuestas en el sitio web	186
10. Cronograma	188
11. Recursos	189
12. Presupuesto	189
12.1. Propuesta para el desarrollo de web site personal	189
12.2. Plazos estimados	192
CONCLUSIONES	195
RECOMENDACIONES	204
ANEXOS	207
BIBLIOGRAFÍA	226

Lista de gráficos

Gráfico 1	17
Gráfico 2	18
Gráfico de barras 1	139
Gráfico de barras 2	151
Gráfico de barras 3	153
Gráfico de barras 4	156
Gráfico de barras 5	157
Gráfico de barras 6	158
Gráfico de barras 7	165
Gráfico de barras 8	167
Grafico circular 1.....	140
Grafico circular 2.....	147
Grafico circular 3.....	152

Lista de ilustraciones

Ilustración 1.....	116
Ilustración 2.....	184
Ilustración 3.....	192

Lista de tablas

Tabla 1.....	81
Tabla 2.....	103
Tabla 3.....	117
Tabla 4.....	118
Tabla 5.....	119
Tabla 6.....	119
Tabla 7.....	121
Tabla 8.....	121
Tabla 9.....	122

Tabla 10	123
Tabla 11	131
Tabla 12	142
Tabla 13	155
Tabla 14	162
Tabla 15	188
Tabla de frecuencia 1	136
Tabla de frecuencia 2	149
Tabla de frecuencia 3	164

Lista de anexos

Anexo 1. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Pretest	208
Anexo 2. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Postest.....	209
Anexo 3. Validez Característica Resultado. Pretest.....	210
Anexo 4. Validez Característica Resultado. Postest.....	212
Anexo 5. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Pretest.....	214
Anexo 6. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Postest	215
Anexo 7. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Pretest	216
Anexo 8. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Postest.....	217
Anexo 9. Pretest	218
Anexo 10. Pretest resuelto por un estudiante	219
Anexo 11. Postest.....	220
Anexo 12. Postest resuelto por un estudiante	221
Anexo 13. Estudiantes resolviendo el test	223
Anexo 14. Validez experto 2	224
Anexo 15. Aprobación de revisión ortográfica	225

INTRODUCCIÓN

La educación es una herramienta importante que posibilita alcanzar un desarrollo y un progreso para la sociedad. Es imperioso generar nuevos conocimientos y maneras de llegar a ellos para poder lograr una transformación de los educandos con el fin de satisfacer las exigencias de un mundo en continuo cambio, la educación debe moverse al ritmo de la globalización y por tal razón debe estar siempre en un constante crecimiento y evolución.

Desde esta perspectiva, esta investigación permite ampliar la gama de estrategias que en educación se emplea para lograr el objetivo principal que es la comprensión por parte de los estudiantes de lo que se desea enseñar, la labor incansable nuestra como docentes es la innovación en los procesos de enseñanza aprendizaje. Por otra parte, se dará respuesta a la pregunta de investigación ¿Cuáles elementos se pueden incorporar en el diseño de un manual interactivo en la web, utilizando conceptos de lenguaje formal para la solución de problemas en los procesos semánticos lógicos matemáticos en los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia?

La temática del trabajo de investigación, comprende la semántica matemática que es el estudio de los signos, símbolos y sus diferentes relaciones formales para poder interpretar y dar solución a problemas matemáticos expresados en un lenguaje común. El propósito de este estudio es diseñar una estrategia que posibilite mejorar los procesos que realizan los estudiantes en la resolución de situaciones matemáticas planteadas, ya que se pudo evidenciar que los estudiantes que cursan matemáticas operativas en el primer semestre de la Universidad de Antioquia, presentan dificultades en

la interpretación semántica y de sintaxis en este tipo de situaciones matemáticas. Por esta razón, resulta importante analizar cuáles son las dificultades presentadas por los estudiantes para luego diseñar la estrategia que permita subsanarlas.

Basado en la problemática presentada por los estudiantes objeto de estudio y con los fundamentos planteados en la investigación por los diferentes autores relacionados, se propone diseñar un manual interactivo en la web para mejorar los procesos semánticos lógico matemáticos, de conceptos utilizados en el lenguaje formal. Todo el proceso constructivo realizado en este trabajo se encuentra dividido en seis capítulos cuyos contenidos se esbozan brevemente a continuación.

En el

CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA, se describen los antecedentes que dieron origen al problema de investigación y sus objetivos, así como el contexto general de la problemática planteada a nivel internacional y nacional con el fin de ubicar al lector en los temas que se van

a abordar en el resto del trabajo. Además, se plantea la importancia y el alcance de la investigación para los fines pedagógicos.

El

CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN, hace referencia al marco teórico, en él se describen algunas investigaciones que giran en torno a la semántica matemática, las tecnologías de la información y comunicación aplicadas en el campo educativo y los procesos de transformación del lenguaje natural al lenguaje formal en el campo de las matemáticas. De igual manera, en este capítulo se presentan elementos que dan base para la construcción del marco conceptual, estos elementos se relacionan entre sí agrupando factores del pensamiento lógico matemático que permiten generalizar modelos de entendimiento de la semántica matemática.

En el

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO se describe el proceso de investigación. En este apartado, el lector encontrara la naturaleza de la investigación, el enfoque epistemológico, el tipo y el diseño de la investigación. Así mismo, todo lo referente a la población, muestra e instrumentos utilizados en el proceso investigativo, además de su respectiva validez y confiabilidad. Las características del pretest y del posttest, que fueron los instrumentos utilizados para la medición antes y después de la intervención y que dieron sustento a los resultados obtenidos.

En el

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS, se muestran los hallazgos obtenidos a partir de los instrumentos utilizados en el proceso investigativo, los cuales están relacionados en el análisis de los instrumentos. Los resultados de la aplicación de los instrumentos están especificados uno a uno mediante tablas de frecuencia y gráficos estadísticos. Este análisis se desarrolló en tres momentos: análisis del pretest, análisis del posttest y el análisis realizado luego de la contrastación entre los resultados de los dos instrumentos.

En el Capítulo V, se presenta la propuesta diseñada como objetivo general de esta investigación, se describen paso a paso cada una de las estrategias de intervención realizadas, la fundamentación, los objetivos propuestos para el diseño del sitio web, la población objetivo, el producto desarrollado, la ubicación de los participantes, las actividades que contiene el web site, los tiempos establecidos para el desarrollo del sitio, los recursos, el presupuesto y resultado final. Además, el lector encontrara la dirección de la URL (Uniform Resource Locator), que es la dirección específica del recurso disponible en la red; esta dirección es en la que quedo configurada el dominio del sitio web.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales y recomendaciones que se lograron establecer acerca de los aspectos que influyen en el mejoramiento de los procesos semántico lógico matemáticos. Además, la triangulación entre el estado del arte, el marco teórico y los resultados.

CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

1. Planteamiento del problema

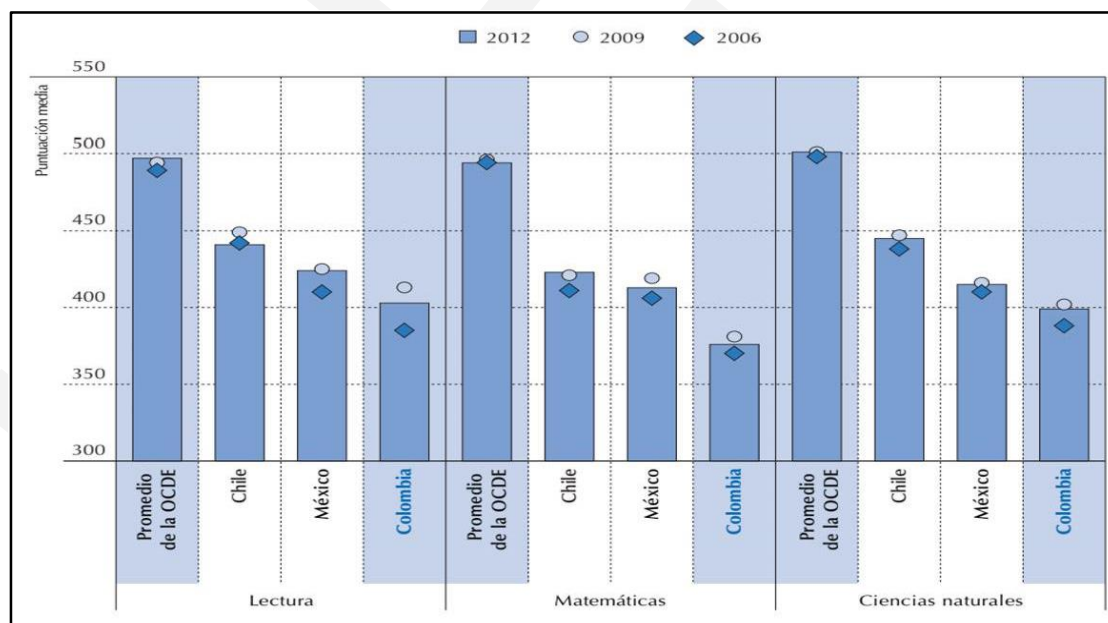
En la actualidad son muchos los estudios que buscan la resolución de problemas matemáticos, y que han desarrollado un elemento común a los tratados de psicología, han despertado un interés creciente de las estrategias de la matemática, como investigación educativa, dado el alto nivel de desarrollo teórico y práctico que la sustenta. Es así como la solución de problemas en la enseñanza de la lógica matemática se desarrolla desde la construcción de ejercicios de aplicación o cálculo complejo, hasta convertirse en un objetivo prioritario de la instrucción en instituciones educativas y universidades. Para entender esto, es importante contextualizar las inteligencias múltiples en el estudio lógico-matemático y lingüístico, que han sido valoradas con relevancia en la cultura occidental. Actualmente la enseñanza tradicional encuentra dos tipos de estudiantes: los de ciencias y los de letras.

En este sentido, Gardner (1983), afirma que estas dos inteligencias son fundamentales en la educación formal y por este motivo las incluye dentro de su modelo de las Inteligencia Múltiples (IM). La inteligencia lógico-matemática, se destaca en los estudios de Piaget donde se demuestra que la comprensión de los procesos matemáticos elementales, dependen de la básica construcción de nociones lógicas, que el cerebro elabora espontáneamente en la interacción con su medio ambiente. También dice que la lógica no viene del lenguaje, sino de las coordinaciones generales de la acción y que la pedagogía matemática no puede olvidarse de las acciones, porque además de las experiencias físicas, existen las lógico-matemáticas, que sirven de preparación para el espíritu deductivo y que deben estar presentes en todo proceso de enseñanza de la matemática. (Piaget, 1972, pág.95).

A pesar de estas nociones lógicas, replicadas por los docentes e instituciones, los resultados muestran que las deficiencias en las pruebas matemáticas afectan de manera negativa el desempeño académico en los diferentes niveles de educación primaria, secundaria y superior, evidenciando que los estudiantes presentan dificultades para desarrollar ejercicios de lógica matemática. Del mismo modo, los resultados nacionales de las Pruebas Saber 9 dejan ver que el nivel de matemática es bajo. (Rodríguez, Jurado, Rodríguez y Castillo, 2006).

Gráfico 1

Desempeño en las pruebas PISA y cambio anualizado en todas las asignaturas (2006, 2009 y 2012).



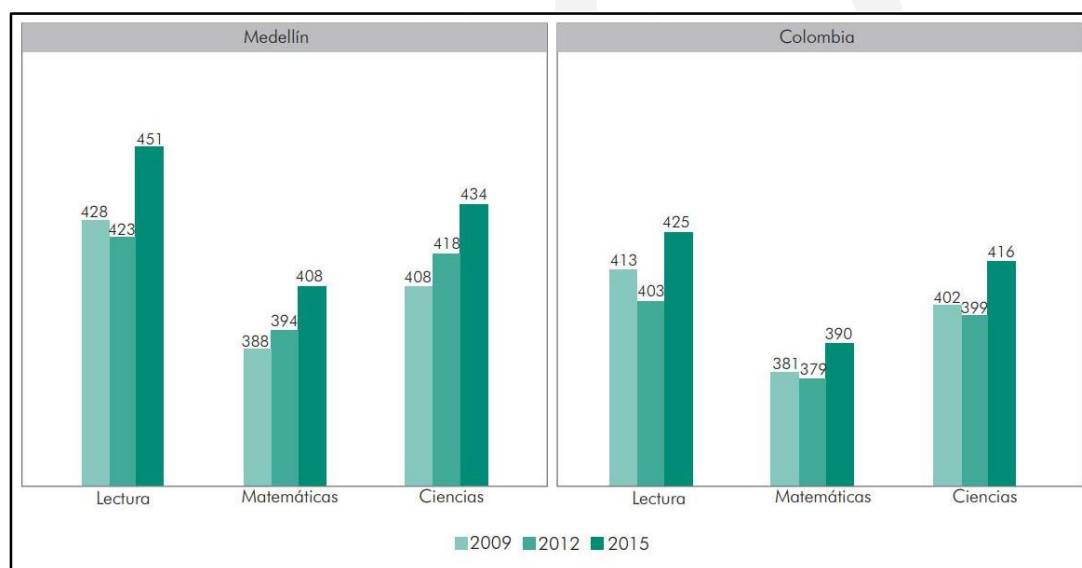
Fuente: (Icfes, 2012)

Haciendo la comparación a nivel internacional, se observa en el Gráfico 1 el nivel de Colombia con respecto al promedio de la Organización para la

Cooperación y el Desarrollo Económico –OCDE- y en comparativa con México y Chile, donde se hallan resultados en las pruebas matemáticas por debajo de los promedios de los países latinoamericanos. Durante los años 2006, 2009 y 2012 se obtuvieron promedios de 48,6; 47,6 y 44,8 respectivamente, todos por debajo del estimado de 50,0 y con tendencia a la baja (Icfes, 2012).

Gráfico 2

Desempeño promedio histórico por área, Medellín.



Fuente: Elaboración Icfes con base de datos PISA

La distribución de estudiantes según los niveles de desempeño en cada área refleja también el progreso de Medellín. El Gráfico 2 muestra esta distribución para cada una de las áreas evaluadas por PISA. Como podemos observar, los jóvenes de esta ciudad obtienen resultados más altos en lectura y ciencias, en comparación con matemáticas. Por esta razón existe un mayor porcentaje de estudiantes que alcanza o supera el nivel mínimo esperado por PISA (nivel 2) en estas dos áreas (Pisa, 2015).

En las pruebas PISA (2015), el 68% de los estudiantes alcanzaron o superaron el nivel mínimo esperado en lectura, es decir, 10 puntos porcentuales más que en 2009. En matemáticas, esta proporción es más baja: 42% de los estudiantes; sin embargo, es 9 puntos porcentuales más alta que la proporción del 2009. Finalmente, en ciencias, el 60% de los jóvenes alcanza o supera el nivel mínimo esperado, es decir, 11 puntos porcentuales más que en 2009. Como se observa los problemas de comprensión y desarrollo de problemas matemáticos es alta y los índices arrojados muestran niveles bajos en esta competencia. Complementando lo anterior, es importante dar una mirada internacional, donde la Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, analiza y compara los resultados del desempeño escolar de estudiantes de los últimos cursos de educación primaria y primeros grados de educación secundaria de 15 países en América Latina, lo hace desde la información y datos obtenidos de los reportes que han elaborado las propias unidades de evaluación de los Ministerios de Educación de los respectivos países para trabajar y difundir los resultados.

El mencionado estudio analiza, en primer lugar, la situación actual del rendimiento escolar a partir de los datos más recientes disponibles, principalmente en lengua y matemática, para detenerse luego en la evolución del rendimiento desde el año 1999 o 2000 hasta la actualidad. Entre sus principales hallazgos se señala el bajo rendimiento y estancamiento de los resultados que alcanzan los estudiantes latinoamericanos. Logros que son menores en secundaria e inferior al concluir primaria y, en la mayoría de los casos, peores en matemática que en lenguaje. La inequidad educativa es también una realidad compartida por la casi totalidad de los países siendo, igualmente preocupante, la constatación del estancamiento del desempeño educativo en la región, que muestra mínimas variaciones en el tiempo y sin una clara tendencia (Murillo, 2008).

A pesar de las reformas en las políticas educativas de distintas naciones, los indicadores de desempeño académico muestran una crisis de ineficiencia de los sistemas educativos en formar competencias, especialmente en el área de ciencias y matemática y con mayor intensidad en los países en vías de desarrollo. Organizaciones internacionales como el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) realizan evaluaciones trianuales sobre los test que miden las capacidades intelectuales en alumnos de bachillerato, así como el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), cuyos informes dan cuenta de esta situación al coincidir que los estudiantes de países latinoamericanos, como Argentina, Brasil, Colombia, Uruguay y Chile, presentan serias deficiencias en la interpretación y resolución de problemas matemáticos (PISA, 2000, 2003 y 2006; TIMSS, 2007) citado en (Arraiz, 2012).

En ese orden de ideas, la “resolución” sirve para designar la actividad que consiste en resolver el problema desde la lectura del enunciado, pudiendo establecerse una distinción entre el tratamiento lógico-matemático y la propia actividad de resolución, analizada a menudo en términos de encadenamiento de procesos, y la solución o respuesta, producto de dicha actividad. Según el autor, la inclusión de los datos en el enunciado, como punto de partida, orienta la resolución hacia el manejo de unas determinadas magnitudes sin que ello responda a una reflexión cualitativa, así que, en la búsqueda de solución al problema, el alumno se ve abocado a buscar la relación de los datos proporcionados en el enunciado, de tal modo que se haga hasta lo imposible para resolver el problema. Por lo anterior el autor concluye que el aprendizaje es concebido así, no como un simple cambio conceptual, sino como un cambio metodológico y actitudinal. Ello implica, una completa integración de la

«teoría», las «prácticas» y los «problemas» en un proceso único de construcción de conocimientos. En su estudio concluye que las investigaciones realizadas en torno a las prácticas, los problemas de lápiz y papel y el aprendizaje conceptual se convierten en un fuerte apoyo al aprendizaje de las ciencias como un proceso de investigación dirigida. Allí, se vincula teoría, práctica y resolución de problemas. Se rompe así con un tratamiento separado de actividades que contribuye a transmitir una visión deformada de la ciencia (Dumas-Carré 1987).

Considerando lo reportado en las evaluaciones mencionadas, la comunidad científica coincide en conjeturar que la educación sistemática tradicional, particularmente en la disciplina matemática, así como las políticas públicas en materia educativa, no están logrando que los jóvenes desarrollen, en la medida suficiente, algunas competencias que hoy se identifican como importantes para la vida en las sociedades contemporáneas. En consecuencia, se requiere que las actividades docentes en el área de matemática sean sometidas a una fuerte revisión por parte de los entes competentes (OEI, 2007) citado en (Arraiz, 2012).

Otra de los referentes utilizados en la resolución de problemas, ha sido ya utilizada sistemáticamente por numerosos docentes con resultados muy positivos, tanto en lo que respecta a la mejora de la capacidad de los estudiantes para enfrentarse a las situaciones problemáticas, como en lo que se refiere a su interés por la resolución de problemas, que les resulta ahora una actividad mucho más creativa y satisfactoria (Gil, Martínez-Torregrosa y Senent, 1988; Furió, Iturbe y Reyes, 1994).

Según los autores mencionados anteriormente, la mejora de la capacidad y el interés pueden potencializar los procesos de aprendizaje en las

matemáticas, pero según observaciones realizadas en el aula, se encuentra que muchos estudiantes realizan reflexiones de forma permanente acerca de sus tareas matemáticas de manera muy original y diferente de los que esperan sus profesores. Cuando esta vía de pensamiento original se muestra inesperadamente útil, se reconoce el poder y se destaca que el estudiante ha tenido una comprensión inusual; pero cuando, por el contrario, este modo personal de pensamiento omite algo que es esencial, se afirma que el estudiante ha cometido un error. De hecho, ambos casos tienen mucho en común, en particular el dato de que las ideas en la mente del alumno no son las que el profesor espera” (Brousseau, Davis y Werner, 1986, pg.19).

De lo anterior se desprende el planteamiento de Rico (1988), donde se complementa la conceptualización y se analizan los errores comunes en el aprendizaje de las matemáticas; es importante el análisis de los errores puesto que, de esta manera, el estudiante prevé errores, los detecta y propone los medios para su oportuna corrección. El autor considera, además, que el uso de plataformas es una manera de incentivar el estudio e investigación de los contenidos matemáticos.

Al respecto es importante destacar las dificultades de comprensión en semántica matemática dejan ver algunas variables que deben ser estudiadas para la comprensión del lenguaje; son ellas: teoría, capacidad, interés, proceso en la resolución de problemas y los errores, estas variables son importantes en la didáctica del aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes y por tanto es necesario definir estrategias de mejora en este tipo de situaciones.

De acuerdo a las variables encontradas en los anteriores estudios y al problema detectado en la institución universitaria, el cual consiste en la

incomprensión por parte de los estudiantes que cursan matemáticas operativas en el primer semestre de situaciones matemáticas planteadas en un lenguaje natural, lo que conlleva a deficiencias en los procesos de resolución de problemas matemáticos. De este problema detectado, nace la idea de diagnosticar y sistematizar las situaciones y problemas semánticos lógico matemáticos que generan mayor dificultad en los estudiantes, y de este modo, determinar estructuras lingüísticas en la interpretación formal de contenidos que se presentan en el entorno académico, para diseñar una estrategia que ayude a mejorar los procesos semántico lógico matemáticos como alternativa de solución a la situación planteada como el problema.

Como estrategia de intervención, se propone diseñar un manual interactivo en la web, con el desarrollo de actividades que contribuyan al mejoramiento de éstos problemas en los procesos semánticos lógico matemáticos para dichos estudiantes y otros que potencialmente puedan tener las mismas dificultades.

Para el diseño del manual interactivo se debe tener en cuenta que podría diseñarse mediante programas sencillos como Microsoft Power Point, o Adobe Flash, pero se pretende hacer uso de un manual que se encuentre alojado en la web, con el propósito de ampliar la cobertura de interacción sin límite de distancias, espacios físicos u horas de encuentro.

Como recurso se planean actividades mediante un diseño de instrucción bajo los parámetros sistémicos de la Tecnología Educativa, con elementos de carácter lúdico y dinámico, que lleven a un lenguaje sencillo e interactivo, y que conduzcan a una mejor comprensión.

Lo indicado anteriormente, conlleva a realizar una propuesta para mejorar los procesos lógicos matemáticos a través de la implementación de una herramienta interactiva web en los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia. Por ello, la investigación se desarrolló sobre la base de fundamentos psicológicos, nuevas tecnologías de información y comunicación y entornos educativos, ya que en estos momentos se plantea el paso de una visión tradicional de la realidad educativa a una visión globalizada e innovadora, la cual garantiza el éxito y mejora de la situación planteada.

2. Pregunta de investigación

¿Cuáles elementos se pueden incorporar en el diseño de un manual interactivo en la web, utilizando conceptos de lenguaje formal para la solución de problemas en los procesos semánticos lógicos matemáticos en los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia?

3. Objetivos de la investigación

3.1. Objetivo general

Diseñar un manual interactivo en la web como estrategia para el mejoramiento de los procesos semánticos lógico matemáticos, de conceptos utilizados en el lenguaje formal, para estudiantes de matemáticas del primer semestre de la universidad de Antioquia.

3.2. Objetivos específicos

- Identificar problemas semántico lógico matemáticos en las estructuras lingüísticas de interpretación formal de contenidos de los estudiantes de matemáticas de primer semestre de la Universidad de Antioquia.
- Describir estrategias concretas sistematizadas de soluciones semánticas de comunicación matemática en el aula para los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia.
- Analizar los resultados obtenidos del pretest y del postest en el proceso matemático, semántico y simbólico implementado por los estudiantes de matemáticas, primer semestre de la Universidad de Antioquia.
- Proponer un manual interactivo en la web para el desarrollo de actividades de problemas en los procesos semánticos lógico matemáticos para los estudiantes de primer semestre de la universidad de Antioquia.

4. Justificación e impacto

En el quehacer pedagógico cotidiano es muy normal enfrentarse a situaciones pedagógicas donde los estudiantes llegan a un punto focal de incomprensión de temáticas o elementos de la praxis pedagógica. Surgen interrogantes como: ¿Qué estrategia puedo implementar para mejorar este problema? ¿Cómo puedo hacer que el estudiante entienda de forma más

acertada este problema? ¿Será que el estudiante puede comprender el significado del resultado?

Muchos de los autores se han realizado estas preguntas y por esto profundizan en sus estudios acerca del lenguaje en las matemáticas, de donde resaltan la importancia del concepto, el interés, el proceso, el resultado y los errores, pero para obtener resultados mejores en estas variables, es importante adentrarnos en las necesidades, intereses y contexto actual de los estudiantes y hacer una comparativa estructural del estudiante de matemáticas de los años 1980 y 2000 con los estudiantes del 2020.

Uno de los cambios más relevantes en este paralelo, es el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones TIC, que en las últimas décadas han presentado grandes cambios reflejados en la concepción del paradigma académico, investigativo y en general, en los procesos de aprendizaje. En el contexto actual es diferente y a pesar de que las concepciones teóricas son profundas, es importante adaptarlas al nuevo contexto educativo y a las nuevas generaciones. En la web existen un sinnúmero de herramientas tecnológicas que pueden ayudar a solucionar este tipo de problemas, pero ¿Cómo desarrollar y adecuar este tipo de herramientas que permitan mayor efectividad en los procesos de aprendizaje?

El diseño de la instrucción y la adecuación de las herramientas tecnológicas, pueden ser la respuesta que ayude a mejorar las dificultades presentadas por los estudiantes nativos digitales, en su contexto matemático. Actualmente los estudiantes están rodeados por un mundo tecnológico, que les permiten manejar de forma adecuada, estas herramientas y que, por el hecho de ser nativos digitales, se encuentran inmersos en un mundo poblado

por herramientas tecnológicas que, usadas adecuadamente, pueden mejorar su contexto escolar y social.

Según Prensky, los educadores “inmigrantes digitales”, tienen que especializarse en guiar a los jóvenes, “nativos digitales”, en el uso de la tecnología para el aprendizaje efectivo, motivándolos para que aprendan a través de su propia pasión y del mismo modo propone formas de trabajar con cualquier nivel de tecnología, disponible o no en las aulas, y plantea dónde y cuándo los profesores deberían o no deberían usarla (Prensky, 2011, p21).

Sin embargo, el buen uso de estas estrategias depende en gran parte, de un buen guía, de un buen maestro, que ayude a viabilizar estos procesos de comunicación en beneficio de la obtención de buenos resultados, fomentando y motivando hacia el gusto por el estudio y fortaleciendo el quehacer pedagógico del docente.

Esta propuesta busca desarrollar una cultura digital que contribuya a la formación integral del estudiante con las diferentes dimensiones trabajadas en sus procesos matemáticos de manera más fácil y amigable, donde se estimulen los intereses del estudiante, se formulen conceptos y teorías desde otras ópticas, se tenga en cuenta el proceso en el desarrollo de las actividades y donde se pueda aprender de los errores.

Se espera que la estrategia del manual interactivo, demuestre, que el uso adecuado de las TIC pueda ayudar a mejorar los procesos del lenguaje matemático en los estudiantes de primer semestre, que sean capaces de comprender una ecuación o un simple problema matemático y que además de encontrar su solución sean capaces de entender los algoritmos y el resultado al cual llegaron.

5. Alcance y limitaciones

Este estudio busca diagnosticar un problema detectado en los estudiantes de primer semestre de matemáticas en la Universidad de Antioquia. Se trata de evaluar las causas y dificultades en los problemas semánticos de lógica matemática de los estudiantes. De acuerdo a los resultados se busca desarrollar e implementar alternativas de solución al problema que puede ser muy común en estudiantes de colegios y de otras universidades. La estrategia de intervención se enfoca en el diseño e implementación de un manual interactivo en la web, que ayude a mejorar problemas en las cuales están inmersos procesos semánticos lógico matemáticos y de conceptos utilizados en el lenguaje matemático.

Esta investigación se desarrolla en los estudiantes de primer semestre de matemáticas operativas, pero dado el caso, al detectar un problema similar en otro nivel de educación o en otra problemática educativa, con toda seguridad se podría adecuar en otras áreas del conocimiento. Dentro de las limitaciones encontradas se detecta la falta del registro de los resultados generales de los problemas semántico lógico matemáticos y se cuenta solo con información parcial del año 2017, e información de la observación. Las estrategias de adecuación y adaptación de las temáticas desde los parámetros de la tecnología educativa, hacia las herramientas interactivas con el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones, necesitan de una adecuada asesoría, debido al desconocimiento de muchas de estas herramientas.

Una de las limitaciones más relevantes encontradas es la capacitación del docente, para el diseño e implementación de las estrategias dentro de las tecnologías de la información y las comunicaciones, sin embargo, la búsqueda de asesoría en las temáticas planteadas, permiten el buen desarrollo de las herramientas tecnológicas propuestas.

CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN

1. Epistemología de los procesos semántico lógico matemáticos

La epistemología, se entiende como “una disciplina que tiene el propósito de explicar el desarrollo de la ciencia a partir de su origen, su evolución, su situación actual y sus perspectivas” (Méndez 2000). En este sentido, y con el fin de predecir y controlar la investigación, es importante mostrar el paradigma del lenguaje matemático según los estudios realizados por otros autores.

Como elemento inicial, es sustancial definir la concepción de las matemáticas como un conjunto de símbolos que representan conceptos y por tanto son un lenguaje matemático; del mismo modo el lenguaje verbal, es la formulación de conceptos e ideas; ambos son lenguajes intelectualmente atractivos que invitan a la imaginación y a la búsqueda de múltiples combinaciones entre la significación y el contenido.

La naturaleza de la práctica científica de los procesos semánticos que se abordan en este estudio, muestran que la semántica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas busca el entendimiento del significado de los signos y símbolos matemáticos, y objetivamente se refiere a la indagación del significado por parte de los estudiantes en el proceso formativo matemático, que se expresa mediante palabras, expresiones y enunciados. La semántica en la matemática trata de responder: ¿Qué significa la simbología para los estudiantes en el proceso de comunicación matemática?, ¿Cómo los designan o sea de qué forma se refieren las ideas planteadas? y ¿Cómo los interpretan en la escucha matemática?

Es importante decir, que la comunicación educativa en matemáticas está mediada por el lenguaje que se utiliza para expresar las ideas es una obviedad

a la que no se ha dado la suficiente relevancia. Conviene que se reflexione sobre el hecho de que la matemática es, junto con la música, la única área de conocimiento que posee un lenguaje propio: el denominado lenguaje matemático o lenguaje formal. Este lenguaje formal no es sólo un lenguaje para las matemáticas, sino que se ha considerado como el mejor medio de expresar ideas de otras ciencias, de manera palmaria en las ciencias experimentales y con balbuceos y aproximaciones en escuelas de las ciencias sociales y humanas (Goñi 2011).

Por otro lado, el pensamiento y el lenguaje matemático tienen algunas características especiales que resaltan por su autonomía con respecto a lo real. Respecto a la diversidad propia de los lenguajes naturales, la potencia generalizadora y el rigor del lenguaje formal proviene de la exclusión del lenguaje metafórico, sin embargo, lo más importante, y lo que se pretende es, dominar el significado formal de las expresiones matemáticas y de este modo reconocer su significado referencial o su significado que permite referenciar el discurso matemático, pero para la mayor parte de los estudiantes, los simbolismos matemáticos, se reducen a una mera sintaxis desprovista de cualquier significado referencial. El objetivo de este estudio es mostrar que el contenido referencial, y la semántica matemática, representan los elementos más importantes para la construcción de la simbolización matemática.

Con respecto a la semántica matemática, D'Amore, B, Godino, J. D. (2007), afirman que, "Los objetos matemáticos son, por tanto, símbolos de unidades culturales que emergen de los sistemas de usos que caracterizan a la pragmática humana (o, al menos, a grupos homogéneos de individuos), y se modifican continuamente en el tiempo, según las necesidades. De hecho, los objetos matemáticos y su significado dependen no sólo de los problemas que se afrontan en la matemática, sino también de los procesos de su

resolución; en suma, dependen de la práctica humana”. En ella se estudia las interpretaciones de los sistemas formales de la lógica en relación al componente gramatical que explica la significación de los enunciados generados por la sintaxis y el léxico.

El objeto matemático designa a todo lo que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemáticas D’Amore, B, Godino, J. D. (2006). Esta idea es tomada de Blumer, quien afirma que un objeto es "cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo" (Blumer, 1982, p. 8).

Del mismo modo, la lógica estudia las estructuras del razonamiento y el lenguaje representa uno de los elementos fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas. Es por esto que Lee (2006), habla sobre el lenguaje matemático como una barrera a superar, debido a que los estudiantes buscan expresar sus ideas matemáticas, pero los docentes no pueden esperar a que los estudiantes lo hagan solos y por esto el docente debe guiar el proceso mediante la enseñanza de un vocabulario de carácter matemático concreto, llamado semántica matemática, que es básicamente el estudio de los signos lingüísticos, es decir, palabras, expresiones y oraciones. “Utilizar el lenguaje matemático puede ser una barrera para el aprendizaje de los alumnos debido a los requerimientos y convenciones específicas necesarias para expresar los conceptos matemáticos”.

Una vez los estudiantes se familiarizan con este tipo de lenguaje, demuestran que son capaces de aplicarlo. Esta es una forma de incrementar la habilidad de los estudiantes en los aprendizajes matemáticos, con un lenguaje apropiado pero diferente al lenguaje coloquial. Si el estudiante logra incrementar su discurso matemático, puede lograr acrecentar su propio

aprendizaje en razonamiento matemático, de modo que pueden entender un problema, adaptarlo al lenguaje matemático y desarrollarlo adecuadamente. El mismo autor opina que la forma de expresión en las matemáticas se asemeja al aprendizaje de una lengua extranjera, debido a que puede ayudar a los estudiantes a que dominen los términos matemáticos y al mismo tiempo expresar sus ideas y conceptos. “Los profesores incrementan la habilidad de sus alumnos para aprender matemáticas al ayudarles a expresar sus ideas mediante el lenguaje apropiado y al reconocer que necesitan utilizarlo de un modo diferente al lenguaje coloquial” (Lee, 2006).

Del mismo modo Norman (1987), muestra con un ejemplo cómo la sintaxis del lenguaje natural puede afectar la percepción de la estructura algebraica por parte del estudiante: “En un viaje, Juan manejó un total de 50 millas en una hora. Una parte del viaje la recorrió a una velocidad de 35 millas por hora. ¿A qué velocidad recorrió la otra parte?”

Los resultados mostraron que la tercera parte de un grupo de estudiantes de escuela primaria dio como respuesta que Juan manejó a una velocidad de 15 millas en la segunda parte del viaje. Esta es una respuesta aditiva. Según los resultados, el autor piensa que la sintaxis parece imponer una estructura aditiva al lenguaje algebraico. Norman (1987), hace notar con este ejemplo que los estudiantes encuentran la semántica del enunciado algebraico en el marco de referencia del lenguaje natural y, especialmente en este caso particular, en la sintaxis del lenguaje natural (Rojano, 1994).

Como complemento del estudio, Rico en su trabajo “Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática”, afirma que la noción general de representación es compleja y se ha utilizado en la investigación en didáctica de la matemática de manera

productiva. Sin embargo, resulta un concepto conflictivo. En el estudio se centra en la representación de conceptos matemáticos y en su función durante los procesos de enseñanza y aprendizaje (Rico, 2009).

Sobre la objetividad y la representación afirma que representar es sustituir, dar presencia a un ausente y, por tanto, confirmar su ausencia. La representación supone en este caso una dualidad representante representado. Se representa para hacer presente algo, pero ese algo es distinto y existente, a lo cual la representación sustituye. En la noción de representación subyace el supuesto de un algo objetual que se representa. De este supuesto surge el esfuerzo por ir a la cosa misma, sin intermediarios de palabras o imágenes. Toda crítica a la representación se esfuerza por alcanzar un conocimiento no mediado. Sin embargo, el acceso principal al modelo sigue siendo la copia; un peligro es que la representación pretenda pasar por la presencia, el signo por la cosa misma. Símbolo y concepto asociado (Rico, 2009).

Del mismo modo aclara el concepto de representación, donde dice que representar es reproducir en la mente. Este supuesto se derivó de los cambios que se produjeron en el siglo XVII en la interpretación de los mecanismos de la percepción: el rayo visual que, supuestamente, salía del ojo y “palpaba” los objetos, se transformó en rayo luminoso que penetraba en el ojo e “introducía” las imágenes de los objetos en la retina y, de ahí, en la mente del hombre. Esta teoría de la percepción llevó nuevas dificultades para la noción de representación. Por otra parte, la imagen o idea del objeto se distanció de él en cuanto fue necesario concentrarla en los signos y en las palabras. Finalmente, se llegó a postular que toda la actividad mental se reducía a la representación, corriendo el riesgo de transformar las representaciones en objetos puramente mentales en los que el representante, al final, se representa

sólo a sí mismo y no a una realidad exterior, que resulta inaccesible. Berkeley mostró las consecuencias más radicales de este supuesto. El interés de las representaciones mentales es reconocido por gran parte de la comunidad de los investigadores en Didáctica de la Matemática, aquellos que de manera más o menos amplia suscriben el paradigma cognitivo (Rico, 2009).

2. Antecedentes de la investigación.

A continuación, se presentan algunas investigaciones que tienen afinidad con el tema estudiado, estos estudios, tienen como propósito dar fundamento al estudio y justificar la relevancia del proyecto aquí planteado.

Para iniciar, se referencia un estudio realizado por Juan D. Godino, Universidad de Granada, Miguel R. Wilhelmi, Universidad Pública de Navarra, Teresa F. Blanco, Universidad de Santiago de Compostela, Ángel Contreras, Universidad de Jaén y Belén Giacomone, Universidad de Granada, autores de distintas universidades de España: “Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica” el objetivo de esta investigación busca realizar un análisis de las tareas matemáticas y los diversos modos de abordarlas, por parte de los estudiantes.

En este estudio, los autores esgrimen un tipo de investigación descriptiva con enfoque cualitativo y utilizan herramientas teóricas específicas para su realización, donde usan como instrumentos de recolección de información una encuesta y ejercicios matemáticos, observación y seguimiento de los procesos, donde se toma información útil para el propio diseño de las tareas y la gestión de los conocimientos en el aula.

Los autores realizan el análisis de una tarea específica que requiere la formulación de una conjetura y su demostración, haciendo uso de representaciones figúrales y algebraicas, aplicando dos herramientas teóricas diferentes: las nociones de registro de representación semiótica y de configuración ontosemiótica. Los resultados revelan algunas complementariedades que permiten mostrar la potencial utilidad de los análisis epistémico y cognitivo realizados. Se trata entonces, de mostrar la potencial sinergia existente entre dichas herramientas y la posibilidad de avanzar en la articulación de los marcos teóricos correspondientes (Godino y otros, 2016).

De acuerdo a lo anterior, se observa que existen muchas formas de intervención al problema. Todo estudio que implique desarrollo de problemas de la semántica en la matemática puede tener diversidad de formas de abordarlos, y en esta propuesta se pretende profundizar la temática por medio de las herramientas TIC.

Otro de los estudios encontrados es realizado por Calle (2013), en la Universidad de Cuenca, Ecuador, titulado: “influencia de la semántica en el aprendizaje de las matemáticas en el segundo curso de bachillerato del colegio Benigno Malo”, tiene como objetivo conocer qué tipo de semántica: referencial, ideacional o comportamental influye en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes del segundo curso bachillerato del colegio Benigno Malo.

En esta investigación, se hace énfasis en identificar las teorías del significado que definen los conceptos matemáticos, en su identidad o posesión de significación, y se busca diagnosticar las deficiencias que tienen los estudiantes del colegio Benigno Malo en la adquisición de símbolos y comprensión del significado como una mención o referencia a los objetos

matemáticos y fenómenos existentes en la realidad. Allí se describe la forma de uso únicamente de los símbolos utilizados en segundo de bachillerato en la práctica del aprendizaje de las matemáticas y se elabora una propuesta basada en la incorporación de enunciados semánticos en la matemática desarrollada en segundo de bachillerato.

El estudio se realiza a 40 estudiantes del segundo grado de bachillerato en ciencias, del colegio Benigno Malo, matriculados en los paralelos: A, C, E, G y seis profesores de matemáticas, quienes respondieron a varios instrumentos de recopilación de información como: encuestas, boletas de semántica diferencial, escala de actitudes y opiniones y un cuestionario de entrevista estructurada.

Como resultados de la investigación, se encontró que el empleo del proceso semántico y del lenguaje matemático, por parte de los estudiantes es deficiente, no interpretan ni relacionan los signos ya aprendidos con los nuevos, desconocen el proceso semántico de las significaciones de las palabras, lo que dificulta la tarea del maestro, orientada a seguir con los temas correspondientes a la planificación respectiva. (Calle, 2013).

Este estudio demuestra la importancia de seguir en la búsqueda de estrategias adecuadas para mejorar los métodos y procesos de aprendizaje mediante el espacio semántico en el lenguaje matemático.

En otro de los estudios encontrados, se encuentra una investigación, realizada en la Universidad Francisco de Paula Santander por la autora, Hernández, y otros, titulado: “El conocimiento semántico en la representación de problemas de ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos”, presentado como tesis de maestría.

En esta investigación, se presenta la caracterización del conocimiento semántico evidenciado por un grupo de estudiantes en la representación externa a problemas de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden como modelos matemáticos. El trabajo fue cuantitativo de tipo exploratorio y descriptivo utilizando un cuestionario en la recolección de información.

El soporte teórico que dio sentido al estudio fue el modelo de dos etapas propuesto por Mayer R. para la resolución de problemas matemáticos, el ciclo de modelación bajo la perspectiva cognitiva según Borromeo Ferri y la teoría de las representaciones de Goldin y Kaput. La investigación se centró específicamente en la fase de representación del modelo. Entre los principales hallazgos se destaca que cada participante hace su propia representación externa a conceptos como: sistema, masa-resorte, peso, masa, punto de equilibrio, constante de elasticidad, punto de equilibrio, ley de Hooke, fuerza amortiguadora, fuerza externa, ley de Newton, entre otros.

Se evidencian también dificultades en el tránsito del lenguaje natural al lenguaje matemático y la representación externa de cada una de los signos, símbolos o expresiones matemáticas inmersas en el problema de palabra, debido a que el estudiante tiene que construir un modelo mental de la situación real y plasmarlo en un modelo matemático. Lo anterior pone de manifiesto la importancia que tiene el conocimiento semántico en la etapa de traducción cuando se intentan resolver problemas como situaciones reales a modelar (Hernández, Mariño, & Ortega, 2016)

Una vez más, se evidencia que este tipo de problema de la semántica matemática es muy relevante en los procesos de enseñanza de las matemáticas y es por esto que muchos de los autores mencionados, buscan

alternativas que los conduzcan a la optimización de los procesos de aprendizaje por parte de los estudiantes.

Se encuentra también un trabajo de tesis, de la Universidad de Cuenca, Ecuador, de Alvarado, Coronel, con título: “Implementpropuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica”.

En esta investigación se busca mejorar la comprensión semántica de las funciones lineales en matemática, para lograr aprendizajes significativos. En este trabajo, se construye una propuesta didáctica para potenciar la comprensión de los aspectos referentes a las funciones lineales en estudiantes del nivel medio de la Unidad Educativa Central la Inmaculada.

Esta propuesta está basada en la construcción de significados y para ello se plantean diversas actividades que llevan a un aprendizaje reflexivo, en donde las estructuras son construidas por el estudiante, con la guía del profesor. En las actividades que se proponen para la conceptualización de la función lineal y otros objetos matemáticos, se usa diferentes registros de representación, lo que da un sustento semántico más amplio, por lo que genera una mayor comprensión de los mismos y de esta manera los estudiantes dan significado a los objetos matemáticos estudiados.

Se considera, además, en la propuesta, el hecho de que la matemática debe ser estudiada dentro de un contexto que dé sentido a las ideas y conceptos ya que cuando los estudiantes pueden ver las conexiones de las aplicaciones con el mundo real y de este modo llegan a determinar por qué el estudio de las matemáticas es útil e interesante (Coronel y otros, 2013).

A pesar de que existen un sinnúmero de investigaciones enfocados al estudio de la semántica matemática, aún continúa siendo uno de los problemas neurálgicos en la enseñanza del área, ya que los resultados obtenidos por los estudiantes y los procesos de comprensión de problemas matemáticos realizados por ellos, no evidencian un mejoramiento en la abstracción de los procesos semánticos de las situaciones tipo.

De igual forma, para profundizar en estos estudios, es de suma importancia analizar estos referentes para así definir las mejores rutas de acción y de este modo analizar los errores más frecuentes en este tipo de procesos matemáticos con el fin de llegar a una mejor focalización de la investigación.

La siguiente investigación, hace énfasis en estudios de nivel superior y a pesar que se realiza en una población de profesionales de diferentes áreas, se presentan inconvenientes en la representación gráfica de la recta real y representación del lenguaje cotidiano a lenguaje formal.

El estudio titulado: “Análisis de los errores matemáticos de los estudiantes de las escuelas profesionales de Zootecnia, Estadística, Ciencias Contables y Financieras en su aprendizaje del primer ciclo de la Universidad Nacional de Piura. 2014 – 2015”, en esta investigación se muestra que en todos los niveles de la educación se ha puesto de manifiesto los errores matemáticos en el aprendizaje y la educación superior universitaria no se exime de ella.

La constancia de errores en los 80 estudiantes ingresantes a las escuelas profesionales seleccionadas, evidencian un alto porcentaje de errores en los procesos cognitivos, en lo que se refiere a operaciones con números

complejos, ecuaciones lineales y cuadráticas, operaciones con expresiones polinómicas, traducciones de la representación gráfica de la recta real y representación del lenguaje cotidiano a lenguaje formal.

El estudio revela en sus procedimientos cognitivos, errores que la mayoría comente debido por ausencia e incorrecciones en la construcción de los conocimientos previos, por no comprender la semántica de los conceptos matemáticos. Se resalta el primer cuartil nos representa que el 25% de los estudiantes obtuvieron una calificación menor o igual a 6,11; el segundo cuartil nos constituye el 50% de los estudiantes obtuvieron una calificación menor o igual a 7,78; el tercer cuartil significa que el 75% de los estudiantes obtuvieron una calificación menor o igual a 11,67 y debe esperarse que los estudiantes obtengan una calificación promedio de 8,75 lo que nos permite inferir que estos errores son persistencias de su EBR (Velásquez, 2018).

Otro estudio realizado por Lagos y otros, de la Universidad de Concepción, Chile, titulado: “Disponibilidad léxica matemática en estudiantes de enseñanza media de Concepción, Chile”, presenta resultados de una investigación que ha tenido como objetivo conocer, cuánto y cuál es el léxico disponible en matemáticas. El estudio se realiza con una muestra de 300 estudiantes de enseñanza media, se consideraron como variables los dos tipos de establecimientos educacionales de los que provienen los alumnos y los ejes temáticos que se observaron fueron: álgebra, geometría, aritmética, probabilidades y azar.

El análisis de los resultados del material empírico se realiza con el empleo de la “léxico-estadística”, ciencia que permite contabilizar la riqueza léxica en un conjunto de personas utilizando diversos índices de disponibilidad léxica. Se presenta además un contraste entre los resultados de los diferentes

grupos. La información fue analizada mediante el modelo de disponibilidad léxica, utilizando las herramientas que proporciona la “léxico-estadística” en la cual se realiza principalmente un análisis cuantitativo, considerando tres índices, los que más aportan a la determinación de la riqueza léxica de los sujetos encuestados; el promedio de respuestas (XR), el total de palabras diferentes (PD) y el índice de cohesión (IC). El promedio de respuestas (XR) indica cuántas son las palabras que, en promedio, poseen los sujetos para su comunicación en el ámbito de conocimiento que explora el centro de interés respectivo. El total de palabras diferentes (PD) es un índice que da cuenta del total de palabras conocidas por el grupo muestral.

El índice de cohesión (IC) es un indicador del grado de coincidencia en las respuestas, lo cual nos permite interpretar más adecuadamente los datos de los índices anteriores, pues el grado de homogeneidad en el uso del léxico está en proporción directa con el grado de disponibilidad que ese léxico tiene para todos los sujetos como conjunto. La prueba, consta de un formulario dividido en dos partes, la primera contaba con un área de identificación en la que los sujetos debían anotar su nombre, edad, sexo y curso en el que estudiaban. En la segunda parte de la prueba, los sujetos disponían de dos minutos, por cada centro, para entregar su léxico disponible con respecto a los centros en estudio.

La muestra se realiza sobre 300 sujetos, provenientes de dos tipos de establecimientos educacionales de Concepción, Chile (Municipal y Subvencionado), los que agrupan distintas clases sociales. Muestra compuesta de 50 mujeres y 100 hombres del colegio municipal y 70 mujeres y 80 hombres del subvencionado, con edades entre los 14 y los 18 años, de primero a cuarto de enseñanza media (secundaria).

Variables: Como este estudio pretende, además de describir el léxico, observar las diferencias de riqueza léxica en una prueba de DL por parte de los diferentes cursos y escuelas, las variables serán los mismos grupos en los que se dividió a los alumnos, mencionados anteriormente.

Como conclusiones del estudio, y según la literatura estudiada, la disponibilidad léxica demostrada por los estudiantes puede considerarse, como una muestra concreta y representativa de las palabras que los alumnos de cada curso para ese tipo de establecimiento dominan, en el área geográfica en la que se tomó la muestra. Se ha observado de forma general un aumento en el promedio de palabras y palabras diferentes a medida que aumentan de curso, lo que confirma la hipótesis de que aumentan según la edad.

Se debe agregar que, aunque no significativo, se observa en algunos centros (geometría) un mayor número de palabras en el colegio municipal, lo que no confirma la hipótesis de un aumento según clase social, sin embargo, al observar el índice de cohesión se explica el motivo de este aumento, entendiendo que el colegio de mayor léxico tiene una menor cohesión en el número de palabras, siendo por consiguiente menos el número de alumnos que cuentan con el mismo léxico en los colegios municipales (Salcedo & del Valle, 2013).

Por otro lado, la contextualización del lenguaje natural y simbólico, es parte fundamental de la semántica matemática y es por esto que la siguiente investigación de Camos, de la Universidad Abierta Interamericana de Argentina, enfoca su mirada, a este tema. Allí se utilizan las grabaciones de audio, como instrumento de recolección de datos y esto tipifica por su naturaleza, el tipo de investigación.

La investigación en mención tiene como título: “Exploración del uso de los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de matemática superior”. En este estudio, la mayoría de los alumnos, consideran que los conceptos y propiedades desarrolladas en clase, son parte de una verdad matemática que deben aprender por medio del docente, a quien conciben como el poseedor de esta verdad y el encargado de transmitirla, utilizando lenguaje natural y simbólico.

El primero generalmente se usa en el medio oral, siendo pocas las veces que el docente lo utiliza por escrito en el pizarrón, opuesto a lo que ocurre con el lenguaje simbólico. En un proyecto de investigación en curso 2 se propone explorar el uso del docente de los lenguajes natural y simbólico en sus medios oral y escrito al enseñar un recorte de la verdad matemática. El recorte incluye conceptos y propiedades de límite, continuidad y derivabilidad pues demandan esfuerzo para su comprensión y conllevan notación simbólica compleja.

Para recolectar datos a partir de los cuales se pudiera obtener información de los lenguajes natural y simbólico en ambos medios (oral y escrito en el pizarrón), el instrumento elegido fue la observación no participante de clases de análisis matemático del primer año del nivel superior. Con el fin de captar la simultaneidad entre lo oral y escrito, se realizó la grabación con audio de dichas clases.

Se presenta en este trabajo los primeros avances realizados en esta línea, circunscribiendo ejemplos por cuestión de espacio a conceptos vinculados con la noción de límite, previos a su enseñanza, que se extraen de una de las clases observadas (Camós & Rodríguez, 2015).

Hasta aquí las investigaciones revisadas, ayudan a recopilar de manera holística una conceptualización muy objetiva, con procedimientos muy variados de las situaciones que otros investigadores han evidenciado sobre las dificultades en el desarrollo de procesos semántico matemáticos en el lenguaje natural. La forma de llevar los estudios, muestra resultados heterogéneos, sin embargo, es importante hablar sobre los aportes del lenguaje y las comunicaciones en los procesos matemáticos.

Para esto, se hace referencia al estudio realizado por García, (2014) de la Universidad Nacional de Colombia, quien en su investigación: Lenguaje y comunicación en matemáticas, una aproximación teórica desde las matemáticas a los conceptos de lenguaje y comunicación en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En la investigación, el autor, resalta la importancia del proceso comunicativo en las matemáticas, y más especialmente hace énfasis en las dificultades de la comunicación y su influencia en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Inicialmente se plantean algunos de los problemas más comunes en este proceso, y cómo se manifiestan en los estudiantes, posteriormente se hace una aproximación teórica tomando como referencia a los autores Raymond Duval y Gerard Vergnaud, que contribuyen al estudio desde un enfoque cognitivo en el entendimiento de cómo es que se aprenden las matemáticas y poder intervenir en el proceso.

Una de las conclusiones más importantes se extrae de los estudios del enfoque cognitivo en que se fundamentó el presente trabajo (Vergnaud y Duval), y tiene que ver con que el mayor problema para el aprendizaje de las

matemáticas no es la dificultad de los conceptos propios del área, sino en la forma en que estos son transmitidos a los estudiantes, resaltando así la importancia del propósito inicial de este trabajo.

De las mayores dificultades en la comprensión de las matemáticas son los diferentes lenguajes utilizados, y esto se debe en gran parte a la forma en que fueron construidos, ya que son el producto de la mezcla de múltiples culturas, y por ende están cargados de diversos contextos espacio-temporales particulares, que igualmente deben ser tenidos en cuenta; recuérdese que la geometría la heredamos de Grecia, los números actuales provienen de la cultura Árabe, el cero nos llegó de la India, y así cada época y cultura ha hecho sus aportes.

Los docentes deben tener muy claro cuál es el objetivo particular de la enseñanza en cada momento y verificar si es apropiado, pues un concepto mal elaborado y elaborado a medias, será un vacío muy difícil de llenar o incluso conlleva a incurrir en errores en el futuro.

Desde las conclusiones matemáticas esta afirmación no es tan simple de llevar a cabo, ya que los diferentes conceptos se elaboran gradualmente y se interrelacionan de formas muy complejas; es más una invitación a estar muy atentos a este desarrollo conceptual en los estudiantes.

En los diferentes análisis y ejemplos desarrollados, se observa que los estudiantes presentan dificultades para llevar a cabo la traducción de los problemas del lenguaje verbal al lenguaje matemático y viceversa, sobre todo cuando estos problemas no están contextualizados, por lo tanto es fundamental tener siempre como referencia al estudiante y su entorno socio cultural, pues de esto depende en gran parte la forma de abordar los diferentes

problemas; la necesidad puede ser entonces un cambio o la ampliación de algún contexto particular.

Los docentes emplean los textos escolares como una importante herramienta de apoyo, pero también deben ser críticos sobre sus contenidos, propuestas didácticas y pedagógicas, para poder contextualizarlos, pues de lo contrario se convierten en otro obstáculo del aprendizaje para los estudiantes. Por lo tanto, se recomienda trabajar con un variado número de textos que permitan una visión más general de los diferentes temas tratados en clase, y no sean las editoriales quienes impongan las planeaciones y estrategias pedagógicas (García, 2014).

Otro aspecto relevante en la educación matemática es la estrecha relación que debe existir con la historia de las matemáticas, pues dentro de la necesidad de contextualizar los contenidos es fundamental que los estudiantes reconozcan que los conocimientos matemáticos tienen un origen concreto y por lo general surgen de la necesidad de resolver problemas cotidianos; y que igualmente vislumbren que los contenidos propuestos generalmente fueron desarrollados por varios matemáticos y tardaron bastante tiempo en desarrollarse y acomodarse hasta la forma en que los conocemos hoy en día. Además, la historia de las matemáticas y en un contexto más amplio la historia de las ciencias, puede ser un vínculo importante con otras áreas del conocimiento.

En todo proceso de aprendizaje siempre se debe tener en cuenta que no todos los estudiantes aprenden de la misma forma y por ende se debe adecuar las diversas formas de enseñar y evaluar, a las necesidades concretas y específicas de cada estudiante, y esta premisa cobra aún más relevancia en el área de matemáticas. En este punto es necesario hacer una referencia e

invitación explícita a lo que se denomina evaluación formativa y todo lo que ella implica.

Es así como, la comunicación y la representación son elementos de suma importancia para el desarrollo de esta investigación, y es por esta razón que se referencia el estudio realizado por Jiménez y otros investigadores de la Universidad Autónoma del Caribe: “Estrategia didáctica para desarrollar la competencia comunicación y representación en matemática”.

En esta investigación, los autores desarrollan un problema, desde el área de la matemática, a nivel de básica secundaria, donde se propone una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemática, fundamentada en la apropiación de un lenguaje y los códigos de representación en matemáticas que favorezca la solución de problemas en estudiantes de la ciudad de Barranquilla. El problema de la investigación se evidencia en los bajos resultados de pruebas internacionales, nacionales, y locales (Timss, Serce, Pisa, Saber). La investigación es cuasi experimental, con una muestra representativa de 56 estudiantes, con un grupo control (23 estudiantes) y un grupo experimental (23 estudiantes) en el trabajo de investigación se aplicaron métodos teóricos y empíricos, para diagnosticar y analizar los resultados. Se utilizó la prueba no paramétrica de Mann-Whitney para procesar los resultados. Los instrumentos fueron validados por expertos y con la modalidad de tipo prueba Saber 5to grado.

Además, se diagnosticaron las dificultades que los docentes poseen para desarrollar las competencias matemáticas en los estudiantes. La prueba diagnóstica inicial aplicada a estudiantes evidenció la dificultad que estos poseen para resolver situaciones matemáticas relacionadas con la

competencia comunicación y representación. La estrategia didáctica diseñada facilitó la competencia “comunicación y representación” en matemática, constituyéndose en un aporte a la didáctica de las matemáticas, en cuanto contribuye a mostrar cómo favorecer la interpretación y comunicación matemática, para poder razonar adecuadamente y solucionar problemas del área, lo cual se evidenció también en el cuasi experimento realizado (Jiménez, M. E., Jiménez, M. G., Jiménez, M. J. 2014).

Por otro lado, en la actualidad el uso de las TIC, representa el aprovechamiento de herramientas poderosas que pueden ayudar a mejorar los procesos de aprendizaje en casi todas las áreas del conocimiento, sin embargo, dentro de las estrategias planteadas por diferentes investigadores, son pocos los trabajos encontrados, donde se apoyen en estas tecnologías para el desarrollo de estrategias de mejora en el área de matemáticas.

Dentro de estos estudios, se encuentra una investigación de la Universidad Privada Norbert Wiener, donde los autores: Castrillón Cardona, Claudia; Ramírez Posada, Nancy Liliana, investigan: “Desarrollo del pensamiento lógico matemático, apoyado en el uso de blogs en la web 2.0, en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Real Campestre la Sagrada Familia, sede principal del Municipio de Fresno Tolima 2013-2014”.

Las autoras opinan que la escasa preparación por parte de los maestros en la aplicación de estrategias didácticas activas en los procesos de enseñanza, ha hecho que los estudiantes tengan un bajo nivel de pensamiento lógico matemático y ello incide en el aprendizaje de todas las áreas de estudio. Frente a esta situación la investigación aborda la temática de pensamiento lógico matemático desde el uso del blog virtual y su incidencia en el rendimiento académico.

La investigación sobre el escaso pensamiento lógico en los estudiantes de la institución educativa Real Campestre La Sagrada Familia, sede principal; permitió evidenciar el problema en su dimensión, por lo que se plantea una alternativa de solución que se desarrolla a través la metodología del uso del blog 2.0, donde los estudiantes solucionan diferentes ejercicios que involucran las competencias matemáticas para propiciar el aprendizaje de las mismas.

Específicamente, el blog virtual fue alimentado con actividades que implican el planteamiento y solución de situaciones problemáticas y la interacción sujeto-objeto; utilizando objetos de aprendizaje, pues se demostró que la aplicación de una estrategia mediada por herramientas tecnológicas, puede contribuir a superar las deficiencias cognitivas de los estudiantes, en el área de matemáticas.

La principal conclusión fue la diferencia en el rendimiento, después de trabajar en el blog virtual; pues el progreso de los estudiantes se dio de manera significativa en razón de las estrategias didácticas integradas al blog y los contenidos del área de matemáticas relacionados.

La recomendación más importante que sale de esta investigación, es hacer extensiva una invitación a los docentes para que se actualicen y usen regularmente el blog virtual, además de diferentes recursos audiovisuales; ya que estas tecnologías, o herramientas de la web, se pueden utilizar como estrategias didácticas que permiten al estudiante una participación activa y eficiente en el proceso de aprendizaje, lo cual contribuirá al desarrollo de su pensamiento lógico matemático (Castrillón & Ramírez, 2016).

Como conclusiones se demuestra que el uso del blog virtual aplicado como estrategia, no se relaciona de forma positiva con el desarrollo del nivel de pensamiento lógico matemático en los estudiantes de secundaria de la institución educativa Real Campestre La Sagrada Familia, sede principal de Fresno Tolima, 2013-2014; se comprueba que no existe relación positiva entre el desarrollo del nivel del pensamiento lógico matemático y el uso de este blog virtual.

Esta investigación pretendió aportar una posibilidad para que los estudiantes de la institución educativa Real Campestre La Sagrada Familia, sede principal, a través del uso del blog virtual de matemáticas; fortalecieran las competencias de razonamiento y argumentación; comunicación, representación, modelación; y resolución de problemas. El progreso de algunos estudiantes, corresponde a la tarea del docente, mediante la participación en las estrategias didácticas que integran el uso de las TIC con los contenidos del área de matemática; procurando con el desarrollo del pensamiento lógico matemático, despertar el interés y el deseo de participación en cada jornada de académica.

3. Marco Legal

El desarrollo de las Tecnologías de la Información y Comunicación - TIC- ha abierto un sinnúmero de posibilidades para realizar proyectos educativos en el que todas las personas tengan la oportunidad de acceder a educación de calidad sin importar el momento o el lugar en el que se encuentren. En efecto, las alternativas de acceso que se han puesto en manos de las personas han eliminado el tiempo y la distancia como un obstáculo para enseñar y aprender (Mineducación, 2009).

La educación a distancia y virtual está creciendo ampliamente a través de muy diversas expresiones y formas en la educación superior en Colombia. Tal dinámica es de una enorme magnitud y complejidad en tanto ella refiere a temas didácticos, pedagógicos, tecnológicos, organizacionales, jurídicos, económicos; de recursos de aprendizaje, sistemas de evaluación y procesos de certificación haciendo una lista reducida. Nuevos estudiantes, nuevas competencias docentes y nuevas formas de evaluación, de regulación o de competencia, junto con una amplia diversidad institucional son parte de un proceso en curso en Colombia que plantea la necesidad de su reflexión y análisis colectivo (ACESAD, 2013).

En Colombia, la ley 1341 de 2009, reglamenta el marco general de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, con la promulgación de esta reglamentación se definen los "Principios y conceptos sobre la sociedad de la información y la organización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones -TIC-, se crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones" (MINTIC, 2009).

La educación virtual, también llamada "educación en línea", se refiere al desarrollo de programas de formación que tienen como escenario de enseñanza y aprendizaje el ciberespacio. Hace referencia a que no es necesario que el cuerpo, tiempo y espacio se conjuguen para lograr establecer un encuentro de diálogo o experiencia de aprendizaje. Sin que se dé un encuentro cara a cara entre el profesor y el alumno es posible establecer una relación interpersonal de carácter educativo.

Desde esta perspectiva, la educación virtual es una acción que busca propiciar espacios de formación, apoyándose en las TIC para instaurar una

nueva forma de enseñar y de aprender. La educación virtual es una modalidad de la educación a distancia; implica una nueva visión de las exigencias del entorno económico, social y político, así como de las relaciones pedagógicas y de las TIC. No se trata simplemente de una forma singular de hacer llegar la información a lugares distantes, sino que es toda una perspectiva pedagógica (Mineducación, 2009).

En tal sentido, el artículo 17 de la Ley 1341 de 2009 estableció como objetivos del Ministerio de TICs: Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, entre otros, diseñar, formular, adoptar y promover las políticas, planes, programas y proyectos del sector de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, en correspondencia con la Constitución Política y la ley, con el fin de contribuir al desarrollo económico, social y político de la Nación y elevar el bienestar de los colombianos (MINTIC, 2009).

Ferraté (1998) citado por Duart (2019) afirma que, “las metodologías basadas en conceptos de virtualidad se irán extendiendo y generalizando a causa de la inmensas posibilidades pedagógicas y sociales que comportan. Debemos tener presente que las metodologías asociadas al concepto de virtualidad pueden ayudarnos a romper, no solamente las barreras del tiempo y del espacio sino también las barreras sensoriales” (Ferraté, 1998:187). Es cierto que la sensorialidad está presente también la virtualidad. Y que, como hemos visto, educamos también a través de nuestra capacidad de sentir.

De conformidad con la estructura general del sistema colombiano de educación superior, los cambios y transformaciones suscitadas por las políticas públicas implementadas, el marco regulatorio y la gobernabilidad que se ejerce en torno a ellas; que va desde la autonomía de las instituciones, y el control central del desarrollo institucional y la oferta educativa, determinan para

la educación a distancia el cumplimiento de las normas emitidas para la oferta y puesta en marcha de programas de educación superior con calidad, sin precisión de factores y condiciones que sean específicos para esta modalidad educativa. La anterior caracterización se hace evidente al analizar la reglamentación colombiana en cuanto a educación a distancia. La Ley 30 de 1992, dispone: “ARTÍCULO 15. Las instituciones de Educación Superior podrán adelantar programas en la metodología de educación abierta y a distancia, de conformidad con la presente Ley.” Esta es la única alusión a la modalidad, sobre la cual se han inferido que existen dos metodologías: Presencial y a Distancia. Sólo a partir de la expedición del Decreto 2566 de 2003, se incorporaron algunos esbozos de marco regulatorio, que se concretaron en la Resolución de características específicas No. 2755 de 2006. Posteriormente, se plasmaron algunas disposiciones en el Decreto 1295 de 2010, que involucran conceptos que modifican la esencia de la educación a distancia, tales como clasificar la modalidad en dos, modalidad de educación a distancia tradicional y modalidad virtual, siendo la virtualidad una metodología de la primera (ACESAD, 2013).

4. Semántica en el aprendizaje de las matemáticas.

Las gráficas, las expresiones numéricas y los símbolos están empezando a ser considerados instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas ya que ayudan a la comprensión de las ideas matemáticas por los estudiantes, así como para comunicar a los demás su comprensión y cómo han pensado. De ahí que los procesos de simbolización que se puedan generar en las aulas de matemáticas son elementos relevantes para el aprendizaje (Castro y Castro, 1997) citado en (Goñi 2011).

Al respecto, Sotelo (s.f.) define a la matemática como: “Una ciencia exacta la cual tiene un sistema de códigos y símbolos que le permiten expresar ideas, en muchos casos con un alto grado de precisión”. De ahí que, esta asignatura resulte difícil de comprender por parte de la mayoría de los estudiantes, pues para comprenderla es necesario comprender su sintáctica y semántica (Pargas 2009).

En este sentido, vale la pena destacar la importancia que representa el lenguaje para la educación en general y, más específicamente, en el área del saber matemático, debido a que la comprensión del mismo le va a permitir al estudiante entender e interpretar, los códigos utilizado por el docente, en el desarrollo de su práctica de aula, en un libro o cualquier otro momento de su vida cotidiana. Al respecto Beyer y Suarez (1998), citado en (Pargas 2009), expresan que: “El sistema educativo se apoya, en gran medida, en la comprensión del lenguaje y en consecuencia, para que funcione eficientemente, es necesario que los estudiantes de todos los niveles posean habilidades para comprender el lenguaje en sus diferentes formas: oral, escrito, simbólico, icónico”.

No obstante, el lenguaje formal utilizado en las matemáticas, le permite al estudiante construir sus propios juicios de razonamiento y las estrategias al momento de resolver situaciones problemas, asimismo, le permite realizar abstracciones e interpretaciones que lo conduzcan a un resultado. Es de este modo, que los estudiantes deben, “... formalizar, precisar y simplificar ideas y conceptos abstractos, evitando diferentes interpretaciones causada por el lenguaje coloquial”. En tal sentido, es necesario que el educando esté capacitado para escribir, leer e interpretar el lenguaje formal de la matemática, así como también transferirlo a otros contextos (Pargas, 2009).

El núcleo central del estudio se focaliza en la noción de la semántica en el aprendizaje de las matemáticas que se sitúa en el significado de los signos matemáticos. En el proceso formativo matemático es esencialmente la búsqueda del significado de palabras, expresiones, enunciados, teoremas, propiedades, entre otros.

Argumentar la conceptualización y la semántica matemática en el aula, tiene que ver con utilizar los registros discursivos especializados para el desarrollo de esta actividad. Boero, Douek y Ferrari (2002), destacan tres actuaciones discursivas principales del profesor de matemáticas en la gestión «especializada» de la práctica argumentativa del aula:

- a) Mediación semiótica indirecta, cuando se seleccionan y utilizan producciones lingüísticas de alumnos.
- b) Mediación semiótica directa, cuando se provee a los alumnos de expresiones lingüísticas apropiadas para codificar y controlar procesos de pensamiento y producción.
- c) Mediación cultural, cuando se aportan modelos válidos de actuación matemática, ya sean lingüísticos o de otra índole. Por otra parte, si un registro especializado es un modo de usar la lengua para activar una identidad social, conviene analizar dicha identidad en combinación con otras.

Junto con las dificultades intrínsecas al uso del registro matemático, surgen dificultades asociadas al uso simultáneo de registros cotidianos de habla. La presencia de ambos tipos de registro en el aula de matemáticas, los saltos tácitos entre uno y otro y el uso distinto que se hace en ellos de palabras

y estructuras son fuente de obstáculos no sólo para su correcta utilización, sino también para la construcción del lenguaje matemático, de ideas y conceptos (Ferrari, 2004) citado en (Goizueta & Planas, 2013).

Se define argumentación como el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso en discusión (Douek, 2007). La argumentación es por tanto el proceso de producir un discurso lógicamente conectado sobre un tema y que genera un producto final de este proceso. Explicar por su parte, consiste en hacer comprensible un hecho presentándose en conexión con otros hechos dentro de un sistema de relaciones coherente. La función de explicar es ante todo descriptiva, por lo que el valor epistémico de las proposiciones es secundario (Goizueta & Planas, 2013).

Para Duval (2004), la argumentación funciona a través de proposiciones, sean explícitas o implícitas, con un valor en sí mismas y un estatus operacional en la relación entre ellas. El valor epistémico se asocia, cómo se entiende una proposición, lo que depende de los conocimientos previos que condicionan la comprensión del contenido. Cuando se argumenta, se pretende modificar el valor epistémico de la tesis para establecer un valor positivo. En cambio, la clave de la demostración dentro de una teoría de referencia está en la relación del valor epistémico necesario con el valor lógico verdadero.

Complementando lo anterior Krummheuer (2012), en (Goizueta & Planas, 2013), sostiene que la estructura y el valor de un argumento deben entenderse de manera contextual. En general, no hay una línea neta entre prácticas argumentativas, explicativas y demostrativas si solo se atiende a las características intrínsecas de una proposición, pero sí es posible establecer diferencias en función del contexto donde tiene lugar la práctica; Douek (2007),

llama corpus de referencia al conjunto de estas referencias. Una referencia no es objeto de duda, su veracidad y su operatividad son fácticas y están social e históricamente determinadas.

Este enfoque permite delimitar un problema sustancial de la enseñanza de las matemáticas: la difícil distinción entre lo estructural, lo epistémico y lo comunicativo en la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas de los estudiantes.

Terán y otros (2005), explicaron que las clases de matemática inician a partir de la definición de contenidos carentes de significados para estudiantes de niveles de educación básica, ya que por lo general se alejan de sus vivencias. Como consecuencia de ello, se les dificulta reconocer la importancia de la matemática para sus vidas y los lleva a preguntarse, ¿Para qué sirve esta asignatura?

Por otro lado, Bastián 2016, complementa la idea de estos errores comunes, en el estudio: “Epistemología para la resolución de problemas en enseñanza a distancia” donde se estudian los procesos de enseñanza-aprendizaje de nivel superior mediados por tecnologías. En el estudio se hace una reflexión sobre el hecho de “estudiar para olvidar”, el autor afirma que los alumnos actuales son capaces de aprobar un examen, pasar al siguiente curso y olvidar lo que aprendieron en dos o tres meses, esto es lo que se “estudiar para olvidar”. En las entrevistas realizadas por los investigadores, con un grupo de estudiantes, se detecta que, en la mayoría de los casos, no se distingue lo que es importante de lo que no, además de que el alumno se sumerge en un mar de fórmulas del que quiere salir lo antes posible y sabe que siempre está a su disposición la red. Como si encontrar en Google la solución de cualquier problema fuese equivalente a comprender el problema y

estar preparado para resolver problemas abiertos más complejos (Bastién, 2016).

El problema matemático ha tenido profundización por muchos autores alrededor del mundo y por esto se hace necesario y oportuno agregar las investigaciones realizadas por Vergnaud, (2012), ¿Por qué la teoría del campo conceptual? ¿Qué hay de la teoría de los campos conceptuales?

Allí el autor, aborda el problema de la actividad situacional y el desarrollo a largo plazo de las habilidades y el conocimiento, donde el aprendizaje de las habilidades complejas y las dificultades encontradas por los estudiantes durante el aprendizaje, lleva a diferenciar entre la forma operativa de conocimiento y la forma predicativa, que es una puesta en palabras y símbolos de los objetos del pensamiento y sus propiedades. Después de algunos ejemplos, el estudio discute la pregunta "¿Qué es el aprendizaje?", y muestra que el concepto de competencia requiere un análisis de la actividad en términos de "esquemas". Un esquema es, por definición, una organización de actividad para una cierta clase de situaciones. Es un concepto relevante para estudiar tanto el razonamiento como los gestos.

Con respecto al desarrollo durante el experimento, se trató de identificar las filiaciones y las interrupciones, es la función teórica de la idea de campo conceptual: un conjunto de situaciones, un conjunto de esquemas e invariantes operativos, y un conjunto de formas simbólicas (Vergnaud, 2012, p.22). Importante aporte sobre los esquemas del análisis del razonamiento y la gesticulación, en los procesos matemáticos.

Hasta el momento se han analizado los antecedentes del problema a nivel internacional y de América Latina, pero como referencia nacional es

importante hacer reseña del estudio de doctorado realizado por Fandiño y otros (2015), “Una fórmula para medir objetivamente la dificultad de los estudiantes en la comprensión de un texto matemático. Uso con fines evaluativos didácticos”.

El estudio se proporciona una fórmula objetiva para la evaluación empírica de la comprensión de un texto matemático por parte de los estudiantes de todos los niveles. De esta fórmula se sugiere un uso para la evaluación y un uso didáctico.

La autora encuentra como elemento repetitivo el siguiente hecho: “el discurso matemático tiene un código semiológico propio que acompaña una expresión que se realiza gracias a dos componentes esenciales, específicas para el lenguaje matemático: una función de designación y una de localización” (Laborde, 1995).

4.1. Características del discurso matemático

En el discurso matemático, se pueden evidenciar ciertas características empleadas al usar la semántica de las matemáticas, las cuales Fandiño (2015) señala como:

- Un uso semántico particular, y en ocasiones nuevo, de los términos y de las modalidades expresivas del lenguaje natural que de alguna forma se vuelven específicos gracias a una reinterpretación en el discurso matemático.

- El discurso matemático tiene un código semiológico propio que conlleva una economía de expresión que se realiza gracias a dos componentes esenciales, específicas para el lenguaje matemático: una función de designación y una de localización (Laborde, 1995).
- En el discurso matemático se mezcla el lenguaje natural con la (un más o menos difundido uso de la) escritura simbólica, hecho que en el discurso natural no se presenta
- Otra característica del discurso matemático es su universalidad (Laborde, 1995).

El estudiante y el maestro trabajan tres tipos de estrategias para plantearse las impresionantes diferencias entre los dos lenguajes: 1) la repetición de la expresión que describe el objeto matemático; 2) la referencia a características temporales que tienen un sentido en el lenguaje natural, pero no en el lenguaje matemático; 3) uso de propiedades de distinción, típicas del lenguaje natural pero no del lenguaje matemático. (Laborde, 1995). Estas consideraciones llevaron a Laborde a un análisis de las dificultades de lectura de los textos matemáticos, dado que en dichos textos el lenguaje natural y el lenguaje matemático se complementan y se intersecan.

4.2. Confusión entre lenguajes matemáticos y lenguajes naturales

El término lenguaje es bastante ambiguo, ya que se usa tanto para denotar la función comunicativa entre personas como para denotar un

particular sistema de símbolos. Aunque el lenguaje natural también es por definición un sistema simbólico, como el lenguaje matemático, los símbolos del primer caso han sido interiorizados por las personas desde su nacimiento, e incluso hay quien dice que desde su periodo de gestación. Por ello, tiene sentido distinguir entre lenguaje(s) matemático(s) y lenguajes naturales, como dos tipos esencialmente distintos que coexisten durante los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas (Goñi 2011).

Es especialmente importante tener en cuenta el caso de la combinación de lenguajes matemáticos y naturales, estas relaciones se presentan especialmente en los enunciados de las situaciones tipo problema, el lenguaje común utilizado para verbalizar los problemas matemáticos da pie a diferentes interpretaciones algunas de ellas coherentes con lo que se quiere realizar, pero otras, por el contrario, son equivocadas y llevan al fracaso en la resolución del problema. Como lo afirma Goñi (2011), "... en muchos enunciados aparecen palabras de uso común en el lenguaje natural, palabras con significado propio dentro del lenguaje matemático y un tercer grupo de palabras que según el contexto del problema tienen que saber interpretarse en uno u otro lenguaje. Para la comprensión del problema, tendrán que activarse aspectos de las competencias lingüística y matemática, junto con un buen conocimiento de la cultura de clase".

Es importante entonces, tener presente que las características de la representación de los símbolos algebraicos son esenciales antes de entrar a comprender la semiótica de las matemáticas. De esta forma, será mucho más fácil para el estudiante entender lo que se está planteando en la formulación de un problema matemático expresado en un lenguaje natural. En la semántica de las matemáticas, hay palabras que tienen significados propios como es el caso de "elevado al cubo" que significa que un número está elevado a la

potencia 3, en este caso la semiótica que se quiere expresar es que el número se multiplica por sí mismo tres veces; o la expresión “el triple de un número” cuya expresión se traduce en lenguaje matemático a $3x$, lo que en un lenguaje natural equivaldría a sumar dicho número en tres ocasiones.

4.3. La comprensión en la resolución de problemas

Los procesos en la comprensión matemática están relacionados con lo que el estudiante aprende, “esta forma de entender el aprendizaje matemático nos lleva a determinar y caracterizar cómo los estudiantes de educación secundaria establecen relaciones o conexiones entre lo que conocen para resolver los problemas. Es decir, favorecer el aprendizaje matemático se apoya en el establecimiento de relaciones” (Goñi 2011). No hay real comprensión cuando el estudiante aprende de memoria el proceso de un determinado algoritmo, sino se comprende el para que se realiza una operación matemática, el sentido pierde todo contexto y la comprensión disminuye por lo que las relaciones no se crean.

El aprendizaje con comprensión facilita el aprendizaje posterior, ya que se apoya en la realización de conexiones de manera significativa entre lo nuevo y lo que ya se conoce (NCTM, 2000). Este hecho es relevante en estos momentos en los que los avances tecnológicos permiten el uso de calculadoras y software en las aulas para realizar muchos de los procedimientos que formaban parte del currículo. Por tanto, los usos de tecnología en las aulas obligan a prestar más atención a la construcción de los significados de las ideas matemáticas para favorecer su uso flexible en nuevas situaciones.

5. Estrategias para el aprendizaje

Las estrategias de enseñanza se definen como los procedimientos o recursos utilizados por los docentes para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes. Como lo señala (Titone, 1976, pág. 490 y ss.) citado en (Fandos G, Jiménez G, & Pío González, 2012), ha quedado lejos el planteamiento herbatiano de los pasos o grados formales que dieron pie a la metodología didáctica: Preparación, presentación, asociación comparativa, generalización sistemática y aplicación. Hoy, problemas conceptuales y prácticos han provocado que se haya preferido el término estrategia, como elemento aglutinador y rector de la actividad, ya que es un conjunto de acciones que permite la unidad y la variedad de acción ajustándose y acomodándose a situaciones y finalidades contextualizadas y aun el de procedimiento, entendido como "la particular vía seguida en la aplicación de un método o de una forma de enseñanza".

El propósito esencial del uso pedagógico de las TIC para el fortalecimiento de los procesos semántico lógico matemáticos, es el de diseñar un entorno dinámico e interactivo para complementar el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes, facilitar el acceso al conocimiento, estimular los procesos mentales, subsanar dificultades, mejorar la motivación y el interés, estimular el desarrollo de habilidades matemáticas como la resolución de problemas, el razonamiento, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender. De esta manera, para cumplir con dicho objetivo se establecieron las siguientes estrategias para planificar las actividades que potencialicen el aprendizaje de los estudiantes.

5.1. Resolución de ejercicios y problemas

La estrategia didáctica de resolución de ejercicios y problemas, está fundamentada en ejercitar, ensayar y poner en práctica los conocimientos previos, en la que se solicita a los estudiantes que desarrollen soluciones adecuadas o correctas mediante la ejercitación de rutinas, la aplicación de fórmulas o algoritmos, la aplicación de procedimientos de transformación de la información disponible y la interpretación de los resultados. Es importante destacar que se despierta el interés de los estudiantes al observar las posibles aplicaciones prácticas del conocimiento, asimismo posibilita la participación de todos los alumnos, independientemente de su grado de competencia y pericia inicial para la tarea, brindando una gama amplia de actividades, con distintos tipos de exigencias y niveles de logros finales, de la misma manera , eleva el nivel de pensamiento reflexivo, lógico e intuitivo y mejora sus capacidades para apropiarse de la construcción de sus aprendizajes, es una estrategia utilizada generalmente para la evaluación del aprendizaje (Nolasco del Ángel, 2014).

5.2. Trabajo autónomo o aprendizaje autorregulado

Este tipo de aprendizaje define al propio sujeto como quien asume la responsabilidad y el control del propio aprendizaje. Para Brockett e Hiemstra (1993: 38, en Torres, 2003) el aprendizaje auto dirigido "describe un proceso en el que los individuos asumen la iniciativa, con o sin ayuda de los demás, en el diagnóstico de sus necesidades de aprendizaje, la formulación de sus metas de aprendizaje, la identificación de los recursos humanos y materiales necesarios para aprender, la elección y aplicación de las estrategias de

aprendizaje adecuadas y la evaluación de los resultados de aprendizaje" (Fandos G, Jiménez G, & Pío González, 2012). A medida que el estudiante se aleja más de las formas tradicionales de enseñanza, y se introduce en las actividades donde su presencia física no es requerida, aumenta su grado de autonomía ante los saberes que desea adquirir. Sus dudas, sus errores deben ser resueltos por medio de otras actividades como la consulta de otros materiales o a través del chat o foros de discusión. Ciertamente para que el estudiante adquiera esta autonomía es necesario que el aula digital contemple todos los elementos necesarios para que su propio aprendizaje esté garantizado.

5.3. Interactividad

“El concepto de interactividad es inherente a los procesos de comunicación, pues para que haya comunicación es imprescindible la interacción entre los intervinientes (ya sean personas o bien entre persona y máquina)” (Prendes, 2000) citado por Fandos G, Jiménez G, & Pío González, (2012). Esta estrategia debe promover la interactividad y el "aprender haciendo" por encima de otros procesos en los que la implicación del estudiante es menor.

Esta estrategia pone al estudiante en el centro del proceso de enseñanza– aprendizaje, adaptándose a su ritmo de trabajo, horarios y sus métodos de aprendizaje, además el alumno puede acceder al aula virtual cuando y donde lo necesite, utilizando una computadora, un teléfono inteligente o una tableta.

Para que la educación responda a las necesidades actuales y las que deparan en el futuro, deben dar cabida a las herramientas tecnológicas para fortalecer su uso en mejora de la apropiación de toda la gama de posibilidades. Además, se debe propiciar en la comunidad educativa y especialmente en los docentes cambios que mejoren la calidad educativa, favoreciendo la innovación y la actualización de su quehacer educativo con miras en la satisfacción de las necesidades de las generaciones futuras.

5.4. Características para un entorno multimedia efectivo

Hay que mencionar, además, las características para que un entorno multimedia sea efectivo en su aprendizaje. Como lo afirman Fandos G, Jiménez G, & Pío González (2012), “serán entornos multimedia instructivos efectivos para el aprendizaje aquellos que:”

- Permitan que el aprendiz dirija por sí mismo su aprendizaje, se implique en su planificación y actividades.
- Proporcione a los aprendices la posibilidad de participar activamente en el proceso de aprendizaje e incentiven esta participación.
- Facilite la interactividad y el "aprender haciendo".
- Se dirija a la adquisición o mejora de habilidades que sean útiles para el desempeño cotidiano del aprendiz.

- Aproveche como recurso de aprendizaje las experiencias educativas y vitales que pueden aportar los aprendices.
- Considere problemas y situaciones reales como punto de partida, haciendo sentir al aprendiz que la actividad que realizan está estrechamente ligada a sus necesidades.
- Se centre en la realización de tareas, la resolución de problemas y la consecución de metas.
- Contenga recursos para llamar la atención del aprendiz y facilitar la percepción de los factores esenciales del contenido (negrita, cursiva, diagramas, etc.).
- Sea capaz de despertar el interés del aprendiz mostrándole sus aspectos claves y la solución que ofrece a problemas significativos.
- Cuento con un acceso rápido y eficaz a la ayuda cuando el aprendiz la necesite.
- Provea las herramientas de aprendizaje esenciales para la tarea inmediata y de funcionamiento intuitivo.
- Sitúe al aprendizaje en el contexto, actividad y cultura habituales del adulto (Rodríguez, J.L., 2000).

6. Marco conceptual

6.1. Educación matemática y sistemas de representación

El papel que juegan las representaciones dentro del marco de la educación tiene una importancia muy relevante. El NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), por ejemplo, dentro del borrador de sus Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares del 2000 (NCTM, 1998), sugiere el estudio de las representaciones como uno de los principales propósitos. Otra muestra del interés creciente en este tema, es que congresos de conocida relevancia a nivel internacional se centran en él. Así, por ejemplo, la XXI reunión del PME-NA (North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education), celebrada en México en octubre de 1999, giró en torno a la visualización y representación en educación matemática. Asociados a la idea de sistema semiótico de representación surgen interrogantes que podemos calificar de complejos. Por ejemplo, sabemos que del objeto matemático sólo se puede hablar mediante sus representaciones, entonces ¿cómo entender las relaciones entre las representaciones y un objeto que no existe antes de representarlo? ¿Cómo puedo saber que el conjunto de todas las representaciones conocidas de un objeto matemático no lo agotan? y, más aún, ¿Sin usarlas? Las respuestas a estas cuestiones pasan por admitir que la construcción de un concepto matemático es un proceso en permanente desarrollo, por lo que el nivel de objetividad con el que lo entendemos es sólo transitorio. Nunca se posee plenamente el concepto, y por eso no hay lugar a concepciones platónicas de los objetos matemáticos (NCTM, 1998).

6.2. Internet en la educación

El uso real de la Internet en el aula depende en gran medida del conjunto de creencias e ideología que tiene el maestro sobre el aprendizaje del alumno. se apoya la idea de que Internet es un recurso didáctico extraordinario en ambientes de aprendizaje constructivistas y que su utilidad en los procesos de enseñanza es más cada vez más frecuente. Más allá de los argumentos tecnológicos, el contexto social de las nuevas generaciones demanda a los sistemas educativos satisfacer el uso de las tecnologías al interior del aula. Las tendencias de los docentes en formación y otros mucho más lanzados al cambio conducen a ambientes de aprendizaje mediados por las TIC.

La educación, como preparación básica para la vida, no puede pasar por alto ni el entorno donde se desarrolla y que, lógicamente, la condiciona, ni tampoco el modelo cultural y social que pretende conseguir. La evolución de la educación en esta sociedad tan cambiante en la que vivimos y para la que debemos preparar, no ha seguido el ritmo del cambio social. Podríamos, por tanto, decir que nuestros sistemas educativos siguen capacitando a los estudiantes para desarrollarse como personas y ciudadanos en una sociedad que ya no existe. Entre las principales características de la sociedad global de comienzos del siglo XXI podríamos destacar la multiculturalidad, la digitalización de la información y la importancia de las redes sociales. Ninguno de estos aspectos se aborda suficientemente en nuestras aulas (Gutiérrez & Tyner, 2012).

6.2.1. Desarrollo de sitios web como recurso para el aprendizaje

Los medios didácticos pueden definirse como “Cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el desarrollo del currículo, para aprender a facilitar

los contenidos, mediar en las experiencias de aprendizaje, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar estrategias metodológicas, facilitar o enriquecer la evaluación” (Blásquez & Lucero, 2002: 186) citado en (Dávila, Galvis, & Vivas, 2015). Facilitar la integración de los recursos para apoyar las metas de aprendizaje es un proceso que invita a favorecer los escenarios educativos. Como señala Medina (2009), nos encontramos en un nuevo escenario que puede denominarse “Sobreinformación”, donde la red ofrece una gran disposición de datos que los niños y niñas no saben manejar y que pueden constituir un riesgo para los mismos.

El uso de sitios web educativos para la construcción de aprendizajes significativos pueden ser un soporte para la construcción de conocimiento, “el uso de los medios y las TIC como recursos didácticos, como herramienta para favorecer la enseñanza de los contenidos curriculares, y casi siempre en manos del profesor, suele ser el primer paso de integración de este medio en el desarrollo curricular de los centros educativos” (Gutiérrez & Tyner, 2012). El sitio web es una herramienta tecnológica por medio de la cual el docente apoya los procesos de enseñanza aprendizaje, en ella se permite ofrecer información importante y generar actividades a partir de una formación no presencial.

De esta manera la propuesta del diseño de un sitio web como para intervenir las dificultades presentadas en la solución de procesos semántico lógico matemáticos utilizados en el lenguaje formal, sirve como estrategia para mejorar dichos procesos, integrando información relevante, didáctica, interactividad asincrónica y sobre todo la posibilidad de servir como un puente entre los usuarios y sus dificultades en la resolución de problemas matemáticos.

6.3. Educación matemática y tecnología

La tecnología electrónica define el momento en que vivimos como una cultura eminentemente digital, en la que la matemática es un área privilegiada por tener un lenguaje universal y como un proceso de inteligencia superior. Un claro ejemplo de ello, son los usos de las computadoras y calculadoras algebraicas (como la TI-89 y la TI-92) tiene que ver con el empleo de los Sistemas de Cálculo Simbólico (SCS). Es una tecnología diseñada para gestión computarizada de fórmulas, vectores, matrices, entre otros, con elementos numéricos y simbólicos (García et al., 1995). Actualmente existe un creciente interés en estudiar cómo pueden aprovecharse las posibilidades que brinda estas herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los salones de clase.

En 1972, Hewlett-Packard introdujo en el mercado la primera calculadora científica de la historia, que realizaba operaciones con las funciones trascendentes (por ejemplo, evaluar funciones trigonométricas o logarítmicas hasta con 12 cifras exactas. Véase Demana y Waits, 1997). En 1986, Casio desarrolló en Japón la primera calculadora graficadora, que fue una auténtica revolución en los entornos educativos. Años después, se produjo una nueva ruptura con lo establecido dentro de los sistemas educativos, cuando apareció la TI-92. Como se sabe, esta calculadora (este es un nombre inadecuado para dicha herramienta) posee un sistema de procesamiento simbólico cuyas principales áreas de funcionalidad son: 1) Aritmética exacta con racionales, reales y complejos. 2) Trabajo con álgebra simbólica. 3) Obtención de soluciones numéricas. 4) Graficación de funciones y superficies.

Este tipo de posibilidades de las calculadoras, ha hecho crecer el número de proyectos educativos que incluyen una componente tecnológica, además de alentar a profesores e investigadores a incluirlas dentro de sus actividades. En diversos países se han establecido proyectos y programas para la formación de docentes y estudiantes de matemáticas, con la mediación de estas herramientas computacionales (Rojano y Moreno, 1999) citado en (Lupiáñez & Moreno, 2001).

La evolución de la Inteligencia Artificial está transformando desde ya la educación matemática; en este sentido, una de las observaciones más sensibles en este tiempo es el desarrollo, expansión y extensión de un nuevo tipo de pedagogía y de didáctica matemática, la cual está soportada sobre la tecnología digital. En apariencia, esta nueva pedagogía, “la instrucción constructivo-digital matemática”, transformará, en pocos años, definitiva y considerablemente la manera de enseñar, aprender, comprender, aplicar y comunicar los contenidos matemáticos en todos los niveles educativos Orozco, M. C., & Labrador, M. E. (2009).

En la actualidad la educación cuenta con poderosas herramientas que van de la mano de los procesos de enseñanza y aprendizaje y es por esto que la investigación apoya toda su estructura en un manual interactivo para desarrollar actividades mediante aplicaciones en la plataforma Wix.

En general, hay un consenso en la comunidad científica del campo de la educación matemática en que la cultura digital presenta las condiciones ideales para describir toda la matemática escolar en una actualizada y revolucionaria concepción y presentación tecnológica que incluye un nuevo lenguaje, una nueva simbología, unos nuevos procedimientos, todos

derivados del potencial y versatilidad de la electrónica digital (Feldstein, 2005; Orozco, 2006; Ramos, 2005) citado en (Orozco, & Labrador, 2009).

Los planteamientos y situaciones expuestos han generado el interés de investigadores enfocados a los procesos didácticos de la educación en línea sobre un conjunto creciente de inquietudes acerca de cómo se enseña y de qué forma se aprende en el escenario virtual. En este sentido, se encontró una línea de trabajo que versa sobre los nuevos roles que desempeñan el docente y el estudiante en la educación virtual; un ejemplo son los estudios realizados por Velázquez (2005), Lucchesi, Perelló y Torres (2004) y Montero (2007), que coinciden en que la realidad actual, dominada por el empleo de la tecnología y las comunicaciones, así como un avance significativo en la hipercomunicación, la multimedialidad, los equipos y el software, tecnologías inalámbricas y redes de banda ancha, supone una reconceptualización de los roles, conocimientos y destrezas de los actores del proceso que permitan no sólo la reproducción, sino la comprensión de los contenidos programados en el aula virtual (Arraiz, 2012).

6.4. La cuestión del significado de los objetos matemáticos

La Didáctica de las Matemáticas se interesa por identificar el significado que los alumnos atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, a los conceptos y proposiciones, así como explicar la construcción de estos significados como consecuencia de la instrucción. La noción de significado, utilizada con frecuencia de modo informal en los estudios didácticos, es un tema central y controvertido en filosofía, lógica, semiótica y demás ciencias y tecnologías interesadas en la cognición humana. El análisis de esta noción desde un punto de vista didáctico puede ayudar a comprender las relaciones

entre las distintas formulaciones teóricas en esta disciplina y permitir estudiar bajo una nueva perspectiva las cuestiones de investigación, particularmente las referidas a la evaluación de los conocimientos y la organización de los procesos instruccionales. El papel relevante que la idea de significado tiene, por tanto, para la didáctica se pone de relieve por el uso que hacen de ella algunos autores interesados por el fundamento de esta disciplina.

Así, Balacheff, cita el significado como palabra clave de la problemática de investigación de la didáctica de la matemática: "Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre la enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de las conductas de los alumnos en la clase de matemáticas" (Balacheff, 1990).

6.5. Lenguaje matemático: significado y representación

El término "significado" se usa de una manera persistente en la investigación y en la práctica de la educación matemática, ligado al de 'comprensión'. Se considera esencial que los estudiantes conozcan el significado de los términos, expresiones, representaciones, o sea, a qué hace referencia el lenguaje matemático en sus diferentes registros, pero el 'significado' "es uno de los términos más ambiguos y más controvertidos de la teoría del lenguaje" (Ullmann, 1962, p. 62) citado en (Godino, 2003).

En el texto clásico *The Meaning of Meaning*, Ogden y Richards (1923) recogieron no menos de diecisiete definiciones de 'significado'. Desde entonces se han añadido muchos nuevos usos, implícitos o explícitos, incrementando por tanto su ambigüedad. A pesar de esto la mayoría de los

tratadistas, son reacios a abandonar un término tan fundamental; prefieren definirlo de nuevo y añadirle varias calificaciones.

La complejidad del problema semántico del lenguaje matemático se incrementa por la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática (uso del lenguaje ordinario, oral y escrito, símbolos específicos, representaciones gráficas, objetos materiales, etc.). Además, no sólo nos interesa analizar el "significado" de los objetos lingüísticos matemáticos, sino también los diversos "objetos matemáticos" (situaciones-problemas, procedimientos, conceptos, proposiciones, argumentaciones, teorías, etc.). En términos generales hay dos escuelas de pensamiento en la lingüística que abordan la cuestión del significado desde puntos de vista diferentes: la tendencia "analítica" o "referencial", que intenta apresar la esencia del significado resolviéndolo en sus componentes principales, y la tendencia "operacional", que estudia las palabras en acción y se interesa menos por qué es el significado por cómo opera, cómo se usan los medios de expresión y comunicación. En este apartado vamos a sintetizar las principales características de estos enfoques semióticos, tratando de identificar sus respectivas potencialidades y limitaciones para su aplicación al estudio de la cognición matemática. Palabras de (Ullmann, 1962, p. 62) citado en (Godino, 2003).

Es importante para la investigación, la relación constante entre los diferentes conceptos analizados y su aplicación en la estructura del manual interactivo. De allí la importancia de tener en cuenta los conceptos de pensamiento matemático avanzado, educación matemática y sistemas de representación, educación matemática y tecnología, las representaciones mentales en la psicología cognitiva, la cuestión del significado de los objetos matemáticos y el lenguaje matemático: significado y representación.

7. Teorías Psicológicas que fundamentan el desarrollo del lenguaje lógico matemático

Según Case, R (1989) citado en (Saldarriaga, Bravo, Loor, 2016), el desarrollo cognitivo puede comprenderse como la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas que subyace a las distintas áreas y situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que crece. En este sentido, los estadios pueden considerarse como estrategias ejecutivas cualitativamente distintas que corresponden tanto a la manera que el sujeto tiene de enfocar los problemas como a su estructura.

Los diferentes estadios de desarrollo intelectual reconocidos por Piaget son: Sensorio- motriz (0-2 años): este estadio comienza con el nacimiento del niño, se caracteriza por el desarrollo de los reflejos, que poco a poco se van transformando en una complicada estructura de esquemas a partir del intercambio del sujeto con los elementos de la realidad, proporcionándole la posibilidad de identificar la diferencia entre el “yo” y el mundo de los objetos (Piaget, 1968 b) citado en (Saldarriaga, Bravo, Loor, 2016).

Operaciones concretas (2- 11 años). En este estadio se desarrolla la inteligencia representativa, que Piaget concibe en dos fases. La 1ra de ellas (2 a 7 años), es identificada por el autor como preoperatoria, se presenta con el surgimiento de la función simbólica en la cual el niño, comienza a hacer uso de pensamientos sobre hechos u objetos no perceptibles en ese momento. La inteligencia o razonamiento es de tipo intuitivo ya que no poseen en este momento capacidad lógica. Los niños son capaces de utilizar diversos esquemas representativos como el lenguaje, el juego simbólico, la imaginación

y el dibujo. Aquí el lenguaje tendrá un desarrollo impresionante llegando no solo a construir una adquisición muy importante si no que también será un instrumento que posibilitará logros cognitivos posteriores.

La 2da de estas fases (7- 12 años) es reconocida por el autor como el período de las operaciones concretas en el cual los niños desarrollan sus esquemas operatorios, los cuales por naturaleza son reversibles, razonan sobre las transformaciones y no se dejan guiar por las apariencias perceptivas. Su pensamiento es reversible pero concreto, son capaces de clasificar, seriar y entienden la noción del número, son capaces de establecer relaciones cooperativas y de tomar en cuenta el punto de vista de los demás. Se comienza a construir una moral autónoma. Esta se considera una etapa de transición entre la acción directa y las estructuras lógicas más generales que aparecen en el estadio siguiente (Piaget, 1968 b).

Operaciones formales (12 años en adelante): en esta etapa se desarrolla la inteligencia formal, donde todas las operaciones y las capacidades anteriores siguen presentes. El pensamiento formal es reversible, interno y organizado. Las operaciones comprenden el conocimiento científico. Se caracteriza por la elaboración de hipótesis y el razonamiento sobre las proposiciones sin tener presentes los objetos. Esta estructura del pensamiento se construye en la preadolescencia y es cuando empieza a combinar objetos sistemáticamente (Piaget, 1968 b).

Desde el punto de vista piagetiano el conocimiento resulta de la interacción entre sujeto y objeto, es decir que el conocimiento no radica en los objetos, ni en el sujeto sino en la interacción entre ambos. De esta manera el aprendizaje está determinado por las etapas de desarrollo por las que atraviesa la formación del conocimiento. Estas ideas representan una

importante base de criterios para la organización de los currículos escolares (Rodríguez, 1999). El papel del profesor se muestra como de orientador de este proceso, siendo el encargado, no de impartir conocimientos de manera mecánica, sino de crear las condiciones y buscar los métodos apropiados para que el estudiante sea capaz de desarrollar su inteligencia construyendo los conocimientos que necesita para su formación.

7.1. Psicología del conectivismo

El conectivismo es un nuevo modelo teórico-explicativo que plantea un nuevo paradigma de aprendizaje distinto del conductismo y el constructivismo y en el que la revolución tecnológica e informacional muestra que las personas están recibiendo un aprendizaje más activo, adaptando una visión más holística que se centra en la comprensión integrada de la realidad compleja y multidimensional (Martí-Vilar, Palma, Martí, & Company, 2012).

El aprendizaje virtual como proceso de construcción Caracterizar el aprendizaje en entornos virtuales como un proceso de construcción supone, esencialmente, afirmar que lo que el alumno aprende en un entorno virtual no es simplemente una copia o una reproducción de lo que en ese entorno se le presenta como contenido a aprender, sino una reelaboración de ese contenido mediada por la estructura cognitiva del aprendiz. El aprendizaje virtual, por tanto, no se entiende como una mera traslación o transposición del contenido externo a la mente del alumno, sino como un proceso de (re)construcción personal de ese contenido que se realiza en función, y a partir, de un amplio conjunto de elementos que conforman la estructura cognitiva del aprendiz: capacidades cognitivas básicas, conocimiento específico de dominio, estrategias de aprendizaje, capacidades metacognitivas y de autorregulación,

factores afectivos, motivaciones y metas, representaciones mutuas y expectativas (Zapata, 2015).

En la Tabla 1, se propone los principios fundamentales del conectivismo, los cuales constituyeron una propuesta pedagógica acorde a las nuevas realidades derivadas de las necesidades de los nativos digitales y de las características de la web 2.0

Tabla 1

Implicaciones de los paradigmas del procesamiento de información, del aprendizaje situado y del conectivismo para la conceptualización de los sistemas instructivos (a partir de Streibel, 1989, Wenger, 1987, Siemens, 2004,

2008,

2009)

	Diseño de instrucción (procesamiento de información) (Wenger, 1987)	Aprendizaje situado (Streibel, 1989)	Conectivismo (Siemens, 2004, 2008, 2009)
Sistema cognitivo	La mente se entiende como un procesador de información simbólica que contiene estructuras y operaciones.	La cognición supone una "conversación" con las situaciones.	La mente se entiende como encarnada (<i>embodied</i>) y distribuida a lo largo de numerosos dispositivos, relaciones y artefactos.
Conocimiento	Conjunto de estructuras simbólicas que pueden ser transmitidas por un medio cualquiera como informa- ción, y codificadas y des- codificadas por individuos aisladamente del contexto social y la acción práctica.	Supone una relación de acción práctica entre la mente del aprendiz y el mundo.	Se "deprecia" rápidamente conforme nuevo conocimiento es generado. La capacidad de conectar, recombinar y recrear son sus señas de identidad.
Aprendizaje	La enseñanza y el aprendizaje se entienden como la comunicación planificada del conocimiento.	Supone una "iniciación" (<i>apprenticeship</i>) cognitiva simultánea a ciertas actividades de cooperación y práctica múltiple.	Proceso de conexión de nodos o fuentes de información especializada. Reconocimiento de patrones en las redes. "El aprendizaje es la red".

Fuente: Estudio sobre educación / vol. 20 / 2011: 124

Las palabras de McLoughlin y Lee (2010, p. 38, la traducción es nuestra) son una síntesis del desafío de este paradigma: "abordar la necesidad de repensar y situar de nuevo a la pedagogía en el nuevo escenario de aprendizaje del siglo XXI [...], exige el reconocimiento de que los contenidos de aprendizaje generados por usuarios y aprendices tienen un lugar central en un currículo que fomenta el aprendizaje autorregulado (Sobrino, 2011).

7.1.1. Principios de la web 2.0

Siemens (2004) sintetiza su propuesta en los siguientes principios:

- El aprendizaje y el conocimiento descansan sobre la diversidad de opiniones.
- El aprendizaje es un proceso de conexión de nodos o fuentes de información especializada.
- El aprendizaje puede residir en dispositivos no humanos.
- La capacidad para saber más es mayor que lo que actualmente se conoce.
- El fomento y el mantenimiento de las conexiones son necesarios para facilitar el aprendizaje continuo.
- La capacidad para ver conexiones entre campos, ideas y conceptos es una habilidad básica.
- El conocimiento actualizado es la finalidad de todas las actividades de aprendizaje conectivistas.
- La toma de decisiones es en sí un proceso de aprendizaje. Elegir qué aprender y cuál el significado de la información es mirar a través de la lente de una realidad cambiante. Aunque ahora mismo haya una respuesta correcta, mañana puede ser errónea debido a alteraciones en el contexto de la información que afectan a la decisión.

7.1.2. Uso de recursos tecnológicos

Bartolomé (1992) citado en (Martí-Vilar, Palma, Martí & Company, 2012), divide los recursos tecnológicos según su uso en la enseñanza en cuatro niveles:

- Recursos ya introducidos en la docencia y maneras de utilizarlos ya establecidas y ampliamente diseminadas; por ejemplo, los materiales escritos, las retro transparencias y las diapositivas.
- Recursos que ahora se utilizan por muchos profesores y que son generalmente aceptados y tienen un grado de desarrollo bastante elevado. En este nivel identifica el vídeo o DVD en el grupo de clase, el vídeo como instrumento de aprendizaje individualizado, las presentaciones con ayuda del ordenador y las pizarras digitales.
- Recursos que ofrecen grandes posibilidades por su grado de desarrollo, tanto en el plano técnico como en el de procedimientos, pero que son poco conocidos. Sitúa en ese ámbito la enseñanza asistida por ordenador (EAO), vídeo interactivo y el hipertexto.
- Recursos nuevos que aparecen, de los cuales no se sabe para qué pueden servir y el uso de los cuales se enmarca en proyectos de investigación avanzada. Algunos de los que identifica son la

videoconferencia, la televisión por satélite, la televisión interactiva, el teletexto y el videotexto y los sistemas expertos de EAO.

7.2. Las representaciones mentales en la psicología cognitiva

Mientras que el no-representacionalismo pone entre paréntesis la versión fuerte de la representación (relación homeomórfica entre objetos de mundos diferentes), la ciencia cognitiva postula que la mente opera con representaciones mentales, algunas de las cuales son representaciones homeomórficas de objetos exteriores. De acuerdo con este punto de vista, las personas tendríamos un conjunto (probablemente infinito) de representaciones mentales que se pueden agrupar en tres tipos:

- 1) Las que la persona considera externas (las representaciones internas que son el resultado de la codificación de estímulos externos).
- 2) Las propiamente internas.
- 3) Las representaciones internas que sirven para realizar representaciones consideradas externas (representaciones internas que se pueden descodificar produciendo respuestas en el medio exterior).

Los estímulos externos producen las representaciones ostensivas, que son las que consideramos como representaciones externas. En estas representaciones, además de los estímulos externos, influye el marco cognitivo de la persona formado por representaciones propiamente internas. La persona puede combinar representaciones internas con representaciones

activadas por estímulos exteriores produciendo así una representación que se puede descodificar produciendo respuestas en el medio exterior, las cuales producen estímulos externos. Si consideramos la clasificación anterior en un contexto social, tenemos que el primer tipo de representación y el tercer tipo son socialmente compartibles. Por ejemplo, un profesor, siguiendo una representación del tercer tipo, dibuja en la pizarra una tabla de una función y el alumno genera una representación del primer tipo. Cuando decimos que estas representaciones mentales son socialmente compartibles, queremos decir que el profesorado y el alumnado dialogan sobre ellas como si fuesen exteriores. Muchos autores hacen referencia a las representaciones del tipo 1 y 3 como “significante”, y al conjunto de conexiones que el alumno puede establecer con otras representaciones del tipo 2 como “significado” (Dummett, 1998).

7.3. El aprendizaje en el conectivismo

Se produce a través de un proceso de conectar y generar información en el contexto de una comunidad de aprendizaje, el conocimiento es distribuido en la red. Algunos conceptos interesantes son el continuo cambio de la validez y precisión de la información (dinamismo del conocimiento) e igualmente el cambio en las habilidades del estudiante a lo largo del tiempo.

El Conectivismo como teoría que explica el aprendizaje humano necesita un fundamento epistemológico. Downes (2005) lo sitúa en el conocimiento conectivo. Es a partir de ese fundamento que construye la teoría. Pero situemos el conectivismo en el marco de otras teorías del aprendizaje y sus correspondientes epistemologías. Driscoll (1994) considera tres marcos para la interpretación epistemológica del aprendizaje (Bartolomé, 2011):

- El objetivismo nos sitúa en una realidad externa y a la que se accede a través de la experiencia.
- El pragmatismo considera la realidad como una situación provisional que se conoce a través de la negociación de pensamiento y experiencia.
- El interpretivismo cree que la realidad es interna y el conocimiento se construye.

De estas interpretaciones se llega a la idea de que el conectivismo es una propuesta pedagógica que proporciona a quienes aprenden la capacidad de conectarse unos a otros a través de herramientas tecnológicas, redes colaborativas, redes sociales u otras formas de interacción⁸ diferente que aborden las nuevas realidades derivadas de la Web 2.0.

8. Marco Tecnológico

Para entender el contexto de esta investigación se hace necesario aclarar algunas terminologías relacionadas con los elementos utilizados, a continuación, se esbozan algunos de ellos.

8.1. La Internet

Es uno de los inventos más notables que han logrado nunca los seres humanos. En términos de cuál es su impacto en la sociedad, ostenta el mismo

rango que la imprenta, el ferrocarril, el telégrafo, el automóvil, la energía eléctrica y la televisión. Algunos lo equiparan con la imprenta y la televisión, las dos tecnologías que más han transformado el entorno comunicativo en el que vivimos. Sin embargo, su potencial es aún mayor que el de estas últimas, porque aprovecha el recurso intelectual que la imprenta vino a aportar a la humanidad, sin los obstáculos inherentes a la naturaleza de la televisión, que consiste en emitir de uno para muchos (Naughton, 1999).

8.2. Interactividad

Shirky (2011) y Jenkins (2008), especifican que crear una cultura participativa que tienda al bien común es mucho más difícil que compartir fotos, archivos de música, etc. Participar requiere, normalmente, un alto grado de conexión, compromiso, colaboración, solidaridad entre los miembros de una comunidad.

Hay dos tipos de participación en los nuevos medios: el que es guiado por el interés (grupos de fans, por ejemplo) y el que es guiado por la afectividad y la amistad. Estas dos modalidades pueden darse de manera simultánea o independiente Dussel (2010) citado en (Aparici & Silva, 2012).

El término usuario no refleja la nueva realidad que estamos viviendo, el uso de dicho término sigue perpetuando la distinción entre editor y consumidor. El concepto de usuario es utilizado generalmente en el campo de la tecnología informática para referirse a quien utiliza determinado hardware y/o software, mediante el cual obtiene un servicio.

En este sentido autores como Karp en Vacas (2010), establecen que quienes crean blogs o páginas en una red social son editores y que están a la altura de los profesionales independientemente de los resultados. Esta concepción hace hincapié en las posibilidades expresivas y comunicativas que tiene ahora la ciudadanía, frente a las dimensiones estéticas y expresivas que para algunos significa un deterioro en los cánones de calidad técnica y estética (Aparici & Silva, 2012).

8.3. Edu 2.0

Es una herramienta de e-learning gratuita, fácil de manejar y que no precisa de instalación alguna. Provee de alojamiento web gratuito, por lo que los cursos están alojados en un servidor remoto no siendo necesario tener un servidor propio. Puedes acceder el sitio desde cualquier navegador, incluyendo navegadores que corren en teléfonos móviles. No hay ningún software para bajar o instalar. Es fácil de utilizar y no requiere de ningún tipo de adiestramiento en la mayor parte de los casos.

Actualmente hay multitud de plataformas educativas que permiten tanto a profesores como alumnos estar en contacto y compartir recursos para la educación. Es una opción interesante para muchos profesores o centros que desean ofrecer recursos a sus alumnos sin gasto alguno, te permite registrarte como centro universitario, escuela de nivel no universitario o como empresa. Una vez registrado se nos ofrece una interfaz similar a una red social permitiéndonos caracterizar la web modificando su URL, estilos o logo. El profesor podrá crear clases en las que se asociarán a los alumnos, gestionando los recursos que se vayan a utilizar en las diferentes asignaturas, así como test, calificaciones entre otros (Tim O'Reilly, 2001).

8.4. Wikispaces

En 1995 W. Cunningham creó el concepto de Wiki, al aplicarlo al repositorio de patrones Portland. El origen es una palabra hawaiana que quiere decir «rápido». Los wikis son una fantástica herramienta para el trabajo en equipo on-line. Permiten la edición compartida de documentos simples o complejos en Internet. Wikispaces nos ofrece la posibilidad de usar wikis de manera gratuita en la web. (García, 2006). Es una herramienta especializada para el desarrollo de trabajo colaborativo entre grupos o individuos, sin importar la distancia.

8.5. Slideshare

Es un sitio web 2.0 de alojamiento de diapositivas que ofrece a los usuarios la posibilidad de subir y compartir en público o en privado presentaciones de diapositivas en PowerPoint (.ppt,.pps,.pptx,.ppsx,.pot y.potx), OpenOffice (.odp); presentaciones e infografías PDF (.pdf); documentos en Adobe PDF (.pdf). Permite compartir presentaciones con el resto del mundo, admitiéndose presentaciones en formato PowerPoint, Open Office. Las convierte a Flash antes de publicarlas y nos ofrece un código que permite embeberlas en nuestras páginas web y en nuestros blogs.

8.6. YouTube

Es uno de los más populares gestores de vídeos en Internet, en él se permite la creación de un canal de videos y la publicación ilimitada de videos,

resulta muy sencillo de utilizar. Fue creado por tres antiguos empleados de PayPal en febrero de 2005. Desde que fue lanzado en 2005, este sitio fue inmediatamente identificado por muchos educadores y emprendedores, como una herramienta con un enorme potencial para revolucionar el aprendizaje en todos los niveles. Pero no fue hasta que Sal Khan, el fundador de Khan Academy, demostró que es posible ofrecer todo tipo de lecciones gratuitas y acumular millones de visitas que varios comenzaron a emularlo y la red social se convirtió en uno de los sitios más activos en materia de educación en todo el mundo (Edu4.me, 2016).

8.7. Objetos de aprendizaje

En el Ministerio de Educación Nacional (2006) se refieren a los OA como "Un Objeto de Aprendizaje es un conjunto de recursos digitales, autocontenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. El Objeto de Aprendizaje debe tener una estructura de información externa que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación".

8.8. Jigsaw planet

Es una aplicación en la web, que permite la creación de puzles o rompecabezas, de carácter educativo, es sencilla y ágil, tan solo publica una imagen, detalla el número de piezas del puzzle, elige cuál será su forma, si deseas que las piezas aparezcan giradas o no. Esta aplicación permite llevar sus creaciones a códigos HTML embebidos, hacia otras plataformas web.

8.9. Educaplay

Es una aplicación en línea que permite la creación de diversos juegos educativos como: crucigramas, sopas de letras, mapas interactivos, juegos de pares, etc. Al igual que Jigsawplanet, permite la inmersión de las creaciones a otras plataformas web, por medio de códigos. Aparte de contar con las diversas actividades, nombradas anteriormente, que nos servirán de ayuda para aprender y disfrutar jugando, le puede facilitar al usuario acceder a recursos educativos ya creados basados en las actividades anteriores.

8.10. Website

Un sitio web, es un espacio virtual en Internet. Se trata de un conjunto de páginas web que son accesibles desde un mismo dominio o subdominio de la World Wide Web(WWW). Se entiende como una web site al conjunto de textos, gráficos, fotografías, sonidos o videos que unidos a otros elementos análogos como pueden ser banners o hipervínculos y que han sido creados para su exposición en la Red para que sean visionados por terceros a través de un navegador. Un sitio web es un lugar virtual en la red que guarda contenido para que la gente tenga acceso a él, así de simple. Se conforma por varios documentos que se acomodan de manera organizada para que sea atractivo visualmente, dichos documentos se llaman páginas web. Por lo tanto, un sitio web es la compilación organizada y estructurada de un determinado número de páginas web.

Dentro del concepto de página web se entienden todos los logos, marcas, párrafos de textos inéditos incluidos dentro del mismo, imágenes y enlaces que acceden a la descarga de aplicaciones u otro tipo de datos para que sean bajados del servidor al ordenador del internauta. Es muy importante no confundir un sitio web con una página web, una página web es solamente una parte del sitio web, de hecho, la parte más importante.

Son protegibles tanto las imágenes en sí como el conjunto de códigos digitales que forman la imagen, es decir, en un elemento digital (ya sea un gráfico, una melodía, una fotografía, etc.), la ley prohíbe tanto la copia de la imagen dándole al botón derecho del ratón como la descarga o lectura de la página web como fuente html y la copia de esta fuente y no de la imagen en sí (Televinter, 2019).

A estos sitios se puede llegar a través de los navegadores de Internet, que reciben la información del documento interpretando su código y entregando al usuario la información de manera visual.

Una página web necesita un lugar donde alojarse para que cuando el usuario solicite la información desde su navegador, la información que esta contiene se cargue y aparezca en el ordenador. Es por ello que los sitios web se encuentran en un servidor web o host, que podría definirse a grandes rasgos como un gran ordenador que entrega el contenido cuando se solicita por la red. Este mismo servicio de almacenamiento se conoce como hosting (Begoña, 2019).

8.10.1. Elementos principales de una página web

Los elementos principales en una página web son:

Texto: a veces redactado por un único autor y otras veces por los usuarios de la misma en el caso de algunas páginas dinámicas con lenguaje como php.

Imágenes: gif, jpg y png son los tres formatos que suelen utilizarse normalmente.

Audio y vídeo: suele utilizar las extensiones midi, wav o mp3. También se utilizan las incrustaciones de archivos almacenados en otros sitios, como por ejemplo se hace al añadir vídeos de Youtube.

Otros: existen además otros elementos que han ido aumentando y evolucionando también con el paso de los años y las nuevas tecnologías. Estos son Adobe Flash, Adobe Shockwave, Java o enlaces (también llamados hipervínculos), por ejemplo (Begoña, 2019).

Además de los elementos principales, existen otros elementos que complementan el diseño de un sitio web. Estos elementos son los siguientes:

- Claridad en los objetivos del sitio.
- Información básica correspondiente al contenido.
- Selección de un nombre de dominio correcto.
- Selección de la tecnología para el diseño y la programación.

- Selección adecuada de un alojamiento Web (hosting)
- Claridad de los buscadores, directorios de Internet y el SEO, optimización para los motores de búsqueda.
- Realización de un diseño en función de los requerimientos del sitio y de los usuarios.
- La navegabilidad.
- Realización de la programación en determinación de los requerimientos del sitio y de los usuarios.
- Aplicación de técnicas de SEO para lograr una mayor visibilidad en Internet.
- Actualizar los contenidos periódicamente.

8.10.2. Website educativa

Hace tan sólo pocos años era improbable imaginar una situación en el mundo de la educación como en la que ahora vivimos. La tecnología, entendida como el arte del saber hacer, ha estado siempre presente en la historia de la pedagogía, pero en las dos últimas décadas del siglo XX ha tomado un papel predominante como instrumento, como máquina al servicio de la educación. Desde el uso de los magnetófonos, la televisión, el vídeo,

pasando por la enseñanza asistida por ordenador, los distintos instrumentos tecnológicos que han entrado en nuestra cotidianeidad a través de los salones de nuestras casas, han tenido su repercusión en las metodologías de educación y aprendizaje (Duart, 2019).

El uso generalizado del sitio web como medio de información y/o comunicación ha abierto la posibilidad de una forma de estudio y conocimiento de la nueva realidad comunicacional desde una perspectiva más asequible: el análisis de los sitios web desde una óptica de conocimiento por géneros o categorías. Así, al quedar suficientemente caracterizado y diferenciado cada uno de los géneros o categorías, es más factible analizar los parámetros que conforman cada espacio o sitio web: sus objetivos, sus elementos de información, de comunicación, etcétera (Alonso, 2008). Es así como, la educación se ve beneficiada de la acción de la tecnología a través del diseño y creación de sitios web en pro de la enseñanza, para hacer tareas del colegio, para trabajos de la universidad, para crear recursos digitales en el desarrollo de clases, para realizar consultas, ver y desarrollar videos explicativos y hasta para generar proyectos personales. En fin, la internet permite un sinnúmero de posibilidades al alcance del sector educativo.

En cuanto a educación virtual se refiere, la tendencia conservadora de considerar el aula de clase como el espacio idóneo para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como la adopción por parte de los docentes de un modelo conductista e impersonal en la clase de matemática en la modalidad presencial, se ha convertido en una barrera para la aceptación y adaptación hacia el cambio. Esto ha provocado en el ahora facilitador del entorno virtual de aprendizaje dificultades al momento de mediar entre los participantes y los conocimientos matemáticos programados en el aula virtual, aun en el nivel de educación superior (Silva et al., 2006).

En relación con esta situación, Mestre, Fonseca y Valdés (2007) señalan que “la inserción de las nuevas TIC en las instituciones de nivel universitario encuentran cierta resistencia de los docentes y no han podido eliminar los vicios de la escuela tradicional centrada en el docente, con la mera transmisión del conocimiento y el rol pasivo del estudiante”. Silva (2004) y Gros y Silva (2005) afirman que, si bien la acción tutorial del facilitador es positiva en cuanto al manejo de la plataforma virtual, desde la perspectiva pedagógica y didáctica el tutor-facilitador no logra implementar un modelo que promueva la construcción de los conocimientos matemáticos en el curso; tampoco consigue establecer un aprendizaje colaborativo ni la comunicación entre los participantes (Arraiz, 2012).

Lo anterior deja claro que los problemas que enfrentan la mayoría de los docentes en entornos virtuales están mediados por la concepción de aula, asociados directamente a la gestión en el proceso de enseñanza y a la repercusión que puede tener sobre el estudiante cuando intenta apropiarse de los conocimientos matemáticos en su aprendizaje por una vía alternativa al aula (Arraiz, 2012).

La virtualidad nos ofrece la posibilidad de crear entornos nuevos de relación, y como tales, deben de ser tratados de forma distinta para extraer de ellos el máximo de su potencial. La riqueza de estos nuevos entornos, todavía en fase de exploración, es enorme y su poder reside en nuestra capacidad de saber usarlos al máximo de sus posibilidades. Debemos cambiar de hábitos, ser creativos, para rendir en este nuevo medio mientras podamos hacerlo. En la generalización del aprendizaje para el uso, y para el saber estar y saber participar en ese medio, está la clave del éxito.

La educación no puede ser ajena al potencial que los nuevos espacios de relación virtual aportan. Ante la rapidez de la evolución tecnológica, ahora más que nunca, la educación debe manifestarse claramente y situar la tecnología en el lugar que le corresponde: el de medio eficaz para garantizar la comunicación, la interacción, la información y, también, el aprendizaje.

La relación que se establece entre educación y virtualidad es una relación de creatividad. La oportunidad de volver a pensar de forma creativa la educación, así como los mecanismos y dinámicas que le son propias, a partir de la tecnología como excusa, es un factor claramente positivo. La educación convencional y la educación a distancia están convergiendo en un mismo paradigma, en un mismo espacio de reflexión y de análisis que estimula los procesos de optimización de la acción educativa, especialmente en el ámbito de la educación superior universitaria y permanente (Duart, 2019).

8.11. Sistema de variables

Las variables son propiedades de la investigación que tienen una variación y que son susceptibles de medirse u observarse. Pueden ser cuantitativas (que toma valores numéricos) o cualitativas (implica que hay que realizar un proceso de operacionalización de variables Hernández (2010).

8.12. Variable estructura lingüística de interpretación formal

El lenguaje se manifiesta como una herramienta fundamental en la formación de conceptos y procedimientos matemáticos, el uso del lenguaje natural está dado por la construcción en sí mismo del lenguaje formal. Como

lo afirma Barberà (2014), “Esta mediación lingüística del conocimiento matemático no debe reducir el papel del lenguaje a una mera función expresiva y comunicativa que tenga como única finalidad el llevar a buen término el entendimiento entre profesores y alumnos, sino que debe entenderse juntamente a su función regulativa. En este sentido, dos procesos regulativos como son la formulación lingüística que adopta la progresiva construcción del conocimiento matemático y su posibilidad de autovaloración catalogan al lenguaje como un entorno de análisis y optimización de la actividad matemática”. Desde este punto de vista, se plantea ahondar en la función que juega el lenguaje en la matemática y su estrecha relación con soluciones didácticas de problemas planteados.

8.12.1. Definición conceptual de la variable estructuras lingüísticas de interpretación formal

Una de las estructuras que se presentan en la interpretación formal son los cálculos. Un cálculo se compone de lo siguiente:

- Un conjunto de elementos primitivos. Ellos constituyen las variables del problema, los signos, las cantidades, los operadores.
- Un conjunto de reglas que establecen cuáles son las significaciones posibles de esos símbolos.
- Un conjunto de reglas de transformación. Aplicándolas, podemos transformar expresiones del lenguaje común al lenguaje formal y viceversa.

No se trata de utilizar simplemente un lenguaje natural, sino de un lenguaje formalizado, un lenguaje con estructura de cálculo, un lenguaje en el que no sólo es artificial el vocabulario, sino también que debe contener una sintaxis.

Una segunda estructura que se utiliza es la traducción del lenguaje natural al lenguaje formal y viceversa. Este elemento es fundamental a la hora de la resolución de problemas matemáticos ya que una equivocación en la sintaxis de una palabra desencadenará en una abstracción equivocada de la situación y en un resultado incorrecto para la solución del problema. “Lo que importa es su propiedad de transformación porque el procesamiento matemático siempre implica alguna transformación de representaciones semióticas.” (Callejo, 2006).

Otra de las estructuras es la resolución de eventos contextualizados. Es necesario ayudar al alumno a desarrollar las habilidades para lograr la resolución de eventos. La matemática en contexto toma como herramienta la resolución de problemas y el aprendizaje basado en proyectos, así como sus elementos de formación: heurísticas, metacognición, creencias, entre otros (Camarena, 2009).

8.12.2. Definición operacional de la variable estructuras lingüísticas de interpretación formal

Esta variable se medirá luego de revisar los test presentados por los estudiantes, para establecer los indicadores se tendrá especial cuidado en los

siguientes elementos: la comprensión que tienen los estudiantes de los diez problemas expuestos en cada uno de los test aplicados; los resultados valorativos de cada uno de los estudiantes luego de la revisión de los test; las transformaciones expresadas en un lenguaje formal realizadas por los estudiantes en cuanto a los valores desconocidos (incógnitas), las ecuaciones planteadas para la resolución de los problemas, los símbolos y números descritos por los estudiantes en dichas ecuaciones y la interpretación de las soluciones de cada uno de los planteamientos.

8.13. Variable procesos semánticos lógico matemáticos

El lenguaje natural es complicado, y en ocasiones, su estructura gramatical es difícil. Pero su gran ventaja es que es de uso cotidiano. Por otro lado, el lenguaje matemático es usado de manera poco frecuente y su aprendizaje lleva tiempo. Es en este sentido que, “la importancia que tiene la implementación del lenguaje matemático formal es indudable, tomando en cuenta su semántica y su sintaxis, desde los primeros años de estudios, para hacer del uso de este lenguaje algo normal por parte del alumno, sin complicaciones ni frustraciones” (Pargas, 2009).

8.13.1. Definición conceptual de variable procesos semánticos lógico matemáticos

Las gráficas, las expresiones numéricas y los símbolos están empezando a ser considerados instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas ya que ayudan a la comprensión de las ideas matemáticas por los estudiantes, así como para comunicar a los demás su comprensión y cómo han pensado. De

ahí que los procesos de simbolización que se puedan generar en las aulas de matemáticas son elementos relevantes para el aprendizaje (Castro y Castro, 1997) citado en (Goñi, 2011). Sin embargo, estos procesos no son tan fáciles de llevar a cabo, puesto que, la complejidad de las representaciones, los diferentes usos sintácticos y los procesos de simbolización matemática, se convierten en una dificultad para los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

Por otro lado, la importancia que tiene el lenguaje en la educación en general, permite al estudiante entender e interpretar los códigos utilizados por el maestro en una clase u otra actividad que el alumno realice. No obstante, el lenguaje formal matemático le permite al estudiante construir sus propios caminos de razonamiento y las estrategias a la hora de resolver problemas; permite, además, "... formalizar, precisar y simplificar ideas y conceptos abstractos, evitando diferentes interpretaciones causada por el lenguaje coloquial". En tal sentido, es necesario que el estudiante esté capacitado para escribir, leer e interpretar el lenguaje formal de la matemática, así como también transferirlo a otros contextos (Pargas, 2009).

Es así como, los procesos semánticos lógico matemáticos, son todas las acciones que realizan los estudiantes para transformar los enunciados del lenguaje natural al lenguaje formal, haciendo uso de expresiones aprendidas durante sus años escolares y de abstracciones que puede realizar en el proceso de comprensión de los problemas.

8.13.2. Definición operacional de la variable procesos semánticos lógico matemáticos

Esta variable se va a medir con la relación existente entre las partes de los enunciados de los problemas planteados y su respectiva significación en el lenguaje matemático, con la revisión de los cálculos matemáticos realizados por los estudiantes para la obtención de la solución correcta de cada problema, además de la concordancia que tiene la teoría con la práctica. Este último se evidencia en los procesos de solución de sistemas de ecuaciones lineales.

Tabla 2

Operacionalización de Variables

OBJETIVO GENERAL	Diseñar un manual interactivo en la web como estrategia para el mejoramiento de los procesos semánticos lógico matemáticos, de conceptos utilizados en el lenguaje formal, para estudiantes de matemáticas del primer semestre de la Universidad de Antioquia.				
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	VARIABLES	DIMENSIONES	SUBDIMENSIONES	INDICADOR	ITEMS
Identificar situaciones y problemas semántico lógico matemáticos cotidianos, en las estructuras lingüísticas de interpretación de contenidos de los estudiantes de matemáticas, primer semestre de la Universidad de Antioquia.	Estructuras lingüísticas de interpretación formal	Problemas semánticos lógico matemáticos	Comprensión del lenguaje	- Lenguaje y comprensión - Niveles de lectura - Rendimiento académico - Significado de los símbolos - Interpretación de los signos lingüísticos - Símbolos matemáticos	Preguntas formuladas en el pretest
Desarrollar estrategias de solución a los problemas de interpretación semántico matemática para los estudiantes de	Procesos semánticos lógico matemáticos	Estrategias concretas	Proceso reflexivo	- Inclusión de datos en el enunciado - Relación de datos en el enunciado - Encadenamiento	Diseño de actividades para la estrategia de intervención

primer semestre de la Universidad de Antioquia.				o de los procesos - Relación de los signos - Vinculación de la teoría y la practica	(Manual interactivo web)
Analizar los resultados obtenidos del pretest y del postest en el proceso matemático, semántico y simbólico implementado por los estudiantes de matemáticas, primer semestre de la Universidad de Antioquia	Resultados	Evaluación en la educación	- Valores encontrados - Comparación de resultados	Impacto de la estrategia de intervención	Pretest y Postest
Proponer un manual interactivo en la web para el desarrollo de actividades de problemas en los procesos semánticos lógico matemáticos para los estudiantes de primer semestre de la universidad de Antioquia.	Producto final				

Fuente: Sierra (2019).

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO

1. Naturaleza de la investigación

Este capítulo muestra la naturaleza de la investigación realizada, los instrumentos utilizados para la obtención de los datos, las técnicas de recolección de la información, la determinación del tamaño de la muestra y otros aspectos a considerar como el enfoque epistemológico.

El trabajo de investigación es cuantitativo, se aplican los test con ejercicios matemáticos para medir el impacto de la propuesta planteada y se utilizan técnicas estadísticas para analizar los datos y generar resultados. Realizando un análisis comparativo luego de cada una de las etapas secuenciales, se tendrá un acercamiento con la realidad del objeto de estudio lo cual dará pie a los resultados y posteriormente a las conclusiones.

2. Enfoque Epistemológico

El enfoque epistemológico en el cual se encuentra sustentado este trabajo es el empírico inductivo. Según Padrón (2007), “se concibe como producto del conocimiento científico los patrones de regularidad a partir de los cuales se explican las interdependencias entre clases distintas de eventos fácticos. En tal sentido, la compleja diversidad o multiplicidad de fenómenos del mundo puede ser reducida a patrones de regularidad basados en frecuencia de ocurrencia. El supuesto básico aquí es que los sucesos del mundo (tanto materiales como humanos), por más disímiles e inconexos que parezcan, obedecen a ciertos patrones cuya regularidad puede ser establecida gracias a la observación de sus repeticiones, lo cual a su vez permitirá inferencias probabilísticas de sus comportamientos futuros. En ese sentido,

conocer algo científicamente equivale a conocer tales patrones de regularidad". Este enfoque empírico inductivo sustenta el trabajo investigativo ya que por un lado esté se realiza mediante un lenguaje numérico – aritmético el cual va encaminado a la validación de la realidad objetiva del fenómeno estudiado y por otra lado, esta investigación está inspirada en un caso práctico particular del área de matemáticas, el cual puede ser escalable a otras áreas del conocimiento e incluso ser expandido dentro de la misma área del saber pero en niveles diferentes de la educación escolar.

Así mismo, las interacciones simbólicas que se encuentran en las relaciones semánticas de procesos matemáticos, se interesan por describir los procesos de interpretación como instrumentos de comprensión de los significados, es decir, las abstracciones que el estudiante realiza de los problemas matemáticos para lograr su entendimiento y resolución.

En este sentido, la orientación metodológica de la investigación recogerá planteamientos de la epistemología contemporánea, que apela por la integración de vías para leer la realidad, interpretarla y generar conocimientos que puedan ser aplicados a la resolución de problemas concretos. La presentación del estudio lo constituye las mejoras en los procesos semánticos lógico matemáticos de conceptos utilizados en el lenguaje formal.

Partiendo de esas premisas y tomando en consideración los procesos semánticos lógico matemáticos y su conceptualización, para el entendimiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, se fundamenta la necesidad de establecer el significado de los signos referentes a la interpretación de los objetos matemáticos que permiten a partir de la visualización de los problemas, la representación y el entendimiento de la representación formal de imágenes cognoscitivas para la construcción del

conocimiento con base en el modelo semiótico, lo que exige la formación de un profesional más reflexivo y creativo ante su modo de actuación para minimizar las deficiencias que se vislumbran en la aplicación de métodos y principios vinculados al proceso pedagógico.

3. Tipo de Investigación

Partiendo de la naturaleza de los objetivos de la investigación y la metodología planteada, además, considerando que el problema es una cierta situación práctica formulada desde una actitud de expectativas de cambio, el tipo de investigación utilizado es el aplicativo, ya que se presenta una situación que puede ser mejorada mediante un cierto modelo de control situacional. Por otra parte, Padrón (1998) afirma que, en el tipo de investigaciones aplicativas “las operaciones estandarizadas son las siguientes: descripción de la situación deficitaria, exposición del modelo teórico que resulta aplicable a esa situación, construcción del prototipo de control situacional (definición de la propuesta de solución) mediante derivación del modelo teórico, prueba del prototipo, determinación de las opciones de producción e implementación del prototipo”. La información obtenida a través de este tipo de investigación debería ser también escalable a otras áreas del conocimiento y aplicable en otros niveles de formación académicos en el área de matemáticas.

4. Diseño de la Investigación

Con lo que respecta al diseño de la investigación planteado, la estrategia general para la recolección y desarrollo de la información en función de los objetivos propuestos, se desarrollará a través de un diseño experimental

longitudinal. Esta investigación es de carácter experimental, ya que hay una manipulación de las variables que para este estudio representa “el mejoramiento en la solución de problemas en los procesos semánticos lógico matemáticos”, se emplea una muestra representativa de la población objeto a estudiar y se realiza una intervención a través del manual interactivo en la web.

La intervención de la variable propuesta estará enfocada en el manual interactivo en la web, se espera observar los cambios en los sujetos de estudio desde que realizaron la prueba diagnóstica pretest hasta el desarrollo de la prueba final posttest. Se podrá evidenciar luego de analizar los resultados si la manipulación provoca en el fenómeno un aumento o disminución de la variable de estudio.

La implementación de la propuesta y el desarrollo de los objetivos de la investigación se ejecutarán en un lapso de 4 meses que es el tiempo que dura en condiciones normales un semestre académico en la Universidad de Antioquia. En este tipo de diseño, la recolección de los datos se efectuará en dos momentos y se realizará con los mismos estudiantes por lo cual se considera longitudinal por panel y presenta la ventaja de que además de conocer los cambios grupales, se conocen los cambios individuales. En este experimento se usa el diseño en panel de dos tandas y dos variables, es un esquema de estudio muy simple, ya que se trata de un formato donde se miden, simultáneamente, dos variables sobre los mismos individuos en dos puntos diferentes en el tiempo, al tomar medidas en dos puntos del tiempo lo convierte en uno de los modelos más elementales de la estrategia longitudinal, aunque, como lo destaca Hernández (2010), Los diseños longitudinales efectúan observaciones en dos o más momentos o puntos en el tiempo y al ser los mismos participantes son diseños panel. Un primer momento será efectuada con en el pretest como elemento de diagnóstico inicial de la

población de estudio; luego de esta fase inicial, los estudiantes interactúan con el manual en la web y con las diferentes actividades planteadas en él, esta interacción permitirá un trabajo experimental en la búsqueda de mejorar los procesos semánticos lógico matemáticos de conceptos utilizados en el lenguaje formal, incorporando las TIC como herramienta de intervención, y un momento final en la recolección de la información con la realización del posttest como instrumento de medición del cambio luego de realizar la intervención.

Para el estudio se consideran elementos muy explícitos que hacen parte de la estrategia metodológica de la investigación y que se abordarán mediante un proceso de recolección de datos que conduzca a lograr la validez interna de la investigación, y para esto, se realiza el análisis de información previa de los estudiantes de la asignatura de matemáticas operativas de la Universidad de Antioquia.

El diseño alude a la recolección de información, en un ambiente artificial, por lo tanto, se puede hablar de un experimento cuya función principal es el control y la medición. Este diseño experimental, se realiza con el propósito de relacionar la variable estructuras lingüísticas de interpretación formal y la variable procesos semánticos lógico matemáticos con el fin de generar una validez interna del manual interactivo web como factor de experimentación para la mejora de la semántica en un aprendizaje matemático.

Finalmente se realiza una evaluación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos después de la implementación de la estrategia planteada, de modo que permita generar un alto grado de confianza en las conclusiones obtenidas, conclusiones que van en concordancia con los objetivos establecidos en este trabajo.

La investigación se realiza en un grupo experimental, compuesto por 67 estudiantes de primer semestre, en el que se implementará luego de realizar el pretest la estrategia de intervención y además se tendrá en cuenta un grupo de control, éste grupo seguirá su proceso de forma teórica con el mismo componente temático, pero sin que los estudiantes que lo conforman interactúen con el manual interactivo en la web.

5. Técnicas e Instrumentos de recolección de la información

5.1. Pre test

En este marco de acción, la recolección de información se realizará mediante un pre test, compuesto de 10 preguntas donde se enuncian problemas con componente semántico matemático. Su diseño resulta familiar ya que las pruebas saber tienen la misma estructura de pregunta, está cuenta con un enunciado y cuatro opciones de respuesta. Además, se le entrega al estudiante una hoja anexa, en la cual él puede desarrollar el procedimiento y realizar cálculos para obtener la respuesta final. Este instrumento tiene como objetivo principal conocer cuál es el nivel de comprensión de los ejercicios propuestos, además en la hoja anexa se revisará que operaciones realizó el estudiante para llegar a sus respuestas, si estas tuvieron el planteamiento correcto para formular las ecuaciones necesarias que den solución al problema y por último, cuál fue el método de solución empleado: método de sustitución, método de igualación, método de eliminación, método gráfico, método de Gauss, método de la matriz inversa, regla de Cramer u otro, con el cual el estudiante solucionó dichas ecuaciones. En el análisis de los resultados

se obtienen datos de la respuesta múltiple cuantitativos sobre el proceso realizado por el estudiante.

Este pretest tiene como objetivo hacer un análisis del estado inicial de los estudiantes en el manejo de los procesos semántico lógico matemáticos y como ellos se enfrentan a problemas propuestos en los cuales se deben realizar cálculos, abstracciones y establecer conexiones semánticas para llegar a su solución (Ver

Anexo 1. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Lenguaje utilizado. Con esta característica lo que se busca es ver la existencia de una relación entre el lenguaje matemático y las expresiones utilizadas en lenguaje común.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 2. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Lenguaje utilizado. Con esta característica lo que se busca es ver la existencia de una relación entre el lenguaje matemático y las expresiones utilizadas en lenguaje común.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x ?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada una utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 3. Validez Característica Resultado. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Resultado. Con esta característica lo que se busca es ver la relación existente entre el planteamiento del problema con la respuesta, que el ejercicio planteado tenga solución y que dicha solución se encuentre entre las opciones de respuesta establecidas.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21. A. 24 y 35 B. 33 y 12 C. 16 y 12 D. 24 y 17					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son? A. 7 y 18 B. 16 y 9 C. 8 y 17 D. 10 y 15					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son? A. 5 y 5 B. 9 y 8 C. 8 y 8 D. 9 y 9					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números? A. 8 y 16 B. 4 y 8 C. 6 y 12 D. 3 y 6					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son? A. 23 y -23 B. 22 y -22 C. 31 y -31 D. 41 y -41					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12. A. 36 B. 48 C. 12 D. 24					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son? A. 48/5 y 12/5 B. 36/6 y 18/3 C. 24/8 y 12/4 D. 20 y 10					

8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda. A. 93 B. 66 C. 48 D. 39					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera. A. 362 B. 632 C. 263 D. 236					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya. A. 12 B. 15 C. 21 D. 10					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 4. Validez Característica Resultado. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Resultado. Con esta característica lo que se busca es ver la relación existente entre el planteamiento del problema con la respuesta, que el ejercicio planteado tenga solución y que dicha solución se encuentre entre las opciones de respuesta establecidas.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno? a) 80 y 80 b) 150 y 160 c) 95 y 75 d) 70 y 90					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María? a) 25 b) 45 c) 50 d) 30					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo sea han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos. a) Clase ejecutiva 300 000 y clase turista 100 000 b) Clase ejecutiva 250 000 y clase turista 150 000 c) Clase ejecutiva 350 000 y clase turista 50 000 d) Clase ejecutiva 230 000 y clase turista 160 000					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x? a) 9 b) 12 c) 11 d) 8					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana? a) 7 niños y 14 niñas b) 10 niños y 17 niñas c) 13 niños y 14 niñas d) 9 niños y 18 niñas					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada utiliza si en total levanta 65kg? a) 3 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg b) 7 pesas de 5kg y 3 pesas de 10kg c) 4 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg d) 5 pesas de 5kg y 4 pesas de 10kg					

7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14. a) 12 y 28 b) 13 y 27 c) 15 y 25 d) 10 y 30					
8	Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: " no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno? a) 3 y 5 b) 5 y 7 c) 7 y 9 d) 11 y 13					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno? a) 12 y 36 b) 8 y 24 c) 18 y 30 d) 14 y 34					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay? a) 20 carros y 35 motos b) 35 carros y 30 motos c) 30 carros y 25 motos d) 23 carros y 32 motos					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 5. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal dentro de problemas expresados en un lenguaje natural. Con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 6. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal dentro de problemas expresados en un lenguaje natural. Con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x ?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 7. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Coherencia y Comprensión: Con esta característica lo que se busca es medir el grado de comprensión del ejercicio, si es comprensible o si por el contrario no se entiende el resultado al cual se quiere llegar, además si está escrito de manera coherente y sin errores de ortografía o gramaticales.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 8. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Posttest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Coherencia y comprensión: Con esta característica lo que se busca es medir el grado de comprensión del ejercicio, si es comprensible o si por el contrario no se entiende el resultado al cual se quiere llegar, además si está escrito de manera coherente y sin errores de ortografía o gramaticales.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x ?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada una utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 9. Pretest).

5.2. Pos test

Una vez diseñada e implementada la propuesta de intervención, se realiza un pos test, como evaluación final. Al igual que en el pre test, se proponen 10 problemas donde se plantean ejercicios con componente semántico lógico matemático. Los problemas se diseñan con un nivel semántico equivalente al del pretest, donde el estudiante debe traducir el lenguaje cotidiano al lenguaje matemático, plantear ecuaciones y resolver el sistema de ecuaciones dos por dos propuesto por ellos mismos, la solución se espera sea realizada mediante alguno de los métodos de solución para este tipo de sistemas. Al igual que el pretest, este instrumento está diseñado con respuestas múltiples, hoja anexa, y un tiempo determinado en la cual el estudiante realiza el proceso para encontrar las respuestas correctas. Este pos test tiene como objetivo hacer un análisis de las relaciones semánticas entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático de los estudiantes, después de su proceso de acercamiento e interacción con el manual interactivo web. Finalmente se realiza una comparación con los resultados iniciales y con los resultados generados por el grupo de control, quienes tienen una clase normal sin el apoyo del manual interactivo web en su proceso de intervención (ver Anexo 11. Postest).

6. Procedimientos para validar los instrumentos

En el proceso de validación de los instrumentos se aplicó la técnica del panel de expertos profesionales. Se seleccionó este tipo de estrategia debido a la técnica de recolección y análisis de datos empleados, además de contar con las personas idóneas que trabajan en educación en el área de la

matemática. Se solicitó a cinco expertos profesores universitarios que valoraran los componentes de los dos cuestionarios, el pretest y el postest con relación al grado de pertinencia que tenían respecto al objeto de estudio. Estos expertos validaron el grado de precisión y adecuación de los problemas lógico – matemáticos utilizados en los instrumentos relacionándolos con los objetivos y marco operacional investigativo; la redacción de los ítems y su consistencia teórica, coherencia interna de las acciones de los procesos semánticos y las opciones de respuesta de cada una de las situaciones planteadas en los ejercicios matemáticos, se analizó, además, su viabilidad y aplicabilidad en el contexto matemático y en la aplicación de los instrumentos.

6.1. Confiabilidad y validez de los instrumentos

El enfoque epistemológico desarrollado en el estudio permite indicar la validez y confiabilidad del mismo, generando un alto grado de confianza en la investigación, todos los resultados serán descritos en su procedimiento y aplicación. Los niveles de confiabilidad de los instrumentos de recolección de información dependen del componente semántico descrito en cada uno de los enunciados y del objetivo de la información que se quiere conocer del proceso de recolección de los datos.

La evaluación mediante el juicio de expertos, método de validación cada vez más utilizado en la investigación, “consiste, básicamente, en solicitar a una serie de personas la demanda de un juicio hacia un objeto, un instrumento, un material de enseñanza, o su opinión respecto a un aspecto concreto” (Cabero y Llorente, 2013:14). Se trata de una técnica cuya realización adecuada desde un punto de vista metodológico constituye a veces el único indicador de validez

de contenido del instrumento de recogida de datos o de información (Escobar Pérez, 2008) citado en (Robles & Rojas, 2015).

Se utilizó el juicio de expertos ya que genera mayores posibilidades de confiabilidad, al obtener información individual de cada uno de ellos sin que éstos estén en contacto entre sí. Se trata entonces, de una validación de contenidos cuyos objetivos son analizar y valorar los problemas planteados en el pretest y posttest, se desea comprobar si los problemas lógico matemáticos planteados miden todas las características o descriptores que se quiere que contenga cada uno de los ejercicios matemáticos. Las características que se quieren medir son:

- Lenguaje utilizado: esta característica tiene que ver con el lenguaje matemático presente en las expresiones utilizadas en lenguaje común (ver Anexo 1. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Pretest y Anexo 2. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Posttest).
- Resultado: esta característica está relacionada con la obtención de una respuesta, que el ejercicio planteado tenga solución y que dicha solución se encuentre entre las opciones de respuesta establecidas (ver Anexo 3. Validez Característica Resultado. Pretest y Anexo 4. Validez Característica Resultado. Posttest).
- Transformación del lenguaje común al lenguaje formal: con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido

al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto (ver Anexo 5. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Pretest y Anexo 6. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Posttest).

- Coherencia y comprensión: se desea medir el grado de comprensión del ejercicio y si este está escrito coherentemente, sin errores de ortografía o gramaticales (ver Anexo 7 y Anexo 8).

Estas características anteriormente mencionadas fueron establecidas tanto para el pretest como el posttest, haciendo la salvedad que, en cada uno de los instrumentos, los problemas planteados fueron diferentes.

Para evaluar la confiabilidad o la homogeneidad de las preguntas se empleará el coeficiente Alfa de Cronbach, esta herramienta estadística se utiliza “cuando se trata de alternativas de respuestas policotómicas, como las escalas tipo Likert; la cual puede tomar valores entre 0 y 1, donde: 0 significa confiabilidad nula y 1 representa confiabilidad total” (Corral, 2009).

El coeficiente α de Cronbach va a ser calculado mediante la varianza de los ítems, el cual se halla utilizando la siguiente formula.

$$r_{tt} = \frac{k}{(k - 1) \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]}$$

Donde:

r_{tt} : coeficiente de confiabilidad de la prueba o cuestionario.

k : número de ítems del instrumento.

s_t^2 : Varianza total del instrumento.

$\sum s_i^2$: Sumatoria de las varianzas de los ítems.

Cuanto menor sea la variabilidad de respuesta, es decir, que haya homogeneidad en las respuestas dentro de cada ítem, mayor será el Alfa de Cronbach.

Ilustración 1

Escala del instrumento estadístico Alfa de Cronbach

Rangos	Magnitud
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0,01 a 0,20	Muy Baja

Fuente: <https://es.slideshare.net/cfar2002/calcular-la-confiabilidad-de-una-escala-likert>

Los objetivos se enfocan en determinar el grado de asertividad de los estudiantes en el desarrollo de ejercicios con elementos de orden semántico lógico matemático, se espera evidenciar los procesos hechos por los sujetos para encontrar su respuesta y es posible, además, observar el nivel de comprensión de los enunciados matemáticos descritos en cada una de las preguntas realizadas.

6.2. Validez de la prueba diagnóstica (Pretest)

Con esta prueba estadística se establece el grado de validez del instrumento pretest y su relación con las variables objeto de estudio, se hace necesario medir cada una de las características establecidas para cada pregunta. Los resultados de cada una de las características medidas por los cinco expertos consultados se muestran en las siguientes tablas.

Tabla 3

Validez de la característica *lenguaje utilizado*

1												
2	VALIDEZ PRETEST											
3	Característica: Lenguaje utilizado											
4	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
5		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6	experto 1	4	3	5	5	4	4	4	5	3	4	41
7	experto 2	2	3	3	4	3	5	4	3	3	3	33
8	experto 3	3	4	4	5	3	4	5	5	4	4	41
9	experto 4	5	2	4	4	3	3	4	4	4	4	37
10	experto 5	4	4	5	3	5	5	4	5	5	5	45
11	total columna	18	16	21	21	18	21	21	22	19	20	197
12	promedio	3,6	3,2	4,2	4,2	3,6	4,2	4,2	4,4	3,8	4	39,4
13	Desv. standar	1,14	0,84	0,84	0,84	0,89	0,84	0,45	0,89	0,84	0,71	8,27
14	Varianza	1,3	0,7	0,7	0,7	0,8	0,7	0,2	0,8	0,7	0,5	7,10
15												
16	$\sum s_i^2$	7,10			$k/(k-1)$		1,11111		r_{tt}	0,7318		
17	s_t^2	20,8			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,65865					
18												

Fuente: Sierra (2019).

El resultado del Alfa de Cronbach hallado en la *Tabla 3* se encuentra entre 0,6 y 0,8 lo que se interpreta como bueno, esto permite deducir que hay un el grado de confiabilidad es pertinente para la aplicación del instrumento.

Tabla 4

Validez de la característica *resultado*

21	VALIDEZ PRETEST											
22	Característica: Resultado											
23	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
24		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
25	experto 1	5	5	5	4	5	5	4	5	4	4	46
26	experto 2	4	5	4	4	4	4	4	4	3	5	41
27	experto 3	5	5	5	3	5	3	4	4	3	5	42
28	experto 4	5	4	4	4	4	5	4	5	5	5	45
29	experto 5	5	5	4	5	5	5	4	4	4	5	46
30	total columna	24	24	22	20	23	22	20	22	19	24	220
31	promedio	4,8	4,8	4,4	4	4,6	4,4	4	4,4	3,8	4,8	44
32	Desv. standar	0,45	0,45	0,55	0,71	0,55	0,89	0,00	0,55	0,84	0,45	5,42
33	Varianza	0,2	0,2	0,3	0,5	0,3	0,8	0	0,3	0,7	0,2	3,50
34												
35	$\sum s_i^2$	3,50			$k/(k-1)$		1,11111		r_{tt}	0,4040		
36	s_t^2	5,5			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,36364					

Fuente: Sierra (2019).

El instrumento arrojó un resultado de 0,4 el cual se encuentra entre 0,4 y 0,6 que se interpreta como moderadamente confiable.

Tabla 5

Validez de la característica *transformación del lenguaje común al lenguaje formal*

VALIDEZ PRETEST											
Característica: Transformación del lenguaje común al lenguaje formal											
EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
experto 1	3	5	4	4	5	3	4	4	4	5	41
experto 2	4	4	3	5	5	5	4	4	3	4	41
experto 3	3	4	3	4	4	4	5	3	4	2	36
experto 4	5	4	5	4	5	5	5	5	5	4	47
experto 5	3	4	4	4	4	4	4	4	5	4	40
total columna	18	21	19	21	23	21	22	20	21	19	205
promedio	3,6	4,2	3,8	4,2	4,6	4,2	4,4	4	4,2	3,8	41
Desv. standar	0,89	0,45	0,84	0,45	0,55	0,84	0,55	0,71	0,84	1,10	7,20
Varianza	0,8	0,2	0,7	0,2	0,3	0,7	0,3	0,5	0,7	1,2	5,60
$\sum s_i^2$	5,60			$k/(k-1)$		1,11111		r_{tt}	0,7097		
s_t^2	15,5			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,63871					

Fuente: Sierra (2019).

Este resultado se traduce en un buen grado de confiabilidad al estar entre 0,6 y 0.8 en la escala Alfa de Cronbach.

Tabla 6

Validez de la característica *coherencia y comprensión*

60	VALIDEZ PRETEST											
61	Característica: Coherencia y comprensión											
62	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
63		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
64	experto 1	3	4	4	3	4	3	4	4	5	4	38
65	experto 2	4	4	5	5	5	4	4	5	4	5	45
66	experto 3	3	3	5	4	5	4	4	5	5	4	42
67	experto 4	4	4	4	4	3	3	5	4	4	3	38
68	experto 5	5	5	4	5	5	4	4	5	5	5	47
69	total columna	19	20	22	21	22	18	21	23	23	21	210
70	promedio	3,8	4	4,4	4,2	4,4	3,6	4,2	4,6	4,6	4,2	42
71	Desv. standar	0,84	0,71	0,55	0,84	0,89	0,55	0,45	0,55	0,55	0,84	6,75
72	Varianza	0,7	0,5	0,3	0,7	0,8	0,3	0,2	0,3	0,3	0,7	4,80
73												
74	$\sum s_i^2$	4,80			$k/(k-1)$		1,11111		r_{tt}	0,7879		
75	s_t^2	16,5			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,70909					

Fuente: Sierra (2019).

El diseño de la prueba en el componente de coherencia y comprensión dio como resultado un nivel de confiabilidad bueno.

6.3. Validez de la prueba final (Postest)

Con esta prueba se establece el grado de validez del instrumento postest y su relación con las variables objeto de estudio. Las tablas 7, 8, 9, 10 muestran los resultados de las mediciones en cada una de las características definidas.

Tabla 7Validez de la característica *lenguaje utilizado*

1												
2	VALIDEZ POSTEST											
3	Característica: Lenguaje utilizado											
4	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
5		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6	experto 1	4	3	5	5	4	4	4	5	3	4	41
7	experto 2	3	3	3	4	3	4	5	3	3	2	33
8	experto 3	3	4	5	5	3	4	5	5	4	4	42
9	experto 4	5	2	4	4	3	3	4	4	4	4	37
10	experto 5	4	4	5	3	5	5	4	5	5	5	45
11	total columna	19	16	22	21	18	20	22	22	19	19	198
12	promedio	3,8	3,2	4,4	4,2	3,6	4	4,4	4,4	3,8	3,8	39,6
13	Desv. standar	0,84	0,84	0,89	0,84	0,89	0,71	0,55	0,89	0,84	1,10	8,38
14	Varianza	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,5	0,3	0,8	0,7	1,2	7,20
15												
16	$\sum s_i^2$	7,20			$k/(k-1)$	1,11111			r_{tt}	0,7441		
17	s_t^2	21,8			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$	0,66972						
18												

Fuente: Sierra (2019).

Este resultado genera una confiabilidad buena en cuanto al lenguaje utilizado en las expresiones de cada pregunta realizada en el posttest.

Tabla 8Validez de la característica *resultado*

20												
21	VALIDEZ POSTEST											
22	Característica: Resultado											
23	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
24		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
25	experto 1	4	4	5	4	3	5	5	5	3	4	42
26	experto 2	5	5	5	4	5	5	4	4	4	5	46
27	experto 3	4	3	5	5	5	4	3	3	5	5	42
28	experto 4	5	5	4	3	5	4	5	5	3	4	43
29	experto 5	5	4	5	5	5	4	4	4	5	4	45
30	total columna	23	21	24	21	23	22	21	21	20	22	218
31	promedio	4,6	4,2	4,8	4,2	4,6	4,4	4,2	4,2	4	4,4	43,6
32	Desv. standar	0,55	0,84	0,45	0,84	0,89	0,55	0,84	0,84	1,00	0,55	7,33
33	Varianza	0,3	0,7	0,2	0,7	0,8	0,3	0,7	0,7	1	0,3	5,70
34												
35	$\sum s_i^2$	5,70			$k/(k-1)$		1,1111		r_{tt}	0,8081		
36	s_t^2	3,3			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,72727					

Fuente: Sierra (2019).

Es un resultado de 0,81 lo que en la escala Alfa de Cronbach es interpretado como alta.

Tabla 9

Validez de la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal

39												
40	VALIDEZ POSTEST											
41	Característica: Transformación del lenguaje común al lenguaje formal											
42	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
43		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
44	experto 1	5	5	5	4	5	5	4	5	4	5	47
45	experto 2	4	5	4	5	4	4	4	5	4	5	44
46	experto 3	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	49
47	experto 4	5	4	5	4	4	5	5	4	4	5	45
48	experto 5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	49
49	total columna	24	22	24	23	23	24	23	24	22	25	234
50	promedio	4,8	4,4	4,8	4,6	4,6	4,8	4,6	4,8	4,4	5	46,8
51	Desv. standar	0,45	0,55	0,45	0,55	0,55	0,45	0,55	0,45	0,55	0,00	4,53
52	Varianza	0,2	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0	2,30
53												
54	$\sum s_i^2$	2,30			$k/(k-1)$		1,11111				r_{tt} 0,6197	
55	s_t^2	5,2			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,55769					
56												

Fuente: Sierra (2019).

Este resultado se encuentra en el rango de confiabilidad bueno.

Tabla 10

Validez de la característica *coherencia y comprensión*

59												
60	VALIDEZ POSTEST											
61	Característica: Coherencia y comprensión											
62	EXPERTOS	Problema matemático										Total fila
63		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
64	experto 1	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	48
65	experto 2	4	5	5	5	5	5	3	3	4	4	43
66	experto 3	5	4	5	4	5	4	4	3	4	5	43
67	experto 4	5	5	4	5	4	5	5	5	4	4	46
68	experto 5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	49
69	total columna	24	24	24	24	24	24	22	21	20	22	229
70	promedio	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,4	4,2	4	4,4	45,8
71	Desv. standar	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,89	1,10	0,00	0,55	5,22
72	Varianza	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,8	1,2	0	0,3	3,50
73												
74	$\sum s_i^2$	3,50			$k/(k-1)$		1,11111			r_{tt}	0,6061	
75	s_t^2	7,7			$\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$		0,54545					
76												

Fuente: Sierra (2019).

Al aproximar el resultado a dos cifras significativas, en la escala 0,61 se considera como de confiabilidad buena.

Al no existir luego del cálculo del Alfa de Cronbach en cada una de las características tanto del pretest como del posttest datos menores a 0,4 no es necesario repetir o modificar el instrumento en ninguno de los componentes evaluados ni en el pretest ni en el posttest. Por lo tanto, se procede a utilizar los instrumentos diseñados para la investigación.

7. Análisis de la información

Para analizar los datos correspondientes es preciso el uso de Microsoft Excel, con el cual se tabulan los datos mediante tablas de frecuencia que posibiliten la organización de los datos de estos resultados, se generan las respectivas gráficas tanto del pre test como del pos test, además se hace necesario contrastar los resultados del pretest con los resultados del postest para generar las conclusiones necesarias a las que dé lugar este trabajo. Se utilizarán otras técnicas estadísticas como la obtención de la media aritmética y la varianza, la cual mide la dispersión de los datos con respecto a la media. Los respectivos análisis de la información, las diferentes tablas y gráficos realizados se presentarán en el capítulo IV del presente trabajo con su respectiva explicación.

8. Población y muestra

Este estudio se realiza sobre una población de estudiantes universitarios de primer semestre, en la asignatura de matemáticas operativas de la Universidad de Antioquia. La población consta de 7 grupos de estudiantes de cursan matemáticas operativas (asignatura que en la malla curricular se encuentra en el primer semestre) en la facultad de ingeniería, la cual cuenta con un total de 217 estudiantes entre las carreras de ingeniería mecánica, química y de materiales; los estudiantes, hombres y mujeres, ostentan edades diversas entre los 17 y 21 años de edad, algunos de ellos se salen de este rango y entre ellos se encuentran estudiantes repitiendo la asignatura.

Para la selección de la muestra, se utilizó el método de muestreo por conglomerados, este método, es un procedimiento de muestreo probabilístico que consiste en dividir el conjunto de elementos (población) en subconjuntos llamados conglomerados (muestra), como característica es que internamente son heterogéneos, pero tienen en común la asignatura que cursan. Esto significa que, si se comparan cada uno de los grupos de matemáticas operativas (conglomerados), se nota que poseen características en común y son parecidos entre sí.

Debido a que se están trabajando con clusters o conglomerados, se toma como muestra de la población dos de los grupos, estos están conformados por 32 y 35 estudiantes cada uno, obteniendo un total de 67 estudiantes de las facultades de ingeniería anteriormente mencionadas. Además, se asigna para los resultados finales un grupo de control, el cual cuenta con 33 estudiantes. Como proceso metodológico se toma el total de estudiantes de los dos grupos, se multiplica por el 100% y se divide por el total de la población, es decir por 217 estudiantes, lo que arroja una muestra representativa del 30,87% (Ludewig y otros, 1998).

En la fórmula por conglomerados, se selecciona aleatoriamente los grupos mediante un método de selección sencillo. En una caja se agregan 7 fichas en las cuales se escriben los grupos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7; cada uno presenta características similares en cuanto a edad, contexto social, económico y cultural y número de estudiantes. Cada uno de los grupos se denomina racimos, se selecciona dos al azar para realizar el proceso de experimentación y, además, se define el grupo 4 como grupo de control. La fórmula para sacar el porcentaje como muestra de la población es la siguiente:

$$\% M = \frac{M \cdot 100 \%}{P}$$

Dónde: %M = Porcentaje de la muestra

M= Muestra

P= Población

$$\% M = \frac{67 \cdot 100 \%}{217} = 30,87\%$$

El total de estudiantes de matemáticas operativas en las carreras de ingeniería mecánica, química y de materiales es de 217 estudiantes lo que equivale a la población y se toma una muestra de 67 estudiantes lo que estadísticamente hablando representa un nivel de confianza del 95% con un error máximo permisible del 10% y un valor en la distribución normal de 1,64. Esta muestra equivale al 30,87% de la población objeto de estudio.

La fórmula con que se calculó el tamaño de la muestra se expresa a continuación.

$$n = \frac{k^2 * p * q * N}{(e^2 * (N - 1)) + k^2 * p * q}$$

N: es el tamaño de la población o universo.

k: es una constante que depende del nivel de confianza que asignemos.

e: es el error muestral deseado.

p: es la proporción de individuos que poseen en la población la característica de estudio. Este dato es generalmente desconocido y se suele suponer que $p = q = 0,5$ que es la opción más segura.

q: es la proporción de individuos que no poseen esa característica, es decir, es $1 - p$.

n: es el tamaño de la muestra.

$$n = \frac{1,96^2 * 0,5 * 0,5 * 217}{(10^2 * (216)) + 1,96^2 * 0,5 * 0,5}$$

$$n = 67$$

8.1. Nivel de confianza

Es un indicador de la medición que se va a realizar, el nivel de confianza indica la probabilidad de que los resultados de la investigación sean ciertos, entre mayor sea este valor más confiable serán los resultados. Como el nivel de confianza utilizado en el estudio es del 95% sugiere que el resultado de la investigación es estadísticamente relevante, cabe mencionar también, que para un nivel de confianza del 95% se tiene una desviación estándar de 1,96 este valor está dado por tablas estadísticas.

9. Estrategias

9.1. Diseño de estrategias

Una vez analizadas las falencias y dificultades de aprendizaje en los procesos semánticos lógicos matemáticos, se diseñan estrategias para mejorar los aprendizajes fallidos. Estas estrategias van encaminadas al mejoramiento de los procesos semánticos del lenguaje matemático en situaciones específicas, se realizan teniendo como punto de partida el análisis de los resultados del pretest para luego generar las estrategias de intervención mediante el desarrollo de un manual interactivo en la web, esto permitirá un trabajo experimental en la búsqueda de mejorar los procesos semánticos lógico matemáticos de conceptos utilizados en el lenguaje formal a partir de las TIC.

9.2. Evaluación final

Al terminar la implementación del manual interactivo web como estrategia de intervención, se realiza una evaluación (postest), análisis e interpretación de los resultados obtenidos, de modo que permita comparar los datos iniciales con los resultados finales de la investigación y de este modo generar las conclusiones de los datos derivados de la investigación, además, se realizan las conclusiones de acuerdo con los objetivos planteados en el capítulo 1 del proyecto. Con el ejercicio de esta evaluación se espera evidenciar la evolución ya sea positiva o no de la intervención realizada en los estudiantes de primer semestre.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

1. Procesamiento de los datos

En este capítulo, se pretende evidenciar los resultados obtenidos luego de la aplicación del pretest, del posttest en el grupo experimental y del posttest en el grupo de control, de los resultados obtenidos se establecieron relaciones entre sí. Todos y cada uno de los resultados y los análisis generados, dan respuesta a los objetivos específicos planteados en el Capítulo I.

Luego de la realización del pretest y para dar respuesta al objetivo específico: “Identificar problemas semántico lógico matemáticos en las estructuras lingüísticas de interpretación formal de contenidos de los estudiantes de matemáticas de primer semestre de la Universidad de Antioquia”, se determinaron las siguientes dificultades en los estudiantes que no posibilitaron la correcta solución de los ejercicios propuestos.

Tabla 11

Dificultades detectadas

PROBLEMAS	DESCRIPCIÓN	INDICADOR
Transformación de expresiones	Se dificultó pasar las expresiones del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.	- Significado de los símbolos - Interpretación de los signos lingüísticos - Relación de los signos
Identificación de las variables	No se lograba identificar qué tipo de expresión en el lenguaje natural era la que	- Inclusión de datos en el enunciado

	correspondía a las incógnitas.	- Relación de datos en el enunciado
Transposición de términos	Equivocaciones en el momento de pasar los términos de un miembro al otro en la ecuación matemática planteada. Esto ocasiona que los cálculos sean errados.	Vinculación de la teoría y la práctica
Operaciones con racionales	Como este conjunto numérico es menos utilizado por los estudiantes que otros, existen vacíos en el momento de realizar operaciones matemáticas con ellos.	Encadenamiento de los procesos
Cálculos	Los procedimientos realizados por los estudiantes dan cuenta de múltiples errores al efectuar las operaciones tanto aritméticas como algebraicas.	Rendimiento académico
Incomprensión	Los estudiantes no comprendían la situación matemática que se estaba expresando en los enunciados, no es claro cómo	- Lenguaje y comprensión - Niveles de lectura

	abordar este tipo de problemas.	
--	---------------------------------	--

Fuente: Sierra (2019)

Con base en los problemas detectados en el pretest, se diseñan las actividades que servirán como propuesta de intervención y que se encontrarán alojadas en el sitio web.

A continuación, se establecen los cálculos matemáticos para realizar los parámetros estadísticos, se presentan las gráficas y se describen los análisis de los datos obtenidos.

1.1. Elementos de una tabla de frecuencia

La distribución o tabla de frecuencia, es una tabla que contienen los datos cuantitativos recolectados con sus correspondientes frecuencias. Los elementos que normalmente se utilizan en una tabla de frecuencia y en los que se basó la construcción de la misma son los siguientes: variable, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencias acumuladas y tamaño de la muestra, estos elementos se describen de manera detallada y relacionada con este trabajo investigativo.

Variable (X_i): Sabino (1992) establece: "entendemos por variable cualquier característica o cualidad de la realidad que es susceptible de asumir diferentes valores, es decir, que puede variar, aunque para un objeto determinado que se considere puede tener un valor fijo". Que, para efectos de esta investigación, la variable está definida por el número de preguntas que los estudiantes participantes en el pretest contestaron de forma correcta.

Frecuencia absoluta (f_i): es el número de veces que aparece un determinado valor en el estudio, se representa con f_i donde el subíndice representa cada uno de los valores. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos. En este caso, es el número de estudiantes que contestaron la cantidad de preguntas de forma correcta (X_i).

Frecuencia absoluta acumulada (F_i): es la suma de frecuencias absolutas de todos los valores iguales o inferiores al valor considerado, se representa por F_i . Los valores en la tabla de frecuencia 1 salen de la sumatoria de forma acumulada de los estudiantes que contestaron correctamente cierta cantidad de problemas matemáticos.

Frecuencia relativa (h_i): es la relación que existe entre la frecuencia absoluta f_i y n (número total de datos), en este caso esa relación se da entre la cantidad de estudiantes que contestaron correctamente cierto número de problemas y el total de estudiantes participantes del pretest.

Frecuencia relativa acumulada (H_i): es el resultado de dividir la frecuencia acumulada entre el número total de datos, se representa por H_i . Para este estudio, es la sumatoria de forma acumulada de las frecuencias relativas.

Tamaño de la muestra (n): es el número total de estudiantes (datos) participantes del pretest.

Luego de recoger, analizar y tabular la información, está se organizó mediante una tabla de frecuencia, la información de la variable está establecida de menor a mayor y se presenta con cada uno de los elementos

especificados anteriormente mencionados. Con base en los datos presentados en la *Tabla de frecuencia 1* se realizaron diferentes análisis que sirven como insumo para: generar algunas de las conclusiones relacionadas en este estudio, identificar y generar los contenidos relacionados en el manual interactivo web, contrastar la información con los referentes teóricos y comparar los resultados con los datos generados después de la aplicación del postest.

1.2. Resultados y análisis del pretest

En la *Tabla de frecuencia 1*, se organizaron los datos recogidos luego de la aplicación del pretest, el cual fue desarrollado por 67 estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia, quienes se encuentran cursando la materia de Matemáticas Operativas. Este curso es de fundamentación y, por lo tanto, es matriculado por los alumnos de los programas de Ingeniería mecánica, civil y ambiental y sanitaria de la facultad de Ingeniería. Se consideró utilizar una tabla de frecuencia para una adecuada organización de la información, estos datos se encuentran relacionados en la *Tabla de frecuencia 1*, cabe mencionar que los estudiantes que sirvieron de grupo de control para realizar el ejercicio del postest, se encuentran cursando diferentes carreras las cuales no necesariamente son afines entre sí.

Los ejercicios matemáticos que se pidió solucionar en el pretest, son problemas en los cuales se presentan situaciones cotidianas que los estudiantes pueden resolver mediante el planteamiento y desarrollo de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 (o sea, formular dos ecuaciones con dos incógnitas). Estos sistemas se pueden desarrollar a través de diferentes métodos matemáticos como lo son: método de sustitución, método de

igualación, método de eliminación, método gráfico, método de Gauss, método de la matriz inversa y regla de Cramer. Algunos de estos métodos tienen un nivel mayor de complejidad para su planteamiento y solución, por lo que los más comúnmente utilizados son el método de igualación, eliminación y sustitución.

Tabla de frecuencia 1

Número de problemas resueltos correctamente pretest.

X_i	f_i	F_i	h_i	H_i	% h_i	% H_i
0	0	0	0,0000	0,0000	0%	0,00%
1	2	2	0,0299	0,0299	3%	2,99%
2	7	9	0,1045	0,1343	10%	13,43%
3	12	21	0,1791	0,3134	18%	31,34%
4	3	24	0,0448	0,3582	4%	35,82%
5	19	43	0,2836	0,6418	28%	64,18%
6	3	46	0,0448	0,6866	4%	68,66%
7	3	49	0,0448	0,7313	4%	73,13%
8	9	58	0,1343	0,8657	13%	86,57%
9	4	62	0,0597	0,9254	6%	92,54%
10	5	67	0,0746	1,0000	7%	100,00%
n=	67					

Fuente: Datos obtenidos mediante la aplicación del pretest a estudiantes universitarios de primer semestre en la asignatura matemáticas operativas. Sierra (2019).

Con base en los datos de la *Tabla de frecuencia 1* se realizaron diferentes gráficos estadísticos como son diagramas de barras y diagramas circulares, estos gráficos presentan de una manera más inteligible la información,

además, se hace más sencillo develar los análisis establecidos en cada uno de ellos.

El Gráfico de barras 1, en el cual se ilustra la información de la variable (X_i) y la frecuencia absoluta (f_i), se puede visualizar claramente el número de preguntas que fueron solucionadas de manera correcta por los estudiantes, esta información tabulada en la *Tabla de frecuencia 1*, muestra la cantidad de estudiantes que resolvieron correctamente las preguntas establecidas en el instrumento.

La información recolectada en este instrumento, ratifica lo descrito por diferentes autores como, por ejemplo (Calle, 2013), donde se afirma que los estudiantes “desconocen el proceso semántico de las significaciones de las palabras, lo que dificulta la tarea del maestro” es en este sentido que los resultados del pretest concluyen con la baja interpretación de los enunciados semánticos propuestos y de igual forma en los resultados erróneos a la solución de dichos planteamientos matemáticos.

Así mismo, al realizar el proceso de corrección de los test presentados por los estudiantes, al hablar de la variable Estructuras Lingüísticas de Interpretación Formal, se observa que los resultados en los indicadores no son alentadores. Se evidencian falencias en la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático, esta dificultad hace imposible la construcción de un algoritmo adecuado para la resolución de un problema, además, impide en todo sentido el correcto uso de un sistema para la solución de una ecuación. Esta situación fue evidenciada por (Hernández, et al 2016). Al plantear las “dificultades en el tránsito del lenguaje natural al lenguaje matemático y la representación externa de cada una de los signos, símbolos o expresiones matemáticas inmersas en el problema de palabra, debido a que el estudiante

tiene que construir un modelo mental de la situación real y plasmarlo en un modelo matemático”. de lo anterior se concluye que, la importancia que tiene el conocimiento semántico matemático en el momento de convertir el lenguaje común al lenguaje matemático, es lo más esencial cuando se pretenden resolver problemas con situaciones reales a modelar.

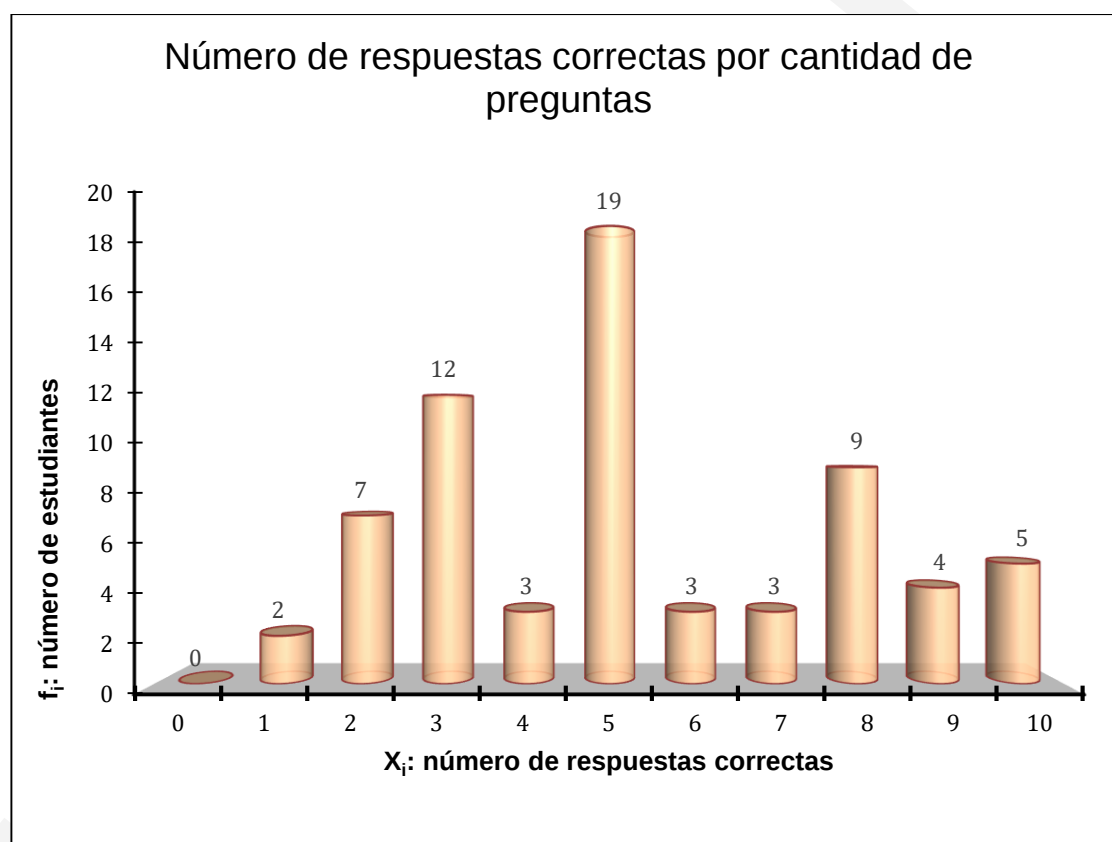
Otro indicador evaluado en esta variable fue el de la interpretación de los signos lingüísticos, la combinación del significado y el significante en las expresiones planteadas como ejercicios tipo problema, estas relaciones no fueron establecidas correctamente por los estudiantes, además las relaciones entre estas y los signos y símbolos matemáticos, fueron decodificadas a medias o no se lograron decodificar. En total 5 estudiantes de los 67 que realizaron el pretest, decodificaron correctamente el 100% de los problemas propuestos. El indicador rendimiento académico tuvo un resultado de aprobación del 35,82% frente a un resultado adverso del 64,18% de desaprobación, estos resultados se describen en la *Tabla 11* (dificultades detectadas).

Por lo que se refiere a la variable Procesos Semánticos Lógico Matemáticos, se puede evidenciar luego de los resultados obtenidos en el pretest, que los indicadores: Inclusión de datos en el enunciado, relación de datos en el enunciado, encadenamiento de los procesos, relación de los signos y vinculación de la teoría y la práctica, los cuales están todos estrechamente relacionados todos entre sí, que se constata que no tuvieron resultados positivos al tener un mayor índice de reprobación del test; los procedimientos mal estructurados, la incoherente designación de las variables, la inexacta rigurosidad a la hora de realizar las operaciones, un equivocado resultado o solución del problema y la incapacidad de relacionar los conceptos aprendidos

en las clases de matemáticas y aplicarlos en la práctica, impidieron que los estudiantes obtuvieran mejores resultados en este test.

Gráfico de barras 1

Número de estudiantes con respuestas acertadas vs cantidad de preguntas.



Fuente: Grafica resultante de los datos obtenidos en el pretest organizados en la Tabla de frecuencia 1; se analizan la variable y la frecuencia absoluta. Sierra (2019).

Un análisis más detallado del Gráfico de barras 1 refleja que ningún estudiante contestó la totalidad de ejercicios de forma incorrecta, esto denota que hay un grado mínimo en la comprensión semántica de los enunciados; otra apreciación de estos resultados sugieren que hay cierto nivel de dificultad

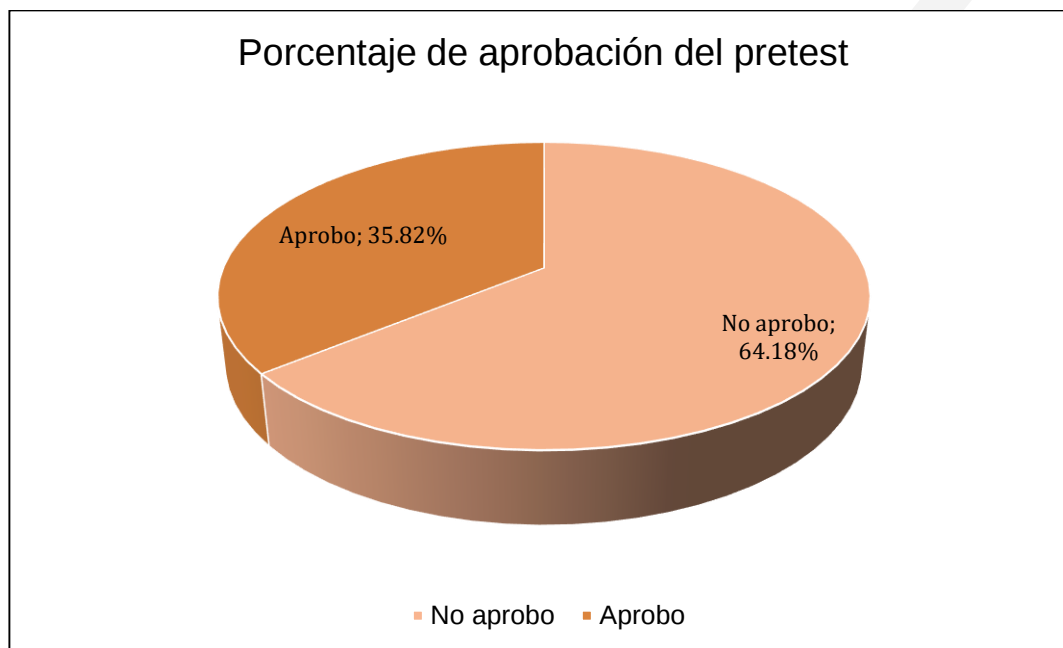
entre un ejercicio y otro, ubicando en diferentes niveles la comprensión semántica de los enunciados matemáticos establecidos para el pretest.

Otra consideración que se puede establecer del grafico es que más de la mitad de los estudiantes obtuvieron 5 respuestas correctas o menos. Esta situación se analizará en detalle en el *Grafico circular 1*.

El sector con mayor proporción, fue en el que los estudiantes indicaron una cantidad de respuestas correctas a 5 problemas, si bien son la mitad del total de preguntas, en una escala valorativa no logra tener una nota que le permita ganar el test. Estos resultados dan fe del problema planteado y sugieren que se debe realizar una intervención para mejorar los resultados obtenidos.

Grafico circular 1

Porcentaje de estudiantes que aprueba o no aprueba el pretest.



Fuente: Sumatoria del porcentaje de aprobación y de no aprobación Pretest. Sierra (2019).

En el *Grafico circular 1*, se muestra comparativamente el porcentaje de estudiantes que pierden el pretest, la escala de valoración (Tabla 12) comienza desde 0,0 hasta 5,0. Los estudiantes que obtuvieron 5 preguntas correctas o menos, tendrían una equivalencia en nota de 2,5 o menor, estando por debajo de la nota 3 que se considera como mínima para la aprobación de una asignatura en el pregrado. Este porcentaje de estudiantes que no logro obtener una nota de 3,0 fue de 64,18% que equivalen a 43 estudiantes de un total de 67. De igual forma, se encuentran los estudiantes que aprueban el pretest en la misma escala de valoración con 6 preguntas resueltas de forma correcta o más con un porcentaje de 35,82% que equivalen a 24 estudiantes. En la universidad donde se tomó la muestra para la realización de este trabajo se utiliza una escala numérica de evaluación de 0,0 a 5,0; siendo 3 la mínima nota de aprobación y 5 la nota máxima para aprobar una asignatura u otra actividad de carácter evaluativa.

En esta gráfica, el grupo de estudiantes que aprobaron el pretest tuvieron una calificación mayor o igual a 3 que corresponde a resolver por lo menos más de 6 preguntas de forma correcta en el pretest. La evaluación se desarrolló mediante la aplicación de una actividad que contaba con 10 problemas semántico matemáticos. Esta proporción de estudiantes es del 35,82% y es maso menos una tercera parte del total de la muestra, estos estudiantes realizaron procesos más estructurados para encontrar el resultado correcto y en definitiva fueron los estudiantes que aprobaron el pretest. Se trató además luego de analizar los resultados del pretest de identificar las habilidades que tienen este porcentaje de estudiantes para interpretar y solucionar situaciones problema con relación a los que no pudieron aprobar este test, como fue su proceso de abstracción ante las situaciones semánticas establecidas en la prueba y su estructura algorítmica para establecer la solución.

Los resultados de la cantidad de problemas resueltos correctamente y su respectivo valor numérico (nota) se presentan en la Tabla 12, esta información también define la nota de aprobación o de reprobación de la actividad propuesta.

Tabla 12

Resultados de la actividad evaluativa en términos de nota.

Cantidad de preguntas correctas en el pretest	Nota	Valoración de la actividad
0	0,0	NO APROBA DA
1	0,5	
2	1,0	

3	1,5	APROBADA
4	2,0	
5	2,5	
6	3,0	
7	3,5	
8	4,0	
9	4,5	
10	5,0	

Fuente: Conversión de cantidad de preguntas en nota de evaluación. Sierra (2019).

Esta escala de valoración se realizó dividiendo el valor máximo en nota sobre el número de preguntas: $5,0 / 10$ esta operación da como resultado 0,5. Este resultado se multiplica por el total de respuestas correctas y el resultado de esta operación es la nota final del estudiante en la prueba.

Por otro lado, se analizó cuál de los 10 problemas planteados fue el que obtuvo una mayor y una menor cantidad de respuestas correctas; esto da cuenta del grado de complejidad o entendimiento de la semántica utilizada en las situaciones planteadas en cada uno de los problemas matemáticos propuesto. A continuación, se analizan algunos que fueron representativos para el análisis de los resultados.

El problema cuya solución tuvo la menor cantidad de estudiantes con la respuesta correcta, con un total de 8 estudiantes fue: “la suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?”, aunque el problema parece simple de entender tiene su grado de dificultad al obtener números fraccionarios como solución a la situación; la complejidad en este tipo de soluciones radica en que el estudiante no tiene una noción de reparto o se

le dificulta realizar operaciones con este conjunto numérico. Se percibe que el alumno está predispuesto por el uso poco común que se les da a los números fraccionarios en la vida diaria, además en el ámbito escolar la palabra fracción forma parte de un lenguaje familiar pero que no cuenta con la sintaxis suficiente para su apropiación.

La solución del ejercicio planteado se presenta a continuación, se utilizan variable X y Y para diferenciar las cantidades desconocidas o incógnitas.

La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?

X = primer número

Y = segundo número

La suma de los números es 12:

$$x + y = 12$$

La mitad del primer número es el doble del segundo: $x/2 = 2y$

Tenemos el sistema

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{2} = 2y \end{cases}$$

Resolvemos por el método de sustitución

$$\frac{x}{2} = 2y \quad \rightarrow \quad x = 4y$$

$$x + y = 12 \rightarrow 4y + y = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 4y = 4 \cdot \frac{12}{5} = \frac{48}{5}$$

Por tanto, las solución para ese sistema de ecuaciones son los

números $\frac{48}{5}$ y $\frac{12}{5}$

El problema que obtuvo un mayor número de respuestas correctas fue: “encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21”, este problema fue solucionado correctamente por la totalidad de estudiantes. Al analizar este ejercicio podemos decir que su construcción semántica es de fácil entendimiento y al llevarlo a un planteamiento matemático se observa que el sistema de ecuaciones resultantes es sencillo y fácil de solucionar, además de los diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones 2x2, los estudiantes pueden utilizar en este caso y lo suelen hacer, el método de tanteo (probar diferentes valores para las incógnitas hasta dar con el valor o los valores que hagan cierta la igualdad) para hallar los números que cumplen las condiciones dadas inicialmente en el planteamiento del problema.

La solución al ejercicio planteado se encuentra a continuación, para continuar con la forma en que se están planteando las soluciones, se toman para los valores desconocidos las letras X y Y

Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21

X = primer número

Y = segundo número

$$x + y = 45$$

$$x - y = 21$$

$$x = 45 - y$$

Reemplazamos el valor de la X en la segunda ecuación:

$$(45 - y) - y = 21$$

$$- 2y = 21 - 45$$

$$- 2y = - 24$$

$$Y = 12$$

Ahora reemplazamos el valor de la Y en la primera ecuación:

$$X = 45 - 12$$

$$X = 33$$

De donde se puede concluir que

$$33 + 12 = 45$$

$$33 - 12 = 21$$

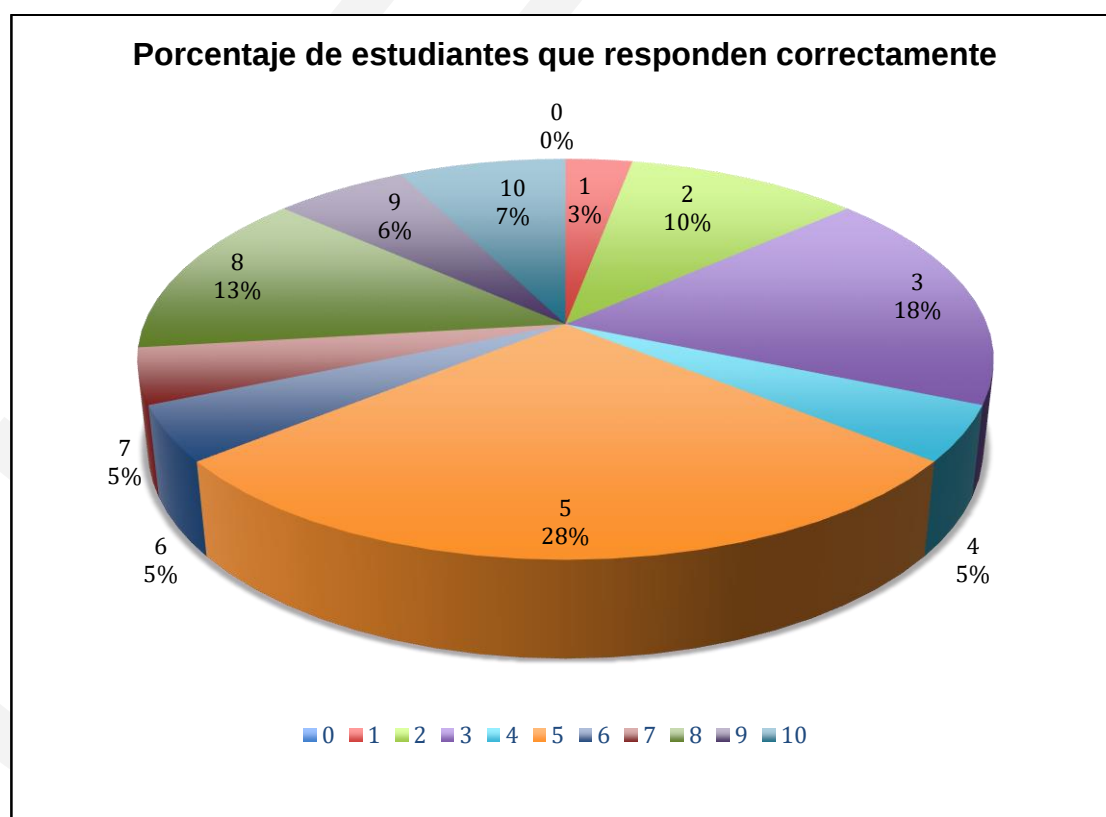
Los números resultantes son **12 y 33**

Teniendo en cuenta estos ejercicios y los demás analizados para efectos de los resultados, se presenta el *Grafico circular 2* en el cual se establecen los porcentaje de respuestas correctas por cada una de las preguntas, es interesante conocer este tipo de información ya que se resalta la idea que hay

ejercicio más fáciles de entender y resolver que otros. Estas inferencias se pueden realizar ya que las expresiones semánticas cambian de un ejercicio a otro, hay diferentes expresiones en lenguaje común que al pasarlas a al lenguaje matemático no son tan simples de expresar o son expresadas de manera errónea. Lo realmente interesante del lenguaje natural es que hay un sinnúmero de posibilidades, así mismo, de estas infinitas expresiones que se pueden construir en el lenguaje común son sus equivalentes en el lenguaje matemático.

Grafico circular 2

Porcentaje de estudiantes con cantidad de respuestas correctas.



Fuente: Grafico circular que relaciona la variable con el porcentaje la frecuencia relativa del Postest. Sierra (2019).

En el Grafico circular 2, se muestra los porcentajes de los estudiantes que respondieron de manera correcta a cierta cantidad de problemas matemáticos propuestos en el pretest, podemos observar en la torta por ejemplo, que 2 preguntas con repuestas correctas fueron resueltas por el 10% de los estudiantes; el 7% de los estudiantes respondieron correctamente los problemas planteados en el pretest y así de forma similar con los demás porcentajes. De este último porcentaje se puede inferir que solo 10 estudiantes tienen unas bases semánticas bien establecidas y unos fundamentos matemáticos suficientes para lograr transformar lo que en el lenguaje natural se dice de los planteamientos matemáticos propuestos y además poder encontrar la solución correcta para dichos enunciados utilizando diferentes operaciones aritméticas y algoritmos matemáticos.

1.3. Resultados y análisis del postest

Para la realización del postest, se contó con igual número de estudiantes; los 67 que fueron establecidos en la muestra inicial, se desarrolló el test de forma presencial en la facultad de ingeniería de la universidad. Si bien los ejercicios semánticos planteados en el postest cambiaron, los contenidos son semejantes en profundidad, razonamiento y comprensión. La estructura del postest al igual que en el pretest tiene cuatro opciones de respuesta y un nivel similar de complejidad en la elaboración de las situaciones matemáticas planteadas en lenguaje natural.

Luego de la recolección de la información, se procedió a dar la valoración con el mismo proceso realizado durante el pretest, teniendo la misma cantidad

de ejercicios (10 problemas) semántico lógico matemáticos, la escala de valoración no difiere de la presentada en *Tabla 12*.

Luego de revisar y valorar los test presentados por los alumnos, la información se plasmó en la *Tabla de frecuencia 2*, en ella se encuentran los resultados del postest organizados de la menor cantidad de respuestas correctas a la mayor (en el caso de la variable X_i) y los demás elementos que conforman la distribución de frecuencia fueron establecidos realizando los cálculos respectivos.

Tabla de frecuencia 2

Número de problemas resueltos correctamente en el postest.

X_i	f_i	F_i	h_i	H_i	% h_i	% H_i
0	0	0	0,0000	0,0000	0%	0%
1	2	2	0,0299	0,0299	3%	2,99%
2	1	3	0,0149	0,0448	1%	4,48%
3	0	3	0,0000	0,0448	0%	4,48%
4	3	6	0,0448	0,0896	4%	8,96%
5	5	11	0,0746	0,1642	7%	16,42%
6	3	14	0,0448	0,2090	4%	20,90%
7	2	16	0,0299	0,2388	3%	23,88%
8	14	30	0,2090	0,4478	21%	44,78%
9	21	51	0,3134	0,7612	31%	76,12%

10	16	67	0,2388	1,0000	24%	100,00%
n=	67					

Fuente: Datos obtenidos mediante la aplicación del postest a estudiantes universitarios de primer semestre en la asignatura matemáticas operativas. Sierra (2019).

En la *Tabla de frecuencia 2*, se recolectaron y tabularon los datos obtenidos luego de la aplicación del postest, esta prueba se realizó posterior a que los estudiantes del grupo experimental, utilizaran la herramienta establecida como propósito de intervención en este trabajo de investigación “el manual interactivo web”. Los estudiantes interactuaron con todas y cada una de las actividades planteadas en el web site; los elementos de la *Tabla de frecuencia 2* son los mismo explicados al comienzo de este capítulo pero la información contenida en ellos ha cambiado notoriamente, puesto que estos datos son los relacionados con la actividad del postest.

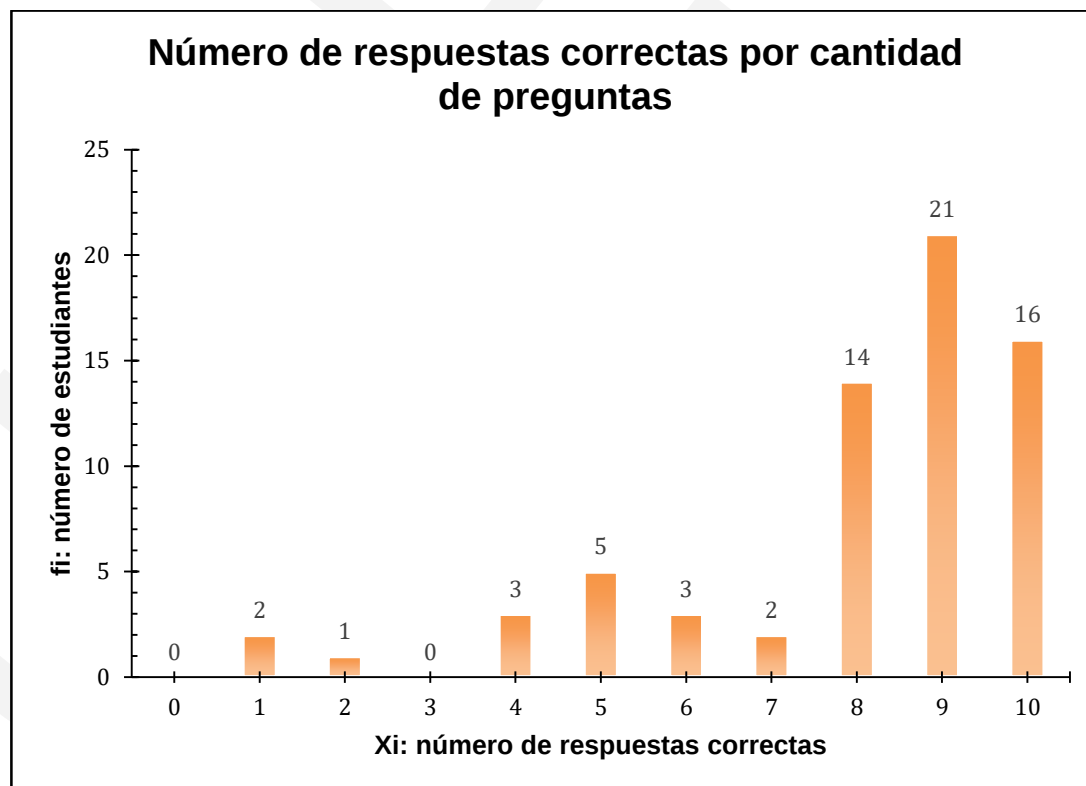
En concordancia con lo expuesto en el capítulo II, y luego de la experiencia de los estudiantes con el manual interactivo en la web y del uso adecuado de las herramientas y el contenido digital que allí se aloja, se evidencia en estos resultados un mejoramiento en los procesos semánticos lógico matemáticos, esta afirmación es concordante con lo citado por (Castrillón & Ramírez, 2016), donde se demostró que “la aplicación de una estrategia mediada por herramientas tecnológicas, puede contribuir a superar las deficiencias cognitivas de los estudiantes, en el área de matemáticas”. Los datos de este postest confirman que la estrategia de intervención es positiva con respecto a los resultados logrados, al igual que los presentados en el trabajo de investigación de las autoras mencionadas en el cual se concluye que “el uso del blog 2.0 fortalece las competencias de razonamiento y

argumentación; comunicación, representación, modelación; y resolución de problemas”.

Para comprender mejor esta situación descrita anteriormente, se realizan varios gráficos de los datos registrados en la distribución de frecuencia donde se pretende mostrar uno a uno y analizando su información, los diferentes resultados relevantes del postest, estos datos fueron contrastados con los datos del pretest y considerados con el fin de realizar inferencias y conclusiones pertinentes con la investigación.

Gráfico de barras 2

Número de estudiantes con respuestas acertadas vs cantidad de preguntas

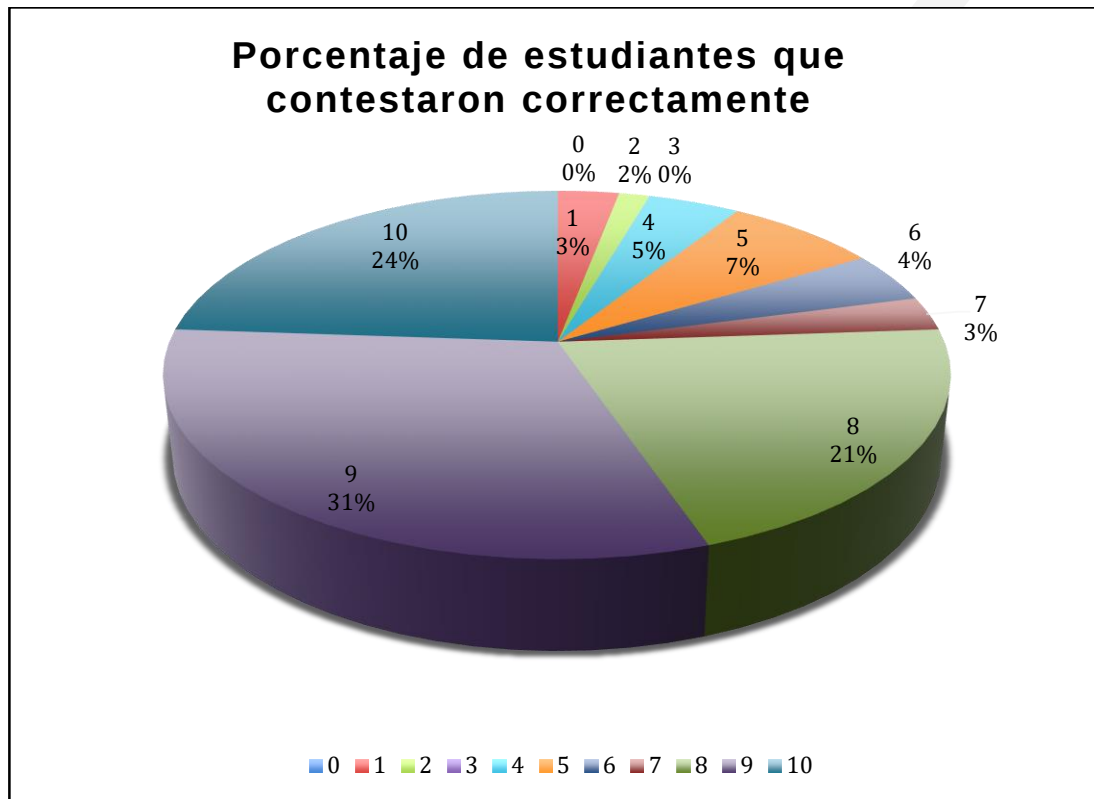


Fuente: Grafica resultante de los datos obtenidos en el Postest organizados en la Tabla de frecuencia 2; se analizan la variable y la frecuencia absoluta. Sierra (2019).

La información relacionada en el *Gráfico de barras 2*, muestra el número de estudiantes que contestaron correctamente cierto número de preguntas, se ve a simple vista que los datos en cuanto al número de problemas matemáticos que fueron resueltos correctamente fueron mejores que los recolectados en el pretest. Al realizar una sumatoria de los estudiantes que resolvieron correctamente 6 o más problemas da un total de 56 estudiantes sobre la muestra que son 67, esta cifra es muy positiva en términos de mejoramiento de los resultados obtenidos inicialmente. El valor máximo en esta grafica es de 21 estudiantes que respondieron correctamente 9 de las situaciones matemáticas propuestas, el valor mínimo es de cero estudiantes que es compartido por dos variables, y que corresponde a cero y tres preguntas resueltas de forma correcta respectivamente, ningún estudiante se ubicó en estas dos categorías.

Grafico circular 3

Porcentaje de estudiantes con relación a las respuestas correctas

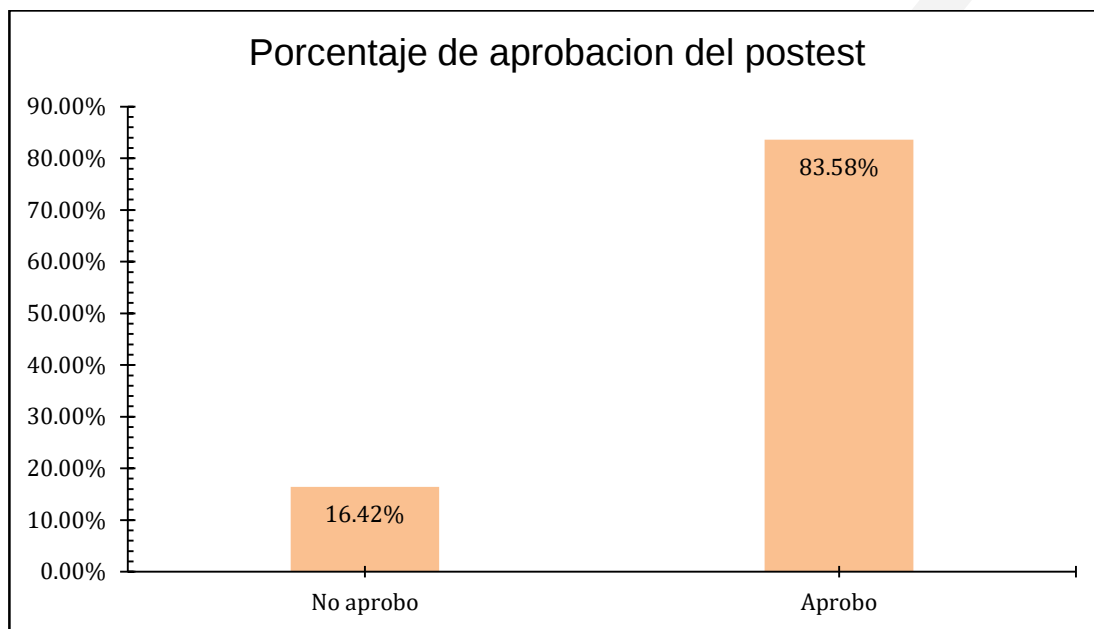


Fuente: Grafico circular que relaciona la variable con el porcentaje de la frecuencia relativa en el Postest. Sierra (2019).

En ese gráfico, se observa que el tamaño de la porción comprendida entre 6 y 10 es muy amplio, éste abarca más de tres cuartas partes del total de la torta, estos estudiantes son los que tuvieron una nota aprobatoria en la aplicación del instrumento. Se observa además que, los más altos porcentajes de estudiantes que obtuvieron entre cero y cinco respuestas correctas, fueron los que respondieron acertadamente entre 4 y 5 preguntas correctas, esto refleja que dichos alumnos están cercanos al punto de corte para aprobar un test de estas características.

Gráfico de barras 3

Aprobación del postest



Fuente: Datos obtenidos de la sumatoria de porcentajes de aprobación y no aprobación en el Postest. Sierra (2019).

En la *Gráfico de barras 3*, se muestran dos categorías: aprobación y no aprobación del test. Los porcentajes de cada una de ellas son: **no aprobación** 16,42% que equivalen a 11 estudiantes y **aprobación** con un 83,58% lo que equivale a 56 estudiantes respectivamente. Relacionando estos resultados con los obtenidos en el pretest, se evidencia una evolución positiva entre los dos resultados, las relaciones de semejanza, diferencia y de análisis entre los dos test aplicados, serán tratados detalladamente más adelante en este capítulo.

1.4. Análisis comparativo entre el pretest y el postest

En este apartado se van a comparar los resultados de cada uno de los test aplicados, se pondrá en evidencia el crecimiento (cuantitativamente

hablando) de los estudiantes luego de la intervención propuesta para este trabajo; relacionando sus avances en términos de datos cuantitativos y gráficos y analizando pormenorizadamente cada uno de los aspectos relevantes que se infirieron luego de la intervención, evaluación y comparación de los test. Finalmente se contrastarán estos hallazgos con de los objetivos específicos planteados inicialmente.

Tabla 13

Resultados comparados de las frecuencias absolutas

X_i	f_i Pretest	f_i Posttest
0	0	0
1	2	2
2	7	1
3	12	0
4	3	3
5	19	5
6	3	3
7	3	2
8	9	14
9	4	21
10	5	16
n=	67	67

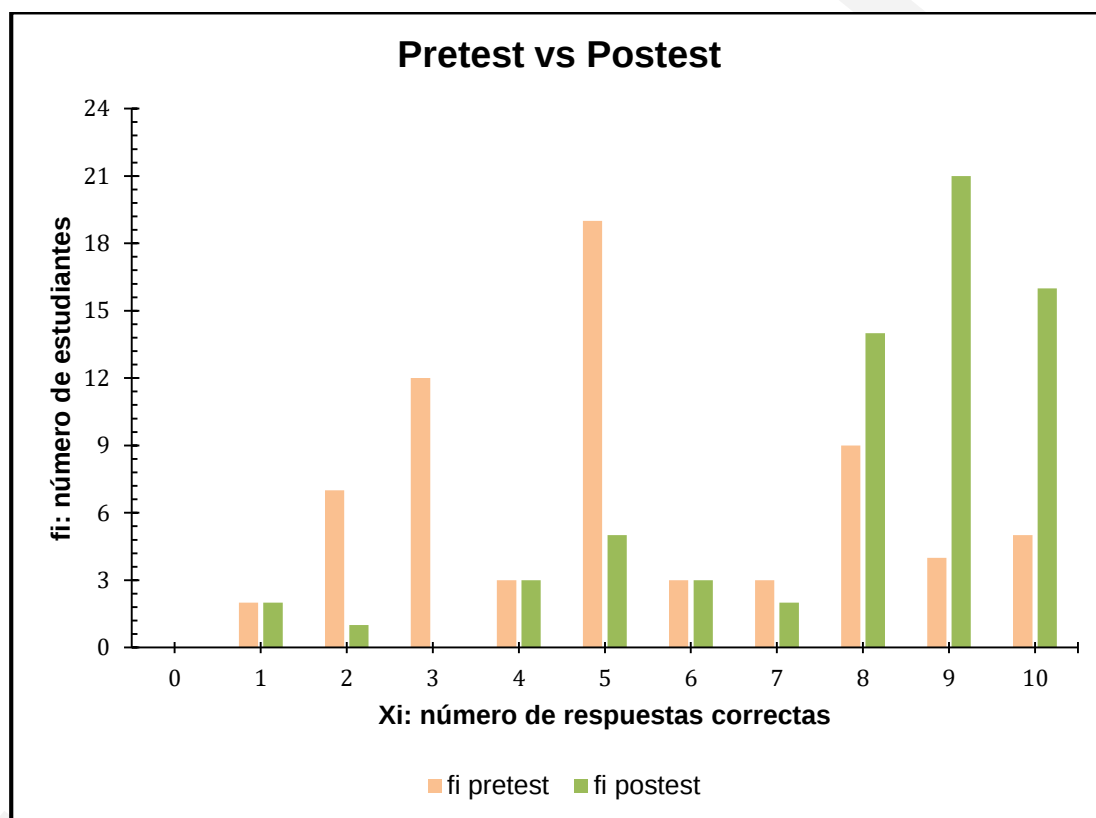
Fuente: Resultados del pretest y posttest luego de ser evaluados y tabulados. Sierra (2019).

En la Tabla 13, se establecen los resultados de las frecuencias relativas (f_i) del pretest y posttest, los cuales representan el número de estudiantes que contestaron correctamente la cantidad de preguntas que se especifican en la

columna de la variable (X_i), esta información es precisa para realizar el *Gráfico de barras 4* donde se muestran las dos series de datos.

Gráfico de barras 4

Comparativo respuestas correctas Pretest y Posttest



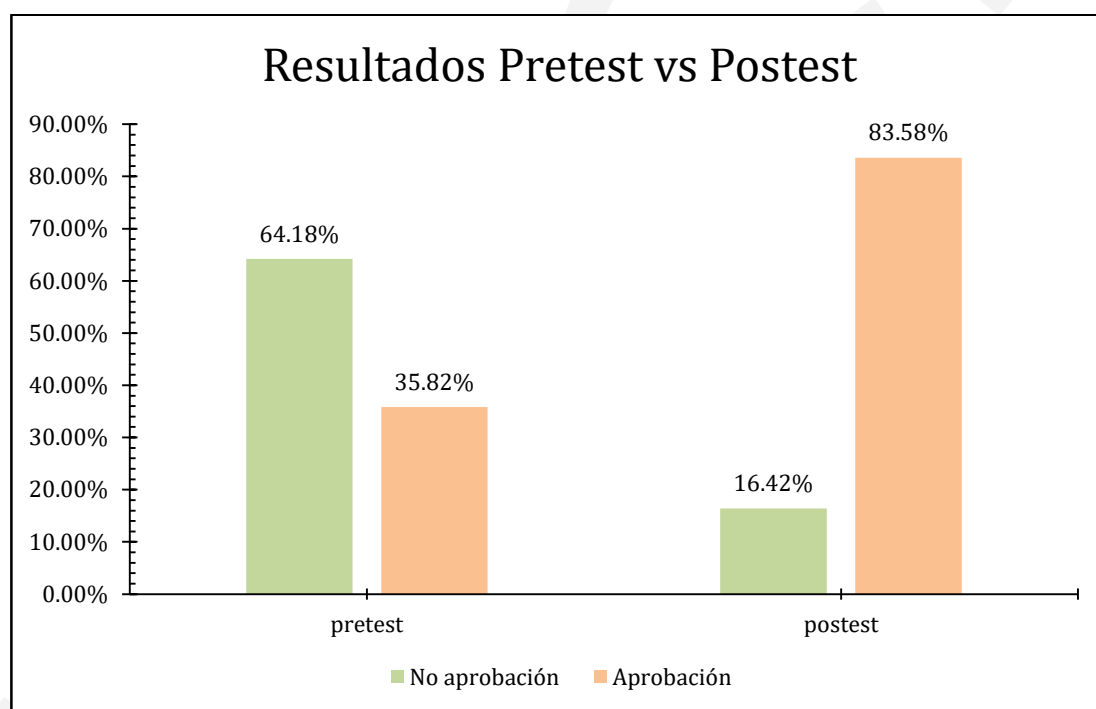
Fuente: Resultados obtenidos de la Tabla 13. Sierra (2019).

En el gráfico anterior, al observar a simple vista los resultados, se nota que los resultados del pretest son mayores de la mitad de la gráfica hacia la izquierda y los resultados del posttest son mayores de la mitad de la gráfica hacia la derecha, se debe aclarar que de 6 en adelante son resultados favorables para el estudiante. Es relevante mencionar en esta gráfica estadística que no todos los estudiantes están por encima de seis luego de la

aplicación del postest, pero si hubo un incremento considerable de los estudiantes que se encontraban por debajo de éste en la evaluación inicial. Luego entonces, se infiere que la propuesta de intervención ayudo al mejoramiento de estos resultados.

Gráfico de barras 5

Comparativo resultado de aprobación Pretest y Postest



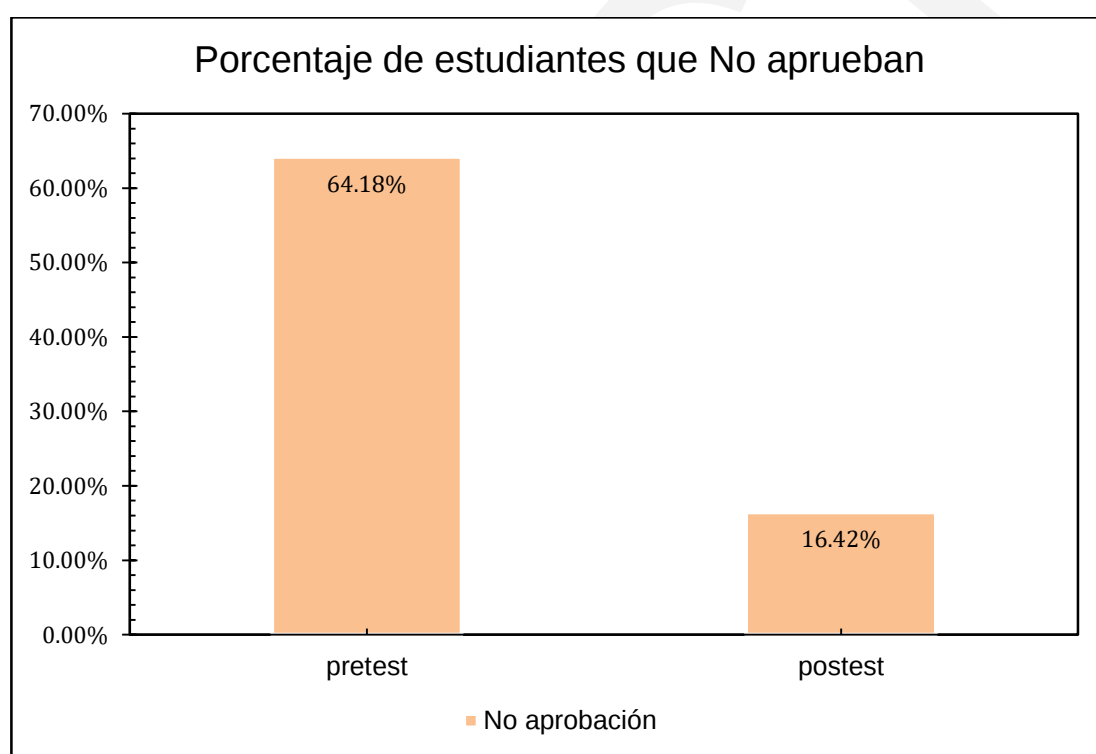
Fuente: Porcentaje de aprobación del Pre y Postest. Sierra (2019).

En esta comparación porcentualmente hablando, se ve como el porcentaje de estudiantes que aprobaron subió 47,76% puntos (diferencia entre el porcentaje de aprobación del postest y el porcentaje de aprobación del pretest) luego de la interacción por parte de los estudiantes en el sitio web, este aumento se logró gracias a la propuesta planteada y desarrollada en este trabajo. El objetivo de mejorar los resultados en la comprensión de los

procesos semántico lógico matemáticos de situaciones planteadas en el lenguaje común tuvo un incremento de 48 puntos porcentuales, lo que lo sitúa en un alto nivel de cumplimiento del objetivo propuesto en la investigación.

Gráfico de barras 6

Comparativo de estudiantes que no aprueban el Pretest y Postest



Fuente: Porcentaje de no aprobación del Pre y Postest. Sierra (2019).

La reducción del porcentaje de estudiantes que no aprueban la evaluación final tiene una disminución directamente proporcional a los que, si aprueban, se puede inferir que algunos estudiantes de los que no lograron el objetivo, no entendieron los problemas planteados, las explicaciones, los ejercicios propuestos, no realizaron todas las actividades del sitio web o simplemente no utilizaron la opción de comunicarse con el desarrollador del

sitio web para solicitar alguna aclaración. La opción de comunicarse con el administrador del sitio puede generar algún sentimiento o temor que impidió una explicación más profunda del tema incomprendido. La herramienta digital no lo es todo, es necesario en ocasiones requeridas la interacción con el docente administrador del sitio.

2. Otros resultados estadísticos

Con el fin de obtener otros cálculos que sirvan para profundizar los resultados obtenidos después de la aplicación de los test, se obtuvieron diferentes parámetros estadísticos que sirven como análisis para tener una mayor certeza en las conclusiones finales, a los datos generados luego de la medición en el pre y postest, se les realizó el cálculo de: la media aritmética, la desviación estándar y el coeficiente de variación. Los resultados del procesamiento de los datos para estos estimadores tanto en el pretest y como en el postest son los siguientes:

2.1. Resultados por estudiante Pretest

Los datos recolectados a los 67 estudiantes, se organizaron en orden ascendente.

0,5; 0,5; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5; 1,5;
1,5; 1,5; 1,5; 2; 2; 2; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5;
2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 3; 3; 3; 3,5; 3,5; 3,5; 4; 4; 4; 4; 4;
4; 4; 4; 4; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 5; 5; 5; 5; 5

$$\text{Media aritmética} = \frac{\text{suma de todos los valores del pretest}}{\text{número total de datos}}$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

El resultado de sumar cada uno de los datos y dividirlos por 67 dio como resultado 2,66 este dato refleja que la media de los datos está por debajo del nivel de corte para la aprobación del test. El promedio refleja maso menos un número de 5 problemas matemáticos resueltos de forma acertada.

La medición de la media, sirve además para hallar los otros parámetros estadísticos.

Desviación estándar: para hallar este valor es necesario conocer la varianza.

Varianza: se representa con el símbolo S^2 , esta medida nos permite identificar la diferencia promedio que hay entre cada uno de los valores respecto a la media. Su fórmula es:

$$S^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{(n - 1)} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n - 1)}$$

El resultado de la varianza fue de 1,61

Coeficiente de variación: se representa con el símbolo S , está medida nos permite determinar el promedio aritmético de fluctuación de los datos respecto a su media. La fórmula utilizada es:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{1,61}$$

$$S = 1,27$$

El resultado de este indicador fue de 1,27

Coeficiente de variación: es una medida que relaciona la desviación estándar y la media aritmética de un conjunto de datos definiendo la dispersión relativa de la muestra en estudio, este indicador permite establecer la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de la variable, además de establecer comparaciones entre distintos casos. Se utiliza para su cálculo la siguiente fórmula matemática.

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

Este parámetro dio como resultado: 47,72%

2.2. Resultados por estudiante Postest

0,5; 0,5; 1; 2; 2; 2; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 3; 3; 3; 3,5; 3,5; 4; 4; 4; 4;
4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5; 4,5;

Desviación estándar	1,27	1,11
Coeficiente de variación	47,72%	27,88%

Fuente: Cálculos realizados con los datos del Pre y Postest. Sierra (2019).

Se observa un incremento de la media aritmética de los datos de 1,33 puntos en la nota promedio de los estudiantes analizados, lo que indica que la estrategia del manual interactivo en la web, genera un impacto positivo en los procesos de comprensión semántico lógico matemático de los estudiantes de primer semestre analizados.

En cuanto a la medición de la desviación estándar se encuentra una reducción de 0,16 puntos, lo que indica una menor variabilidad de las notas obtenidas por los estudiantes, con respecto a la media de los datos respectiva. Este indicador permite inferir que los procesos de formación virtual ayudaron a mejorar los niveles de comprensión de los estudiantes en cuanto al análisis y solución de problemas lógico matemático.

El análisis de las notas obtenidas por los estudiantes muestra una disminución de 19,84 puntos porcentuales en la medición del coeficiente de variación de las muestras antes y después de la interacción activa de los estudiantes con la herramienta virtual web, lo que da una indicación de que los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia mejoran los procesos semánticos lógico matemáticos, y valida la herramienta interactiva web como una estrategia para solucionar dificultades en los procesos de comunicación matemática.

Se encuentra que la ampliación del tiempo de aprendizaje de los estudiantes a través del uso de la herramienta virtual web diseñada,

incrementa los niveles de comprensión de problemas lógico matemáticos, aumenta el nivel de efectividad de los estudiantes al solucionar problemas e impacta positivamente en los niveles de autonomía de los estudiantes. Se establece que el desarrollo de herramientas virtuales para apoyar el aprendizaje de los estudiantes puede ayudar a incrementar la motivación de los alumnos en los procesos de autoaprendizaje, maximiza el uso apropiado del tiempo libre y permite a los estudiantes desarrollar sus habilidades para convertirse en personas autodidactas.

2.3. Resultados y análisis del postest en el grupo de control

Para establecer los resultados con el grupo de control (grupo seleccionado inicialmente que no tuvo ningún tipo de intervención), se realizó la misma evaluación del postest, las condiciones en las que presentaron el test fueron las mismas establecidas para los grupos experimentales, pero diferían de éstos en que los estudiantes no tenían conocimiento de la existencia del manual interactivo, además no accedieron a su contenido. Los estudiantes del grupo control siguieron el programa regular establecido por la universidad para el primer semestre de la asignatura matemáticas operativas.

Los resultados de la evaluación del postest aparecen relacionados en la *Tabla de frecuencia 3*, estos datos al igual que en el pos y pretest de los grupos experimentales se establecieron bajo los mismos parámetros para sus cálculos.

Tabla de frecuencia 3

Número de problemas resueltos correctamente postest grupo control.

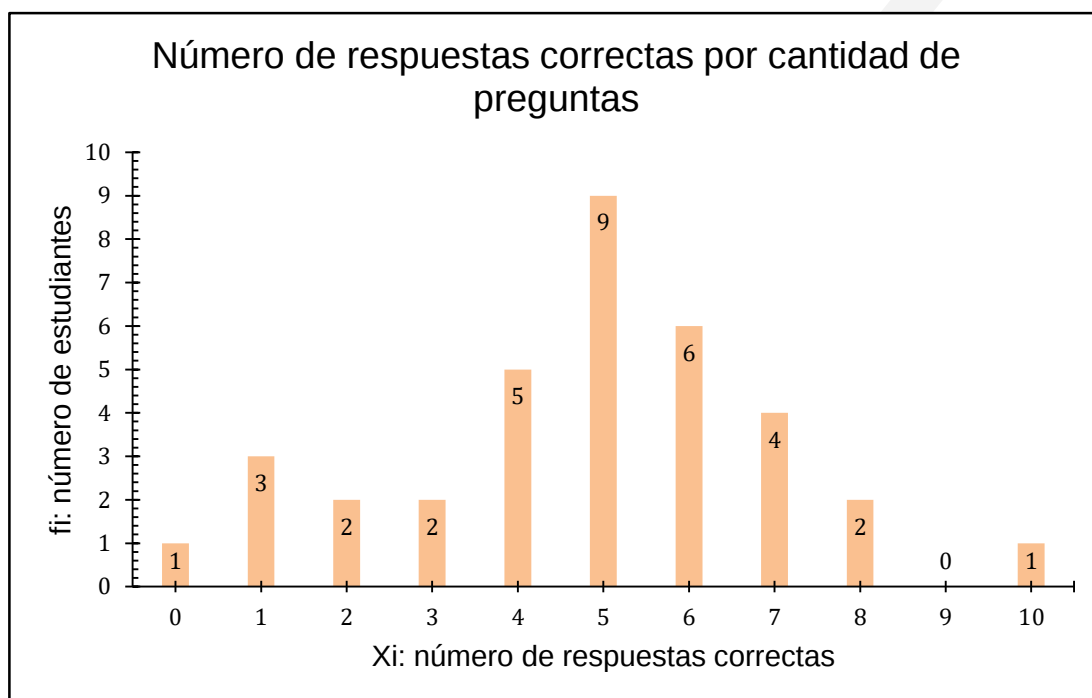
X_i	f_i	F_i	h_i	H_i	% h_i	% H_i
0	1	1	0,0149	0,0149	1,49%	1,49%
1	5	6	0,0746	0,0896	7,46%	8,96%
2	4	10	0,0597	0,1493	5,97%	14,93%
3	5	15	0,0746	0,2239	7,46%	22,39%
4	12	27	0,1791	0,4030	17,91%	40,30%
5	14	41	0,2090	0,6119	20,90%	61,19%
6	11	52	0,1642	0,7761	16,42%	77,61%
7	8	60	0,1194	0,8955	11,94%	89,55%
8	3	63	0,0448	0,9403	4,48%	94,03%
9	1	64	0,0149	0,9552	1,49%	95,52%
10	3	67	0,0448	1,0000	4,48%	100,00%
n=	67					

Fuente: Datos obtenidos mediante la aplicación del postest a estudiantes universitarios de primer semestre (grupo de control) en la asignatura matemáticas operativas. Sierra (2019).

Del mismo modo en que se analizaron los datos presentados en el pre y postest, se realizaron las diferentes gráficas, análisis y conclusiones con el grupo de control. Es necesario establecer que no hubo ninguna intervención por parte del investigador con este grupo de estudiantes.

Gráfico de barras 7

Número de estudiantes con respuestas acertadas vs cantidad de preguntas



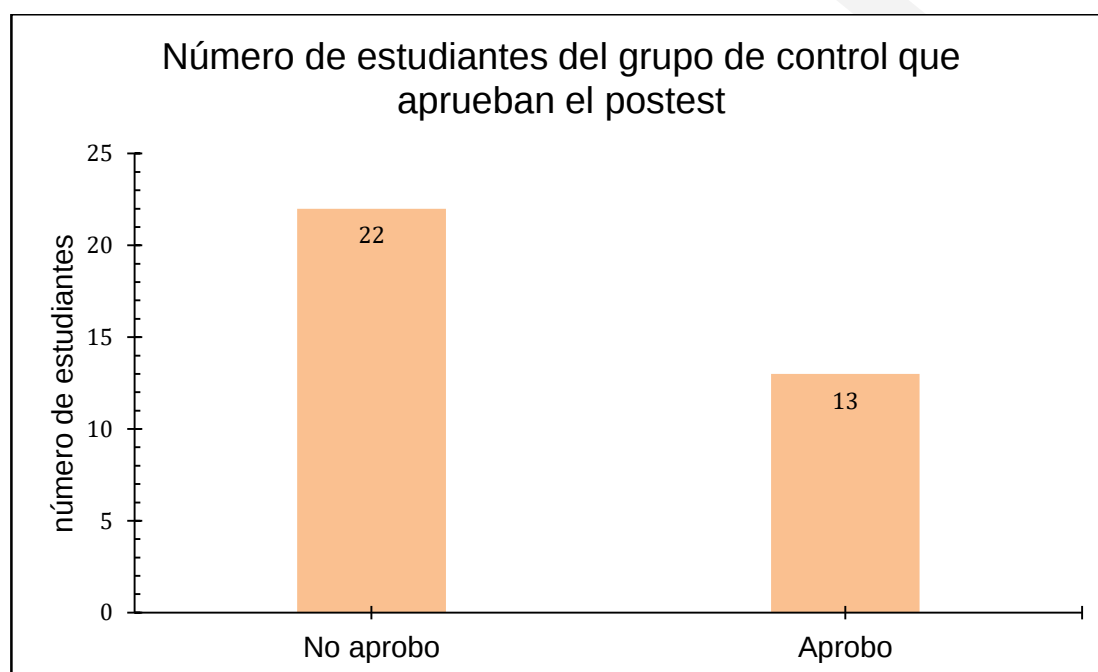
Fuente: Grafica resultante de los datos obtenidos en el Postest (grupo de control) organizados en la *Tabla de frecuencia 3*; se analizan la variable vs la frecuencia absoluta. Sierra (2019).

Para el análisis del *Gráfico de barras 7*, se nota que una gran cantidad de datos se encuentran en la parte central del gráfico, esto corresponde a los valores medios, 4, 5, 6, 7 que representa el número de preguntas resueltas de forma acertada. Entre estos cuatro valores, dos de ellos (4, 5) son resultados que no favorecen al estudiante y los otros dos, son resultados que pese a ser aprobatorios del test se encuentran muy próximos al punto de corte. El valor máximo de la gráfica se encuentra en aquellos estudiantes que respondieron correctamente 5 de las 10 preguntas establecidas en el postest, estos estudiantes pese a tener conocimientos válidos para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales no logran aprobar el postest; se observa, además, que a diferencia de los resultados del pre y postest, en esta prueba 1 estudiante

de los 35 que componen el grupo de control no resolvió correctamente ninguno de los problemas planteados.

Gráfico de barras 8

Aprobación del Postest



Fuente: Grafica resultante de la sumatoria de aprobación en el Postest del grupo de control. Sierra (2019).

Los resultados del postest para el grupo de control generó los siguientes datos, estudiante que no aprobaron 22, lo que equivale a un 62,86% del total de estudiantes y los estudiantes que aprobaron fueron 13, lo que corresponde a un 37,14% de total de la muestra. Estos datos evidencian los pobres resultados en cuanto a los procesos establecidos por los estudiantes en situaciones semánticas lógico matemáticas expresadas en un lenguaje natural.

Pese a que los resultados arrojados luego de la aplicación del postest entre el grupo experimental y el grupo de control no se pueden comparar de la misma manera por no tener la misma cantidad de estudiantes, se puede realizar una proyección del grupo control y sacar inferencias que permitan la contrastación entre los dos grupos, el promedio es un buen indicador de cómo se encuentran estos dos resultados comparados entre sí.

$$\text{Media aritmética} = \frac{\text{suma de todos los valores del postest}}{\text{número total de datos}}$$

Para realizar este cálculo se modifica los datos con respecto a los cálculos hechos para el grupo experimental, ya que en este grupo el número total de datos equivale a 35 estudiantes. Los resultados por estudiante fueron:

0; 0,5; 0,5; 0,5; 1; 1; 1,5; 1,5; 2; 2; 2; 2; 2; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 2,5; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3,5; 3,5; 3,5; 3,5; 4; 4; 5

El resultado de la media aritmética fue de: 2,4 lo que quiere decir que fue menor que los resultados del pretest pero la diferencia es muy poca (0,26) estos dos resultados tienden a establecer que en promedio los estudiantes solucionaron correctamente 5 ejercicios de los 10 planteados en el test, este promedio establece similitudes entre los estudiantes que no realizaron el proceso de intervención, ya que, tanto los estudiantes del grupo de control como los estudiantes del grupo experimental (en el momento de realizar el pretest) no tuvieron la oportunidad de interactuar con el sitio web.

CAPÍTULO V. PROPUESTA

1. Denominación de la propuesta

La propuesta generada para este trabajo de investigación es el diseño e implementación de un web site, en él se pueden ver las relaciones entre la semántica matemática y su correlación con el lenguaje natural, además como las trasformaciones semióticas que se realizan, contribuyen a la solución de situaciones problema en el área de matemáticas. El nombre que se le dio fue: “Semántica matemática, una perspectiva de investigación y enseñanza”. Este nombre se seleccionó porque se relaciona directamente con el tema de la propuesta de investigación, además es un nombre que invita a los usuarios a ingresar al sitio web puesto que tiene una visión novedosa y dinamizadora de los procesos de enseñanza.

2. Objetivos

El propósito fundamental de la realización del sitio web es subsanar una situación que se viene presentando con diferentes estudiantes en el área de matemáticas, especialmente las relaciones semánticas existentes entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, además, este sitio web está dirigido a los estudiantes que tienen problemas con la semiótica del lenguaje formal, es decir, la comprensión de signos, símbolos, notaciones, gráficos, entre otros y su respectivo significado. Otro de los propósitos del web site, es la posibilidad de que los estudiantes comprendan las situaciones tipo problemas expuestas en el lenguaje natural, puesto que, al no haber una buena comprensión, no se lograra obtener conclusiones o respuestas acertadas a enunciados planteados desde un lenguaje coloquial.

2.1. Objetivo general

Presentar un conjunto de actividades en entornos de autoaprendizaje, mecanismos de comunicación y elementos didácticos como estrategia de enseñanza y aprendizaje a través de un web site para el desarrollo de los procesos lógico matemáticos, ofreciéndole así a docentes y alumnos que opten por esta estrategia, información eficaz, valida en formato de una herramienta didáctica que sirva de apoyo para el proceso de enseñanza, aprendizaje y de evaluación.

Con el diseño del manual interactivo en la web de procesos semántico lógico matemático utilizados en el lenguaje formal, se pretende potencializar el nivel de abstracción que los estudiantes que cursan matemáticas operativas en el primer semestre de la Universidad de Antioquia realizan de situaciones que se presentan como un problema matemático. Estas situaciones se describen utilizando un lenguaje natural, el cual el estudiante lo debe llevar a un lenguaje matemático o formal para obtener un resultado que cumpla con las condiciones dadas inicialmente en el problema, paralelamente a esta transformación, el estudiante deberá plantear unos sistemas para la solución de ecuaciones lineales y desarrollarlos a través de una modelación matemática que en ultimas, lo llevará a encontrar los valores numéricos que hacen posible que estos sistemas se cumplan.

Otro de los objetivos establecidos con la creación de este manual, es ser un referente el cual puede ser utilizado en otras asignaturas del conocimiento escolar y universitario, más importante aún, potencializarlo en diferentes niveles de escolaridad como lo son: la básica primaria, la básica secundaria,

la media o en niveles de pregrado relacionados con el área de matemáticas y sus aplicaciones.

2.2. Objetivos específicos

Desarrollar a través de ejercicios didácticos contenidos en el sitio web, situaciones generales que sean comunes a los estudiantes las cuales se presenten en la formulación de problemas matemáticos en contexto y fuera de él. Están sirven como generalidad para múltiples ejercicios semánticos lógico matemáticos que se puedan plantear.

Posibilitar la interacción de los estudiantes con el sitio web, establecer el sitio como una estrategia de enseñanza aprendizaje, servir como plataforma en la web para visualizar diferentes métodos de solución de sistemas de ecuaciones dos por dos y alojar contenidos matemáticos generales.

3. Beneficiarios

Inicialmente el sitio web está dirigido a los estudiantes que cursan matemáticas operativas en la Universidad de Antioquia, pero por tener contenidos generales del área de matemáticas, le sirve a estudiantes que estén cursando la misma asignatura en otras universidades, a estudiantes de básica secundaria y media que estén trabajando temáticas donde la semántica juegue un papel importante en la resolución de problemas y en fin, a cualquier usuario que se encuentre navegando la internet y desee ampliar sus conocimientos matemáticos o simplemente buscar la forma de solucionar un problema matemático verbalizado.

El encargado del sitio es la persona que tiene el control sobre el contenido que se encuentra en él, además es el que puede subir más información importante para el crecimiento del sitio, ver los resultados del pre y posttest y por último y no menos importante es el encargado de dar respuesta a los comentarios de los usuarios.

4. Descripción o componentes de la propuesta

4.1. Guía epistemológica: Enfoque fenomenológico

La propuesta didáctica se centra epistemológicamente en el enfoque fenomenológico porque las realidades y estructura peculiar sólo pueden ser captadas desde el marco de referencia interno del individuo que las vive y experimenta. Esta realidad depende del modo en que es vivida y percibida, es personal, única y propia de cada ser humano. Esto es explicado por Husserl en los términos: “la fenomenología es la ciencia que trata de descubrir las “estructuras esenciales de la conciencia”; debido a ello, el fin de la fenomenología no es tanto describir un fenómeno singular cuanto descubrir en él la esencia (el éidos) válida universalmente, y útil científicamente.” (Martínez 2014: 241).

Al respecto, con la propuesta se aspira potenciar el autoconocimiento, la regulación cognitivo moral, lo cual significa comprender y respetar la relación que hace el alumno de sus propias experiencias, y por ello, no había razones externas para pensar que no vivió, no sintió, o no percibió los mensajes emitidos por el docente durante este trabajo, que suscite un fluir permanente

de impulsos, sentimientos, percepciones, conocimientos; determinantes en sus actitudes.

4.2. Guía Teórica: Modelo de Aprendizaje Sociocultural

Vigotsky (1978), plantea en su modelo de aprendizaje Sociocultural, que los procesos, desarrollo y aprendizaje, interactúan entre sí considerando el aprendizaje como un factor del desarrollo. Además, la adquisición de aprendizajes se explica cómo formas de socialización. Concibe al hombre como una construcción más social que biológica, en donde las funciones superiores son fruto del desarrollo cultural e implican el uso de mediadores. Esta estrecha relación entre desarrollo y aprendizaje que Vigotsky, destaca y lo lleva a formular la teoría de “Zona de Desarrollo Próximo” (ZDP).

Esto significa, que “la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”. La zona de desarrollo potencial estaría, así, referida a las funciones que no han madurado completamente en el niño, pero que están en proceso de hacerlo. Destaca que el motor del aprendizaje es siempre la actividad del sujeto, condicionada por dos tipos de mediadores: “herramientas” y “símbolos”, ya sea autónomamente en la “zona de desarrollo real”, o ayudado por la mediación en la “zona de desarrollo potencial”.

Las “herramientas” (herramientas técnicas) son las expectativas y conocimientos previos del alumno que transforman los estímulos informativos que le llegan del contexto. Los “símbolos” (herramientas psicológicas) son el

conjunto de signos que utiliza el mismo sujeto para hacer propios dichos estímulos. Modifican no los estímulos en sí mismo, sino las estructuras de conocimiento cuando aquellos estímulos se interiorizan y se convierten en propios. Las “herramientas” están externamente orientadas y su función es orientar la actividad del sujeto hacia los objetos, busca dominar la naturaleza; los “símbolos” están internamente orientados y son un medio de la actividad interna que apunta al dominio de uno mismo.

Ambos dominios están estrechamente unidos y se influyen mutuamente. Ambas construcciones son, además, artificiales, por lo que su naturaleza es social; de modo que el dominio progresivo en la capacidad de planificación y autorregulación de la actividad humana reside en la incorporación a la cultura, en el sentido del aprendizaje de uso de los sistemas de signos o símbolos que los hombres han elaborado a lo largo de la historia, especialmente el lenguaje, que según Vigotsky “surge en un principio, como un medio de comunicación entre el niño y las personas de su entorno. Sólo más tarde, al convertirse en lenguaje interno, contribuye a organizar el pensamiento del niño. Es decir, se convierte en una función mental interna”.

La teoría de Vigotsky se refiere a cómo el ser humano ya trae consigo un código genético o 'línea natural del desarrollo' también llamado código cerrado, la cual está en función de aprendizaje, en el momento que el individuo interactúa con el medio ambiente. Su teoría toma en cuenta la interacción sociocultural, en contra posición de Piaget. No podemos decir que el individuo se constituye de un aislamiento. Más bien de una interacción, donde influyen mediadores que guían al niño a desarrollar sus capacidades cognitivas. A esto se refiere la ZDP. Lo que el niño pueda realizar por sí mismo, y lo que pueda hacer con el apoyo de un adulto, la ZDP, es la distancia que exista entre uno y otro.

Para Vygotsky (1978), el conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino que es algo que se construye por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social. Al respecto señala que el desarrollo intelectual del individuo no puede entenderse como independiente del medio social en el que está inmersa la persona; pues el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se da primero en el plano social y después en el nivel individual.

4.2.1. Actitud de docente

El buen aprendizaje implica un doble compromiso: el alumno debe asumir una disposición para aprender y comprometerse a trabajar para conseguirlo y el docente tiene la obligación de preparar el escenario y actuar como agente mediador entre el estudiante y la cultura. Tomando como base la conceptualización del conocimiento significativo y los hallazgos en la presente investigación, se resume esta responsabilidad en tres aspectos:

Conocer y relacionarse con los alumnos. Esto implica valorar positivamente el esfuerzo individual y el trabajo colectivo, valorar las aportaciones de los alumnos, respetar la diversidad de capacidades y características de los alumnos, así como evaluar señalando lo que debe mejorarse y cómo hacerlo.

Tener buen dominio de conocimientos. El agente mediador, según Vigotsky (1978), es alguien más capaz que el aprendiz. Si el docente no tiene un dominio completo de los conocimientos que enseña, se preocupará más por comprender determinada información que por organizar el proceso de aprendizaje para los alumnos. El dominio permitirá al docente ayudar al

estudiante a descubrir relaciones y comprender procesos. Asimismo, el docente podrá crear los escenarios de actividad para la construcción del aprendizaje.

Instrumentar didácticamente su programa. Es importante que el docente conozca el plan y programa de estudios para poder establecer los propósitos del curso, decidir previamente qué va a enseñar, cómo lo va a enseñar, cómo y cuándo evaluar de acuerdo a las características y necesidades de aprendizaje de los alumnos. La instrumentación didáctica debe ser flexible y adecuarse en función de las necesidades que se vayan detectando.

4.2.2. Actitud del alumno

Es constructivista exógeno, se considera al sujeto activo, construye su propio aprendizaje a partir del estímulo del medio social mediado por un agente y vehiculado por el lenguaje; producto de la socialización del sujeto en el medio, en el cual se desenvuelve y su zona de desarrollo próximo o potencial.

4.2.3. La Zona de Desarrollo Próximo (zdp)

Desde la perspectiva vygotskiana (1978) sociocultural, en el proceso de aprendizaje, el plano social es clave para el aprendizaje del individuo. En el plano social, los alumnos aprenden con la ayuda de alguien más capaz, que puede ser su maestro o sus compañeros. Para que la ayuda sea eficaz y pertinente, es importante saber lo que el alumno es capaz de hacer por sí solo y ubicar dónde necesita ayuda para realizar más en cuanto la tarea lo exija.

Esto es su Zona de Desarrollo Próximo. También incluye la transformación de la ayuda del otro más capaz en autoayuda o diálogo interno. Para identificar la zdp se requiere confrontar al estudiante con el contenido a través de procedimientos como cuestionamientos directos y solución de problemas. Durante este proceso, el docente debe estar pendiente de las acciones de los alumnos siguiendo lo que éstos dicen, sus aportaciones, sus dudas, la forma en que van abordando la situación, sus reacciones, etc. De esta forma, el docente puede identificar las dificultades enfrentadas y ofrecer la ayuda oportuna.

- Guía Práctica.
- Formación de Contenidos Curriculares.

4.2.4. Formación de contenidos curriculares

La formación de conceptos en los alumnos se da de manera significativa cuando se enfrenta a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, con base en lo que ya saben, los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución.

4.2.5. Formación de Contenidos Procedimentales

Para orientar estos contenidos se debe partir de los conocimientos informales del alumno; segundo, se deben aprovechar las experiencias que ofrece el entorno en el cual se desarrolla la vida escolar y extraescolar; tercera, vale la pena propiciar un trabajo interactivo que conlleve a momentos de

análisis y momentos de reflexión; y, por último, procurar el contraste de experiencias de los alumnos y la ayuda mutua. Y la transferencia a nuevas situaciones de aprendizaje. Esto significa establecer relaciones entre características, reorganizar y aplicar al nuevo fenómeno.

4.2.6. Formación de contenidos actitudinales

A través de la programación curricular se pretende que los alumnos elaboren sus propios juicios criterio entre situaciones de aprendizaje; problemas individuales o colectivos; conflictos sociales, familiares para que posteriormente sean capaces de adaptar frente a ellos actitudes creativas y comportamientos basados en valores racional y libremente asumidos.

5. Estrategias de Aprendizaje

La selección de la estrategia de aprendizaje dependerá de la naturaleza del contenido de la materia que se va a enseñar, el propósito para el cual se propone enseñarlo y el contexto sociocultural de los alumnos. Como estrategia maestra en el aprendizaje de las matemáticas se propone diseñar e implementar un manual interactivo en la web para que los estudiantes u otros usuarios, comprendan las relaciones existentes entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático a través de la interacción con el contenido digital, los juegos, los ejemplos, las definiciones y en fin con las diferentes páginas que se encuentran vinculadas en el web site

En consecuencia, se plantean un conjunto de elementos que componen el sitio web, cada uno de los elementos se encuentra en una página web dentro del sitio. Los elementos que integran el website son:

- Examen diagnóstico: esta página contiene el pretest, en ella se presentan las 10 preguntas realizadas en el pretest y busca establecer el nivel de comprensión de los enunciados presentados como problemas matemáticos. Al finalizar el test propuesto, se genera para el usuario un certificado con el porcentaje de aciertos en el test presentado.
- Página de inicio: este elemento contiene el esquema del sitio web, en él se encuentran las diferentes páginas que conforman el sitio. También en esta página se encuentra el título y el alcance que se le ha dado al sitio web.
- Sobre mí: en este apartado el autor hace una breve autobiografía sobre su quehacer y si transcurrir en la vida. También en esta página se encuentra un video donde se observa un ejercicio matemático presentado en un lenguaje natural y como se intenta dar solución a este planteamiento.
- Del lenguaje común al algebraico: en esta página se constituye una serie de cuadros en los que se presenta situaciones del lenguaje común y su transformación al lenguaje formal.

- Temas de matemática: en esta página se encuentran a modo general temáticas matemáticas que le sirven al usuario para abordar la resolución de problemas.
- Métodos solución de ecuaciones lineales: este elemento trae los diferentes métodos utilizados para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, además, se presentan tres videos grabados por el autor donde se traen igual número de ejemplos de problemas matemáticos de este tipo con diferentes métodos de solución.
- Niveles semánticos: se encuentra dividido en etapa inicial, intermedia y avanzada. En esta página el usuario puede interactuar con diferentes actividades lúdicas que ayudan a practicar los temas tratados. También los elementos diseñados muestran la solución de los ejercicios construidos.
- Postest: en esta página el usuario encontrara diez preguntas con opción de respuesta múltiple en la cual luego de que se selecciona la respuesta en cada una de las preguntas, te presenta la respuesta correcta. Como en el examen diagnóstico, en esta página también se genera un certificado con el porcentaje de aciertos.
- Contacto: es una página para enviar comentarios u otro tipo de comunicación con el administrados del sitio web.

Inicialmente, la propuesta induce al estudiante a realizar un pretest (diagnóstico) el cual le proporciona un nivel donde se puede ubicar dependiendo de sus respuestas correctas. En el sitio web, también se pueden encontrar contenidos relacionados con el tema los cuales le permiten al estudiante clarificar dudas, visualizar procesos, ejemplificar situaciones cotidianas, interactuar con juegos didácticos, contenidos de cultura general en el pensamiento matemático, entre otras temáticas que le dan valor al producto en sí; se pueden observar varios videos grabados por el autor en los cuales se hace claridad sobre los diferentes métodos para solucionar las representaciones semánticas propuestas y por ultimo un postes o evaluación final que le permite al estudiante o usuario conocer en qué nivel se encuentra luego de interactuar con el sitio web. A partir de lo descrito se propone la estrategia de intervención como una herramienta a desarrollar en la praxis pedagógica, esto constituye una guía para el docente facilitador de procesos educativos. Por esa razón, las mismas son susceptibles de ser enriquecidas por quienes la lleven a la práctica; el mecanismo de acción es sencillo y viable, la intención es propiciar el proceso educativo-formativo de los alumnos en la cotidianidad escolar.

5.1. Orientación dinamizadora

El estudiante que pretenda mejorar la sintaxis, la semántica matemática, el conocimiento en temática general de la matemática, los métodos de solución de ecuaciones y la resolución de problemas matemáticos, deberán seguir la metodología propuesta en el website donde inicialmente comienza con el examen diagnóstico, luego realiza las actividades que se encuentran establecidas para el desarrollo de habilidades matemáticas y finalmente el

postest, en el cual se va a recolectar la información para establecer cuál fue el nivel alcanzado luego de hacer el paso por el sitio web.

La adquisición de los procesos semánticos lógico matemáticos comienza con la significación de los símbolos matemáticos, esta significación se establece con los símbolos más utilizados en matemáticas y principalmente en la resolución de problemas. Seguidamente en el sitio web, se presentan ejemplos de expresiones presentadas en el lenguaje común y su transformación al lenguaje matemático, estos ejemplos ayudan a la construcción del discurso matemático. También se encuentran situaciones planteadas en el lenguaje cotidiano en las que se usan números reales que se pueden expresar utilizando un lenguaje algebraico, estas situaciones ayudan al estudiante a identificar los componentes establecidos en las variables o donde se encuentran las incógnitas. Por último, para que el estudiante se apropie de los procesos semánticos, se encuentran estipulados los pasos a seguir para la solución de problemas donde interactúen ecuaciones de primer grado.

En el diseño y desarrollo del sitio web, el objetivo fue lograr la satisfacción de las necesidades de los usuarios, además de lograr el aprendizaje de los conceptos matemáticos que se han presentado y alcanzar la fluidez en los procesos semántico lógico matemáticos.

6. Fundamentación

El sitio web fue pensado y desarrollado al observar y comprobar mediante pruebas escritas, observaciones de clases y datos históricos en pruebas censales, las falencias de los estudiantes con respecto a la semiótica del

lenguaje matemático, en esencia, las fallas se presentan cuando un estudiante se enfrenta a la solución de un problema matemático representado por medio de un lenguaje natural no algebraico, esta situación lo lleva a cometer errores de interpretación, errores de comprensión lectora, errores en la traducción del lenguaje común al lenguaje formal, errores en el planteamiento de un modelo de solución y por ultimo errores en el procedimiento que debe hacer para lograr generar la respuesta correcta. Lo que se busca entonces es, mejorar la comprensión de las situaciones planteadas como lo son los problemas matemáticos verbalizados en un lenguaje común, eliminar los errores generales en el planteamiento y resolución de los problemas matemáticos y generar un entendimiento del resultado de las respuestas obtenidas al dar solución al problema.

7. Producto

El resultado de esta propuesta es un sitio web, donde se presenta en forma de manual interactivo las relaciones semánticas lógico matemáticas entre problemas expuestos en lenguaje coloquial, su transformación al lenguaje matemático y los métodos para su solución. La URL (Uniform Resource Locator) del web site, es decir, la dirección específica que se asigna a este recursos en la red es <https://www.semanticamatematica.com/> esta dirección estará vigente hasta que el dominio expire y no sea nuevamente renovado, luego de que esto ocurra la nueva URL de la web site será <https://rusia0000.wixsite.com/semanticamatematica>

Ilustración 2

Estructura del sitio web



Fuente: www.semanticamatematica.com

8. Localización

La investigación se desarrolló en Colombia, su ubicación más detallada es en la ciudad de Medellín, departamento de Antioquia con estudiantes de algunas carreras de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia. La propuesta está diseñada en la plataforma Wix.com que es un portal para crear sitios web de manera fácil y práctica, además, esta plataforma permite la posibilidad de guardar el contenido, adicionarle información según la necesidad, vincular contenidos realizados con otras aplicaciones y conectar el web site a un dominio.

9. Método

Inicialmente, se realizó un pretest con el fin de identificar los procesos que los estudiantes realizaban a la hora de abordar problemas matemáticos estructurados en un lenguaje natural, luego se contrató una persona experta en contenidos digitales para la creación de una sitio web que contuviera información relevante y específica para lograr establecer los procesos semánticos y semióticos necesarios para relacionar el lenguaje matemático y el lenguaje cotidiano con el fin de dar soluciones a situaciones matemáticas planteadas en un lenguaje común, las cuales son resueltas mediante procedimientos aritméticos y algebraicos que conllevan a una solución numérica.

9.1. Actividades propuestas en el sitio web

9.1.1. En cuanto a las actividades orientadas a los contenidos conceptuales están los relacionados a:

- La significación de símbolos y signos matemáticos.
- Generalidades en temáticas matemáticas que sirven para mejorar las habilidades que una persona requiera para resolver con éxito un problema matemático.

9.1.2. En cuanto a las actividades relacionada a contenidos procedimentales se encuentran los siguientes:

- Transformaciones de expresiones matemáticas al lenguaje natural.
- Métodos de solución de ecuaciones.

9.1.3. En cuanto a los contenidos actitudinales se operacionalizan en las siguientes acciones:

- Ejercicios interactivos y lúdicos donde el usuario realiza diferentes manipulaciones en la página para dar con el resultado correcto.
- Contacto con el web master (autor del sitio digital) el cual cumple diferentes propósitos, los cuales pueden ser la notificación de un error, preguntar por la solución de un ejercicio, realizar una felicitación por el sitio u otro, sea cual fuere la intencionalidad del usuario.
- Un posttest, el cual está diseñado para evaluar el resultado de la interacción entre el estudiante o usuario y el portal web.

Esta estrategia se diseñó y realizó con el fin de mejorar la resolución de problemas matemáticos expresados en un lenguaje común por parte de estudiantes universitarios que cursan la asignatura matemáticas operativas, se pensó en aprovechar las herramientas digitales, ya que estas poseen cualidades llamativas y son altamente utilizadas por los nativos digitales. La utilización por parte de los estudiantes a los cuales va dirigida es común y de fácil acceso.

Aplicación del postest																			
Resultados del postest																			

Fuente: Sierra (2019).

11. Recursos

Los recursos con lo que se cuenta para el diseño y desarrollo de la propuesta son el tiempo empleado en cada una de las etapas, el presupuesto invertido en el diseñador de contenidos digitales y demás gastos generados por tener el sitio web en un dominio, las copias del pretest para los estudiantes seleccionados como la muestra de este trabajo, viáticos y otros gastos relacionados con la obtención de la información necesaria para la generación de la propuesta.

12. Presupuesto

El sitio web, se realizó con la ayuda de una persona experta en el diseño y la creación de contenidos digitales, la cotización se detalla la propuesta desarrollada por ella. El profesional encargado es Ana Marcela Londoño Franco, correo electrónico anmusicana@gmail.com celular: +57 300 8367493 y la propuesta presentada se describe a continuación.

12.1. Propuesta para el desarrollo de web site personal.

12.1.1. Objetivos iniciales

1. Se propone el desarrollo de un web site en wordpress o en wix. si la página web no va a ser comercial, estará bien tomar el plan gratuito.
2. Estructura de secciones: en esta estructura se coloca todo el cuerpo de la información contenida en la página.
 - a. Quien soy. Describir tu origen y trayectoria.
 - b. Contacto. Creemos esencial que el blog disponga de un formulario de contacto en caso de que alguna persona esté interesada en contratar clases personalizadas con usted.
 - c. Noticias. Sección donde se publicar novedades.
 - d. Temas. Se tendrá una tabla de contenido de entradas cada una con un tema, al final da la posibilidad de realizar una evaluación de los conocimientos aprendidos.
3. Se pueden desarrollar otras secciones para para una fase inicial lo mejor es concentrarse en definir con claridad estas secciones y a medida que la web vaya evolucionando, ir mejorando y ampliando las secciones actuales y creando nuevas secciones que podamos ver de interés para el público objetivo.

Realizar sitio web en la plataforma Wix.com: recomiendo esta plataforma, pues es muy fácil de usar. Se puede implementar pagando el sitio Premium o con el plan gratuito que incluye lo siguiente:

- Subdominio de Wix.com: En la dirección de tu blog se utilizará un subdominio de Wix.com (nombredelsitio.wix.com)
- Funciones Básicas de Jetpack: Acelera el rendimiento de tu web site y lo protege de spam. Acceso detallado de todos los archivos en tu página. Mientras estas en eso, mejora tu SEO (search engine optimization) que es el posicionamiento en buscadores y automatiza tus redes sociales.
- 3GB de espacio de almacenamiento: Espacio de almacenamiento amplio para cargar imágenes y documentos en tu sitio web.
- Publicidad y banners de Wix.com

El tema de las evaluaciones de conocimientos, se realizará con Google forms, este también es gratuito y fácil de indexar en las pagina de wix.com

Herramienta de gestión de contenidos: se entregará acceso de a administrador para que se pueda actualizar el contenido en el sitio web las veces que sea necesario, este administrador es fácil de manejar, se dará una capacitación para que sepas mantener la web site actualizada y gestionar el contenido.

Se hará la carga inicial de contenidos, pero una vez realizada esta carga, todos los nuevos contenidos, así como los cambios posibles serán llevados a cabo por el cliente.

En caso contrario, se hará una cotización de mantenimiento.

12.1.2. Dominio

Hoy en día es esencial disponer de un dominio (esto aplica más para fines comerciales). Estos dominios son más seguros y favorecen el correcto posicionamiento en los buscadores. Para obtener el dominio hay que hacer un pago al proveedor del dominio y hosting. Yo puedo hacer la gestión, pero el pago del dominio correrá a cargo del cliente y no estará incluido en el presupuesto. Para tener un dominio personalizado se debe pagar a Wix y además se tienen otros beneficios, para conocer los planes que ellos manejan visitar el siguiente link: <https://es.wix.com/upgrade/website> puedes elegir el que este dentro de tu presupuesto, pero si tomas el gratuito estará bien porque tu idea es crear algo personal y no comercial.

12.1.3. Buscador interno de la web

El blog contara con buscador de contenido para que las personas realicen búsquedas escribiendo una palabra clave.

12.2. Plazos estimados

Ilustración 3

Cronograma para el diseño del sitio web

Actuaciones	S1	S2
Configuración del blog 07/02/2019		
Diseño de blog 08/02/2019		
Carga de contenidos Dependerá del cliente		
Revisión y mejora Dependerá de las entrega de contenido		
Finalización carga de contenidos Dependerá de las entrega de contenido		
Revisión final Dependerá de las entrega de contenido		
Lanzamiento Dependerá de las entrega de contenido		

Nota: La entrega dependerá de que el cliente entregue a tiempo el contenido.

Presupuesto estimado \$350.000 pesos m/l. En caso de necesitar mantenimiento mensual, el costo es de \$50.000 pesos m/l.

Muchas gracias por considerarme para su proyecto.

Cordialmente, Ana Marcela Londoño Franco.

A la anterior cotización , se le sumo la compra del dominio en el sitio web <https://co.godaddy.com/> con un valor por un periodo de un año de 3.366 pesos

colombianos y la conexión del sitio web a este dominio desde la plataforma <https://www.wix.com> la cual tiene un costo mensual de 18.862 pesos colombianos.

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta los instrumentos empleados, los datos recolectados, el análisis de los resultados y la triangulación entre el marco teórico, los objetivos de la investigación y los resultados obtenidos, se llegó a las siguientes consideraciones.

- La presente investigación tiene como objetivo principal diseñar un manual interactivo en la web como estrategia para el mejoramiento de los procesos semánticos lógico matemáticos. Esta propuesta es completamente viable y su desarrollo e implementación en la red, fue un producto que acerco al estudiante a un tema específico en el área de las matemáticas como lo es la resolución de situaciones matemáticas expresadas en un lenguaje coloquial, este acercamiento logro establecer relaciones entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural, posibilitando el mejor entendimiento de dichas situaciones y a la generalidad en la forma como estás deben ser abordadas para lograr una acertada solución. Las actividades diseñadas, fueron establecidas como estrategia didáctica mediante una secuencia de páginas donde se establecían los elementos necesarios para abordar los procesos semánticos lógico matemáticos.
- Para el caso del objetivo identificar problemas semántico lógico matemáticos en las estructuras lingüísticas de interpretación formal, se estableció luego de la revisión del pretest una serie de problemas que presentaron los estudiantes en su procedimiento para llegar a la solución, estas dificultades sirvieron como base para el diseño del sitio web. La reflexión en torno al como suplir los vacíos en aspectos o condiciones que tienen los estudiantes

universitarios para solucionar estos problemas, fue la condición imprescindible para establecer cuáles eran las actividades que debía contener la estrategia de intervención.

- Los procesos semánticos utilizados en el lenguaje matemático presentan falencias desde su concepción en los niveles de escolaridad más bajos hasta los niveles superiores, prueba de ello son los bajos resultados en pruebas censales como lo son las saber en Colombia y otras pruebas internacionales como las Pisa. En este sentido, las acciones y estrategias que como docentes realicemos para mejorar estos resultados y sobre todo lograr un nivel mayor de comprensión de este tipo de ejercicios, donde el lenguaje natural y el matemático se combinan para formular problemas que, aunque se verbalicen su solución se realiza a través de operaciones algebraicas, son siempre bien recibidas y en muchos casos emuladas por la comunidad de maestros.
- En el caso del objetivo describir estrategias concretas sistematizadas de soluciones semánticas de comunicación matemática, se concluye que el aprendizaje a través de la interactividad mediante el uso de herramientas mediadas por la tecnología, establece metas por parte del estudiante para superar sus dificultades o necesidades, permite ser autónomo en el desarrollo del propio proceso de aprendizaje, favorecer su actuación consiente y optima en la interacción tecnológica al establecer de conexión a las redes y la interacción digital. Es un hecho establecido que el conectivismo posibilita la adaptación entre conocimiento generado, investigadores, destinatarios,

docentes y estudiantes. Con el modelo conectivista, los estudiantes aprenden autocontrol de su propio aprendizaje, a compartir lo que van aprendiendo, a actualizar sus conocimientos y a modificar las relaciones o esquemas mentales.

- Las estrategias implementadas en el mejoramiento de los procesos que dentro y fuera del aula de matemáticas se realizan como lo son: una buena implementación de la semiótica en el área de matemáticas, la correcta traducción de expresiones algebraicas en lenguaje común, el acertado uso de los signos y símbolos matemáticos, la adecuada interpretación de los problemas, la atinada operacionalización algebraica y otros elementos necesarios para plantear y solucionar problemas matemáticos, tendrá un impacto positivo en el grado de comprensión que los estudiantes tiene sobre la resolución de problemas matemáticos. Estas competencias posibilitaran que los alumnos resuelvan cualquier tipo de situación problema que se planteen, situaciones que se expresen con características similares en un lenguaje cotidiano ya que su solución después de apropiarse del proceso será similar en cada caso.
- Otro de los objetivos específicos planteados fue analizar los resultados obtenidos del pretest y del postest en el proceso matemático, semántico y simbólico. Estos resultados establecieron varias consideraciones. Se ratifican los bajos resultados en el área de matemáticas en pruebas censales. Los resultados del postest del grupo control fueron similares a los resultados del pretest del grupo experimental. Los resultados del

postest luego de la intervención fueron altamente positivos. La validez y confiabilidad de los instrumentos fueron ratificados por los parámetros estadísticos establecidos y calculados.

- En cuanto al último objetivo propuesto el cual fue proponer un manual interactivo en la web para el desarrollo de actividades de problemas en los procesos semánticos lógico matemáticos. Se establece que, el sitio web como herramienta educativa, es un espacio para que el docente engrane los contenidos digitales que crea precisos para ser aprendidos por sus estudiantes, amplié las explicaciones que no realice en espacios regulares de aula o simplemente genere contenidos nuevos o presentados de diferentes formas que complementen una temática determinada, además, el sitio web, se convierte en un entorno virtual intuitivo y amigable en el cual existen muchas y diversas funcionalidades. Una de las ventajas radica en que el docente puede en cualquier momento agregar contenidos según las necesidades y la retroalimentación realizada a través de la comunicación con los mismos usuarios del sitio. Esta posibilidad de expandir la información para crear más recursos en el sitio o simplemente complementar un tema, convierte el web site en un espacio idóneo para la construcción sistemática del conocimiento matemático o de otra área del saber.
- Las diferentes actividades desarrolladas en el sitio web, generaron un impacto positivo en el mejoramiento de los procesos semánticos lógico matemáticos, esto se ve reflejado con la medición de los resultados que se obtuvieron primero en el pretest

y luego en el postest, los cuales fueron más altos en porcentaje de estudiantes que aprobaron el postest con relación a los del pretest. La evolución en los resultados ocurre luego de la intervención realizada a partir del diseño y la implementación del sitio web y de la interacción realizada por los estudiantes con respecto a los contenidos digitales y a las actividades establecidas en el sitio web. La diferencia (valor positivo) entre el postest y el pretest, establece la viabilidad del website como estrategia de intervención.

- La implementación de más sitios web como el propuesto en esta investigación, tendrá una correlación positiva con los resultados en el mejoramiento de los procesos de enseñanza- aprendizaje, pruebas censales, motivación al logro de objetivos, diversificación en las estrategias educativas, facilidad y acceso a recursos educativos, entre otros, que beneficiaran a la comunidad educativa en los diferentes niveles escolares donde estos se empleen.
- La web site, es una herramienta digital que permite tener información electrónica adaptada para trabajar en la internet, el sitio web propuesto como producto final en esta investigación, tiene la gran ventaja que está planeado y desarrollado para suplir las necesidades de los estudiantes; su formato está construido para tener una interacción amigable con las personas que ingresan en este sitio; por encontrarse alojado en la internet, la información contenida en el sitio se encuentra disponible para que cualquier usuario acceda a él las veces que considere necesarias.

Las actividades interactivas creadas son de fácil manipulación y no requieren poseer habilidades avanzadas para su uso; la comunicación con el administrador del sitio web está disponible por medio de un botón de chat, lo que permite una comunicación entre el usuario y el administrador e imposibilita los comentarios mal intencionados de personas en el área común de visualización del sitio.

- Flexibilizar y actualizar el currículo, la planeación y la ejecución del quehacer docente es una tarea continua del docente, la cualificación y la implementación de nuevas tecnologías en su labor le permitirán estar siempre a la vanguardia en su labor. La dificultad en la resolución de problemas matemáticos procede desde las bases escolares, ya que no se establece en el currículo un espacio para mejorar estos procesos de comprensión y de adaptación del lenguaje natural al lenguaje matemático.
- Los estudiantes nativos digitales tienen una disposición para el uso de las tecnologías digitales ya que son un complemento de su cotidianidad. El docente, migrante digital, debe contemplar el uso de estas herramientas para estar en sintonía con la generación que está educando, es necesario entonces, pensar en la necesidad de una innovación en la educación que posibilite la disminución en la brecha digital entre ambas generaciones, la del educador y la del educando a la cual se quiere llegar. El rol de la educación es crear espacios de pensamiento y reflexión que permitan analizar el nuevo modelo de desarrollo tecnológico, es imperante avanzar en la integración de la tecnología y la

educación, donde el proceso de enseñanza permita la adaptación del estudiante a un ambiente creado para él.

- Los bajos resultados en pruebas internacionales y nacionales en cuanto al desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas, no es un factor nuevo en los países latinoamericanos y especialmente en Colombia, como se muestra en Icfes (2012). Es preciso que todas las acciones y estrategias encaminadas a mejorar estos indicadores por parte de los actores educativos sean bien recibidas. Lo ideal es implementar acciones que tengan en cuenta las necesidades y expectativas de los estudiantes, identificando las debilidades para corregirlas en la fuente.
- Por otro lado, se hace preciso establecer las particularidades que no hicieron posible que el cien por ciento de los estudiantes que presentaron el postest logaran obtener una nota satisfactoria con la cual pudieran aprobar esta evaluación, estas particularidades deben ser analizadas para identificar las acciones a emprender con las cuales se puedan mejorar cada vez más los resultados y llegar a la meta deseada la cual es la aprobación de la totalidad de estudiantes, ya que el objetivo de la propuesta de intervención es mejorar el nivel de comprensión de los procesos semánticos utilizados en el lenguaje formal el cual se logró, pero es importante seguir adecuando la información y actualizando las actividades contenidas en el sitio web con el propósito de perfeccionar cada vez más el manual interactivo y conseguir ampliar el rango de

alumnos que mejoran su rendimiento académico y comprensión de la matemática.

- Finalmente, tomando en cuenta lo expuesto anteriormente y partiendo de la formalidad que implica el lenguaje matemático, se ve marcada la influencia del lenguaje formal de la matemática dentro del proceso enseñanza y aprendizaje, y en consecuencia es notoria la importancia y necesidad de implementar estrategias que basadas en dicho lenguaje faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura a lo largo del proceso escolar.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda a los docentes de matemáticas de los grados 9º, 10º, y 11º en la educación media y a los docentes universitarios de la asignatura matemáticas operativas o similares para que utilicen este recurso que es gratuito y se encuentra alojado en la red donde cualquier usuario puede acceder a él. La URL es www.semanticamatematica.com
- Se recomienda a otros docentes de diferentes áreas del conocimiento aplicar una propuesta similar con sus estudiantes y evaluar los impactos generados luego de su uso, estableciendo las estrategias específicas a usar, retroalimentando los resultados con sus estudiantes y mejorando los contenidos según las necesidades cambiantes de los procesos de enseñanza aprendizaje.
- Se recomienda profundizar la temática de la semántica de las matemáticas para la resolución de problemas en la educación básica primaria, básica secundaria y media con el propósito de mejorar la comprensión de los enunciados matemáticos que se presentan en un lenguaje común, con esta medida obtener mejores resultados en las pruebas censales tanto nacionales como internacionales.
- Se recomienda crear este tipo de estrategias alojadas en internet por que tiene un mayor alcance de población objetivo, se puede utilizar desde la comodidad del hogar o en cualquier otro espacio,

es escalable y de fácil actualización y es una estrategia motivadora para los nativos digitales.

- Incentivar en los diferentes ámbitos educativos la creación de sitios web, herramientas digitales, actividades de innovación y solución de necesidades educativas por parte de los maestros, que posibiliten el enriquecimiento de estrategias educativas para el mejoramiento en los aprendizajes de los alumnos que las usen.

ANEXOS

Anexo 1. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Lenguaje utilizado. Con esta característica lo que se busca es ver la existencia de una relación entre el lenguaje matemático y las expresiones utilizadas en lenguaje común.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 2. Validez Característica Lenguaje Utilizado. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Lenguaje utilizado. Con esta característica lo que se busca es ver la existencia de una relación entre el lenguaje matemático y las expresiones utilizadas en lenguaje común.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x ?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada una utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 3. Validez Característica Resultado. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Resultado. Con esta característica lo que se busca es ver la relación existente entre el planteamiento del problema con la respuesta, que el ejercicio planteado tenga solución y que dicha solución se encuentre entre las opciones de respuesta establecidas.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21. A. 24 y 35 B. 33 y 12 C. 16 y 12 D. 24 y 17					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son? A. 7 y 18 B. 16 y 9 C. 8 y 17 D. 10 y 15					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son? A. 5 y 5 B. 9 y 8 C. 8 y 8 D. 9 y 9					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números? A. 8 y 16 B. 4 y 8 C. 6 y 12 D. 3 y 6					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son? A. 23 y -23 B. 22 y -22 C. 31 y -31 D. 41 y -41					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12. A. 36 B. 48 C. 12 D. 24					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son? A. 48/5 y 12/5 B. 36/6 y 18/3 C. 24/8 y 12/4 D. 20 y 10					

8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda. A. 93 B. 66 C. 48 D. 39					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera. A. 362 B. 632 C. 263 D. 236					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya. A. 12 B. 15 C. 21 D. 10					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 4. Validez Característica Resultado. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Resultado. Con esta característica lo que se busca es ver la relación existente entre el planteamiento del problema con la respuesta, que el ejercicio planteado tenga solución y que dicha solución se encuentre entre las opciones de respuesta establecidas.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno? a) 80 y 80 b) 150 y 160 c) 95 y 75 d) 70 y 90					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María? a) 25 b) 45 c) 50 d) 30					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo sea han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos. a) Clase ejecutiva 300 000 y clase turista 100 000 b) Clase ejecutiva 250 000 y clase turista 150 000 c) Clase ejecutiva 350 000 y clase turista 50 000 d) Clase ejecutiva 230 000 y clase turista 160 000					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x? a) 9 b) 12 c) 11 d) 8					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana? a) 7 niños y 14 niñas b) 10 niños y 17 niñas c) 13 niños y 14 niñas d) 9 niños y 18 niñas					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada utiliza si en total levanta 65kg? a) 3 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg b) 7 pesas de 5kg y 3 pesas de 10kg c) 4 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg d) 5 pesas de 5kg y 4 pesas de 10kg					

7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14. a) 12 y 28 b) 13 y 27 c) 15 y 25 d) 10 y 30					
8	Suso le dice a dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: " no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno? a) 3 y 5 b) 5 y 7 c) 7 y 9 d) 11 y 13					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno? a) 12 y 36 b) 8 y 24 c) 18 y 30 d) 14 y 34					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay? a) 20 carros y 35 motos b) 35 carros y 30 motos c) 30 carros y 25 motos d) 23 carros y 32 motos					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 5. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal dentro de problemas expresados en un lenguaje natural. Con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 6. Validez Característica Transformación del Lenguaje Común al Lenguaje Formal. Postest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal dentro de problemas expresados en un lenguaje natural. Con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: " no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 7. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Pretest

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Coherencia y Comprensión: Con esta característica lo que se busca es medir el grado de comprensión del ejercicio, si es comprensible o si por el contrario no se entiende el resultado al cual se quiere llegar, además si está escrito de manera coherente y sin errores de ortografía o gramaticales.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.					
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?					
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?					
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.					
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?					
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.					
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.					
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y nº de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 8. Validez Característica Coherencia y Comprensión. Posttest

VALIDEZ DEL POSTEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica Coherencia y comprensión: Con esta característica lo que se busca es medir el grado de comprensión del ejercicio, si es comprensible o si por el contrario no se entiende el resultado al cual se quiere llegar, además si está escrito de manera coherente y sin errores de ortografía o gramaticales.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

N°	Problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?					
2	María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?					
3	Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.					
4	Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36, ¿qué número es x ?					
5	En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niñas y niños hay en el salón de Eliana?					
6	Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras, de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada una utiliza si en total levanta 65kg?					
7	Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia sea 14.					
8	Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja tengo yo el doble que tu" Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos igual" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?					
9	Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?					
10	En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?					

Recomendaciones:

Nombre y apellidos		Firma y n° de documento
Grado Académico		
Asignatura		
Institución donde labora		

Anexo 9. Pretest



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Pretest estudiante primer semestre de matemáticas

Realiza los siguientes ejercicios en la hoja en blanco y selecciones la respuesta correcta. Debes entregar las hojas ya que se evalúa la respuesta y el proceso.

Nombre: _____ Fecha: _____

1. Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.
A. 24 y 35
B. 33 y 12
C. 16 y 12
D. 24 y 17
2. Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?
A. 7 y 18
B. 16 y 9
C. 8 y 17
D. 10 y 15
3. El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?
A. 5 y 5
B. 9 y 8
C. 8 y 8
D. 9 y 9
4. La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?
A. 8 y 16
B. 4 y 8
C. 6 y 12
D. 3 y 6
5. Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?
A. 23 y -23
B. 22 y -22
C. 31 y -31
D. 41 y -41
6. Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.
A. 36
7. La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?
A. $48/5$ y $12/5$
B. $36/6$ y $18/3$
C. $24/8$ y $12/4$
D. 20 y 10
8. Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.
A. 93
B. 66
C. 48
D. 39
9. Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.
A. 362
B. 632
C. 263
D. 236
10. Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.
A. 12
B. 15
C. 21
D. 10

Rubén D. Sierra

Anexo 10. Pretest resuelto por un estudiante



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Pretest estudiante primer semestre de matemáticas

Realiza los siguientes ejercicios en la hoja en blanco y selecciones la respuesta correcta. Debes entregar las hojas ya que se evalúa la respuesta y el proceso.

Nombre: Alejandro Caicedo Verrazano Fecha: 19/09/18

1. Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.
- A. 24 y 35
☒ B. 33 y 12
 C. 16 y 12
 D. 24 y 17

$$x + y = 45 \quad x = 45 - y \rightarrow x = 12$$

$$x - y = 21 \quad 45 - 2y = 21$$

$$66 = 2y \rightarrow y = 33$$

2. Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?
- ☒ A. 7 y 18
 B. 16 y 9
 C. 8 y 17
 D. 10 y 15

$$x + y = 25 \quad x = 9$$

$$2x = 14 \quad y = 25 - 9 = 16$$

3. El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?
- A. 5 y 5
 B. 9 y 8
☒ C. 8 y 8
 D. 9 y 9

$$2(x + y) = 32 \quad x + y = 16$$

$$x - y = 0 \quad x = 8 \quad y = 8$$

4. La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?
- A. 8 y 16
 B. 4 y 8
☒ C. 6 y 12
 D. 3 y 6

$$x + y = 18 \quad x = 18 - y \quad 18 = 3y$$

$$x = 2y \rightarrow 18 - y = 2y \quad y = 6$$

5. Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?
- A. 23 y -23
 B. 22 y -22
 C. 31 y -31
☒ D. 41 y -41

$$x + y = 0 \quad x = 2y - 123 \quad 3y = 123$$

$$x + 123 = 2y \quad x + y + 123 = 2y \quad y = 123$$

$$x + 123 = 2y \quad -y = 41 \quad y = -41$$

6. Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera, La suma de las cifras es 12.
- A. 36

$$x = 2y \quad x = 12 - y$$

$$x + y = 12 \quad 12 = 3y$$

$$y = 4$$

$$x = 8$$

- ☒ B. 48
 C. 12
 D. 24

7. La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?
- ☒ A. 48/5 y 12/5
 B. 36/6 y 18/3
 C. 24/8 y 12/4
 D. 20 y 10

$$x + y = 12 \quad sy = 12 \quad y = 12/3$$

$$x/2 = 2y \rightarrow x = 4y \quad x = 48/5$$

8. Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.
- ☒ A. 93
 B. 66
 C. 48
 D. 39

$$x + y = 12 \quad y = 3$$

$$x = 3y \quad x = 9$$

9. Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.
- A. 362
 B. 632
☒ C. 263
 D. 236

$$x + y + z = 11 \quad z = 2t \quad 2t = 16$$

$$x + z = 5 \quad x = 11 - 3z \quad z = 8$$

$$11 - 3(8) = -13 \quad 2t = 6 \quad y = 18$$

10. Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.
- A. 12
 B. 15
 C. 21
☒ D. 10

$$x - y = 25 \quad 4y = 25$$

$$x + 15 = 2(y + 15) \quad 2y + 15 = y$$

$$x + 15 = 2y \quad y = 10$$

Rubén D. Sierra

$$2y - 15 = y = 25 \quad x = (4y) - 15$$

$$x = 63$$

$$x = 2y - 1$$

$$2(y + 15) = x + 15 \quad x = 65$$

$$2y + 30 = x + 15 \quad x - y = 25$$

$$x = 2y + 15 \quad 2y - 15 = y$$

$$x + 15 = 2y \quad y = 40$$

$$x = 2y - 1$$

$$x + 15 = 2y$$

Anexo 11. Postest



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Postest estudiante primer semestre de matemáticas

Realiza los siguientes ejercicios en la hoja en blanco y selecciones la respuesta correcta. Debes entregar las hojas ya que se evalúa la respuesta y el proceso.

Nombre: _____ Fecha: _____

- John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?
A. 80 y 80
B. 150 y 160
C. 95 y 75
D. 70 y 90
- María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?
A. 25
B. 45
C. 50
D. 30
- Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$ 7 000 000 pesos.
A. clase ejecutiva 300 000 y clase turista 100 000
B. clase ejecutiva 250 000 y clase turista 150 000
C. clase ejecutiva 350 000 y clase turista 50 000
D. clase ejecutiva 230 000 y clase turista 160 000
- Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36. ¿Qué número es x ?
A. 9
B. 12
C. 11
D. 8
- En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niños y niñas hay en el salón de Eliana?
A. 7 niños y 14 niñas
B. 10 niños y 17 niñas
C. 13 niños y 14 niñas
D. 9 niños y 18 niñas
- Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras de 10kg. ¿Cuántas pesa de cada utiliza si en total levanta 65kg?
A. 3 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg
B. 7 pesas de 5kg y 3 pesas de 10kg
C. 4 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg
D. 5 pesas de 5kg y 4 pesas de 10kg
- Encuentre dos números tales que su suma sea de 40 y su diferencia sea 14.
A. 12 y 28
B. 13 y 27
C. 15 y 25
D. 10 y 30
- Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja yo tengo el doble que tu", Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos iguales" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?
A. 3 y 5
B. 7 y 5
C. 7 y 9
D. 11 y 13
- Un padre tiene 3 veces la edad de su hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿Qué edad tiene cada uno?
A. 12 y 36
B. 8 y 24
C. 18 y 30
D. 14 y 34
- En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de las ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuantas motos hay?
A. 20 carros y 35 motos
B. 35 carros y 30 motos
C. 30 carros y 25 motos
D. 23 carros y 32 motos

Anexo 12. Postest resuelto por un estudiante



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Postest estudiante primer semestre de matemáticas

Realiza los siguientes ejercicios en la hoja en blanco y selecciones la respuesta correcta. Debes entregar las hojas ya que se evalúa la respuesta y el proceso.

Nombre: Juan Diego Eras Guerra Fecha 13-Marzo-2019

1. John Jairo y Rubén están jugando billar, entre los dos llevan 160 carambolas. Si Rubén le da 10 carambolas a John Jairo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuántas carambolas lleva cada uno?

- A. 80 y 80
- B. 150 y 160
- C. 95 y 75
- ☒ D. 70 y 90

2. María tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene el padre de María?

- A. 25
- ☒ B. 45
- C. 50
- D. 30

3. Un avión dispone de 32 asientos en clase ejecutiva y de 50 asientos en clase turista cuya venta supone un total de \$14 600 000 pesos. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase ejecutiva y 40 en clase turista, obteniendo un total de \$7 000 000 pesos.

- A. clase ejecutiva 300 000 y clase turista 100 000
- ☒ B. clase ejecutiva 250 000 y clase turista 150 000
- C. clase ejecutiva 350 000 y clase turista 50 000
- D. clase ejecutiva 230 000 y clase turista 160 000

4. Si el resultado de restar el doble de x al séxtuple de x es 36. ¿Qué número es x ?

- ☒ A. 9
- B. 12
- C. 11
- D. 8

5. En el salón de Eliana hay un total de 27 estudiantes, se sabe que hay el doble de niñas que de niños. ¿Cuántos niños y niñas hay en el salón de Eliana?

- A. 7 niños y 14 niñas
- ☒ B. 10 niños y 17 niñas

- C. 13 niños y 14 niñas
- ☒ D. 9 niños y 18 niñas

6. Alberto utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5kg y otras de 10kg. ¿Cuántas pesas de cada utiliza si en total levanta 65kg?

- A. 3 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg
- B. 7 pesas de 5kg y 3 pesas de 10kg
- C. 4 pesas de 5kg y 5 pesas de 10kg
- ☒ D. 5 pesas de 5kg y 4 pesas de 10kg

7. Encuentre dos números tales que su suma sea de 40 y su diferencia sea 14.

- A. 12 y 28
- ☒ B. 13 y 27
- C. 15 y 25
- D. 10 y 30

8. Suso le dice a Fajardo: "si me das una oveja yo tengo el doble que tu", Fajardo le contesta: "no seas tan listo, dámela tu a mí, y a si tenemos los dos iguales" ¿Cuántas ovejas tiene cada uno?

- A. 3 y 5
- ☒ B. 7 y 5
- C. 7 y 9
- D. 11 y 13

9. Un padre tiene 3 veces la edad de su hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿Qué edad tiene cada uno?

- ☒ A. 12 y 36
- B. 8 y 24
- C. 18 y 30
- D. 14 y 34

10. En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de las ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?

- A. 20 carros y 35 motos
- B. 35 carros y 30 motos
- ☒ C. 30 carros y 25 motos
- D. 23 carros y 32 motos

$$\begin{aligned} X + 10 &= Y - 10 \\ X - Y &= -20 \\ \hline 2X &= 140 \\ X &= 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad \frac{M}{3} &= 15 \\ \frac{M}{3} &= P \\ M &= 15 \times 3 \\ &= 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \quad X + Y &= 40 \\ X - Y &= 14 \\ \hline 2X &= 54 \\ X &= 27 \\ 27 + Y &= 40 \\ Y &= 40 - 27 \\ Y &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad 2X &= 6X \\ 6X - 2X &= 36 \\ 4X &= 36 \\ X &= \frac{36}{4} = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad X + Y &= 65 \\ X &= 5K \\ Y &= 10K \\ X + Y &= 9 \\ X(5) + Y(10) &= 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{8} \quad X + 1 &= 2(Y - 1) \\ X - 1 &= Y + 1 \end{aligned}$$

$$X + 1 = 2Y - 2$$

$$X - 2Y = -3$$

$$\textcircled{1} \quad X - Y = 1 + 1$$

$$\textcircled{2} \quad X - Y = 2$$

$$-X + 2Y = 3$$

$$Y = 5$$

$$X - 1 = 5 + 1$$

$$X = 7$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad X &= \text{winds} \\ 2X &= \text{winds} \\ 2X + X &= 27 \\ 3X &= 27 \\ X &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{9} \quad X &= 1 \\ 3X &= 3 \\ X + 3X &= 4 \\ 4X &= 4 \\ X &= 1 \\ 12 \times 3 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{10} \quad C + M &= \\ C &= \text{car} \\ M &= \text{mo} \\ 4C &= 2M \end{aligned}$$

$$4C + 2M =$$

$$-2C - 2M =$$

$$2C = 6C$$

$$C = 30$$

$$4(30) + 2M =$$

$$120$$

$$2M = 1$$

$$M = \frac{1}{2}$$

Anexo 13. Estudiantes resolviendo el test



Anexo 14. Validez experto 2

VALIDEZ DEL PRETEST: JUICIO DE EXPERTO

Indicación: se desea dar validez a la característica transformación del lenguaje común al lenguaje formal dentro de problemas expresados en un lenguaje natural. Con esta característica lo que se busca es que el nivel de las transformaciones sea similar en todos los problemas, que el nivel de profundidad de dichas transformaciones se encuentre dirigido al grado escolar al cual se le van a aplicar los instrumentos y que las variables matemáticas sean de fácil distinción dentro del ejercicio matemático propuesto.

Dirigido a: estudiantes universitarios de primer semestre.

Escala de valoración: valore cada ejercicio con una escala de cumplimiento de la característica de 1 a 5, donde: 1= muy bajo; 2= bajo; 3= aceptable; 4= alto; 5= muy alto

Nº	problema	Puntaje				
		1	2	3	4	5
1	Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.				X	
2	Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?				X	
3	El doble de la suma de dos números es 32 y su diferencia es 0. ¿Qué números son?			X		
4	La suma de dos números es 18 y el segundo número es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?					X
5	Tenemos dos números cuya suma es 0 y si a uno de ellos le sumamos 123 obtenemos el doble del otro. ¿Qué números son?					X
6	Hallar un número de dos cifras que cumpla: La segunda cifra es el doble de la primera. La suma de las cifras es 12.					X
7	La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?				X	
8	Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y que la primera de ellas es el triple de la segunda.				X	
9	Hallar un número de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 11, que la suma de la primera y la tercera cifra es 5 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.			X		
10	Alberto y su padre se llevan 25 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 15 años la edad de su padre será el doble que la suya.				X	

Recomendaciones:

No hay ningún tipo de sugerencia, se ve unos
problemas de semántica similares en cuanto
a su estructura e identificación de variables

Nombre y apellidos	Jackeline Galvis Rojo	Jackeline S Firma y nº de documento
Grado Académico	Magister en Ed Matemática	
Asignatura	Integración didáctica IV	
Institución donde labora	Universidad de Antioquia	

Anexo 15. Aprobación de revisión ortográfica

F-58
Rev. 02
(IE)



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE
EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA "UMECIT"
Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004
Acreditada mediante Resolución Nro. 15 del 31 de octubre de 2012

Carta de Aprobación de Revisión Ortográfica

Señores
Comité de Investigación UMECIT
Ciudad.

Yo, NELSON VARGAS PEÑA con cedula de identidad o pasaporte Nro. 12.020.564, asesor de redacción ortografía y estilo del trabajo de grado, tesis, ensayo o práctica profesional, realizado por RUBÉN DARÍO SIERRA ÁLVAREZ, con cedula de identidad o pasaporte Nro. 9863728, para optar al título de: DOCTOR EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, hago constar que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del Jurado examinador que se designe.

En MEDELLÍN, a los 06, días, del mes MAYO de 2.019

Firma del Asesor

Nota: Anexar Diploma

BIBLIOGRAFÍA

ACESAD. (2013). La educación superior a distancia y virtual en Colombia: nuevas realidades. (N. Arboleda Toro, & C. Rama Vitale, Edits.) Bogotá.

Aparici, R., & Silva, M. (2012). Pedagogía de la interactividad. Comunicar.

Arraiz, G. (2012). La virtualidad: un escenario posible para la construcción de conocimientos matemáticos. *Apertura. Revista de innovación educativa*, 4(1). Obtenido de <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/216/231#educacion>

Barberà, E. (2014). Language's function in mathematical education. *Cultura y Educación*, 93-102.

Bartolomé, A (2011). Conectivismo: aprender em rede e na rede. En Marcelo Brito Carneiro Leão: *Tecnologias na Educação: Uma abordagem crítica para uma atuação prática*. Recife (Brasil): UFRPE. Pgs. 71-86

Bastién, M. (2016). Epistemología para la resolución de problemas en enseñanza a distancia. *Procesos de enseñanza-aprendizaje de nivel superior mediados por tecnologías*. Universidad Autónoma Metropolitana. México.

Begoña, O. (2019). Aboutespañol. Obtenido el 12 de abril de 2019 de <https://www.aboutespanol.com/que-es-una-pagina-web-3202308>

Brousseau, G., Davis, R. Y Werner, T. (1986). "Observing Students at Work". En Christiansen, B., Howson, G. y Otte, M. (Eds.). *Perspectives on Mathematics Education*. Reidel Publishing. Company. Dordrecht.

Calle, Carmen. (2013). Influencia de la Semántica en el Aprendizaje de las Matemáticas en el Segundo Curso de Bachillerato del Colegio Benigno Malo" Universidad de Cuenca, Ecuador.

Callejo, M. L. (2006). Educación. *La gaceta de la RSME*, 143–168.

Camarena Gallardo, Patricia. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa [en línea]* 2009, 9 (enero-marzo) Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179414894003>> ISSN 1665-2673

Camós, C., & Rodríguez, M. (2015). Exploración del uso de los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de matemática superior. *Educ. Matem. Pesq*, 94-118.

Castrillón Cardona, C., & Ramírez Posada, N. (2016). Desarrollo del pensamiento lógico matemático apoyado en el uso del blogs en la web 2.0 en los estudiantes

de secundaria de la institución educativa real campestre de la sagrada familia sede principal del municipio de Fresno-Tolima 2013-2014. Lima.

Colombia. (2007). Base de datos internacional TIMSS 2007. Cálculos de la Dirección de Evaluación del ICFES.

Colombia. (2009). Informe Saber 5º y 9º 2009. Resultados Nacionales. Resumen Ejecutivo. Gráfico 3. Pag 14.

Coronel Alvarado, Ruth. M. (2013). Tesis. Implementación propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica. Recuperado de <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/4912>

Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos. Revista Ciencias de la educación, 19(33), 229-247.

D'Amore, B., & Godino, J. D. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. Relime, 177-195.

D'Amore, B., & Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 191-218.

Dávila, D. T., Galvis, A. C., & Vivas, R. (2015). Sitio web como estrategia de enseñanza en la educación para la sostenibilidad. Praxis & Saber, 6 (11), 115-138.

Duart, J. (2019). Aprender sin distancias. Recuperado el 13 de abril de 2019 de https://www.uoc.edu/web/esp/articles/josep_maria_duart.html

Dumas-Carré. (1987). Del conocimiento cotidiano, al conocimiento científico.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Grupo de educación matemática.

Duval, R. (2004). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo (Edición en castellano ed.). (M. Vega Restrepo, Trad.) Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de educación matemática.

Edu4.me. (2016). Tres formas en las que youtube está revolucionando la educación. Recuperado el 15 de marzo de 2019, de <http://edu4.me/tres-formas-en-las-que-youtube-esta-revolucionando-la-educacion/>

Fandiño, M. (2015) Didáctica de la matemática (1ª. ed.). Bogotá: Universidad de La Sabana.

- Fandos G, M., Jiménez G, J., & Pío González, A. (2012). Estrategias didácticas en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. *Acción Pedagógica*, 11(1), 28-39.
- García Manzano, A. (2006). Blogs y Wikis en tareas educativas. Disponible en: <http://observatorio.cnice.mec.es/modules.php?op=mdload&name=News&file=article&sid=378>
- García, F. (2014). Lenguaje y comunicación en matemáticas, una aproximación teórica desde las matemáticas a los conceptos de lenguaje y comunicación en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje. Universidad Nacional de Colombia.
- Godino, J. D. (2003). Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, Juan D.; Wilhelmi, Miguel R.; Blanco, Teresa F.; Contreras, Ángel; Giacomone, Belén (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, pp. 91-110.
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*. *Enseñanza de las ciencias*, 61-78.
- Goñi, Jesús María. (2011). Didáctica de las matemáticas, Ministerio de Educación de España - Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L., 2011. ProQuest Ebook Central, <http://ebookcentral.proquest.com/lib/biblioumecitsp/detail.action?docID=3216076>.
- Gutiérrez, A., & Tyner, K. (2012). Educación para los medios, alfabetización mediática y competencia digital. *dossier*, 31-39.
- Hernández, R., Mariño, L., & Ortega, M. (2016). El conocimiento semántico en la representación de problemas de ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos. *Logos ciencia y tecnología*, 7(3), 31-44.
- Hernández Sampieri, R. (2010). Metodología de la investigación, quinta edición. México DF: McGRAW-HILL.
- ICFES. (2007). Base de datos internacional TIMSS, Cálculos de la Dirección de Evaluación del Icfes. Colombia.
- ICFES. (2009). Informe Resultados Nacionales Prueba Saber. Institución Educativa Distrital para el Desarrollo del Talento Humano. Colombia.
- ICFES. (2012). Informe Resultados Nacionales Prueba Saber. Institución Educativa Distrital para el Desarrollo del Talento Humano.

- Jiménez, M. E., Jiménez, M. G., Jiménez, M. J. (2014). Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación” En Matemática. Escenarios. 12(1), 17-33.
- Lee, C. (2006). El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. Madrid: Ediciones Morata.
- Ludewig, C., Rodríguez A, Zambrano A. (1998) Taller de metodología de la investigación. Material de Trabajo. Barquisimeto: Ediciones FUNDAEDUCO. Pág. 10.
- Lupiáñez, José Luis; Moreno, Luis (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. En Gómez, P.; Rico, L. (Eds.), Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro (pp. 291-300). Granada: Editorial Universidad de Granada
- Martí-Vilar, M., Palma Cortés, J., Martí Noguera, J. J., & Company, I. (2012). Conectivismo: Propuesta de las NTIC para la docencia. Cooperación, comunicación y sociedad: Escenarios europeos y latinoamericanos, (págs. 135 - 154).
- Martínez Miguélez, M. (2014). El conocimiento y la ciencia en el siglo XXI y sus dificultades estereotípicas. Barranquilla: Universidad Simón Bolívar.
- MEN. (2003). Informe, Resumen Ejecutivo, Third International Mathematics and Science Study. Colombia.
- Méndez, Evaristo. (2000) El desarrollo de la ciencia. Un enfoque epistemológico. Espacio Abierto [en línea], 9 (octubre-diciembre) Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=12290403>> ISSN 1315-0006
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares para Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Mineducación. (19 de julio de 2009). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-196492.html>
- Ministerio de Educación Nacional (2004). Experiencias Significativas. Tomado de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85455.html>
- Ministerio de Educación Nacional. Ley General de Educación (1994). Santafé de Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas (2006). Santafé de Bogotá.

- MINTIC. (2009). Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Obtenido el 29 de julio de 2009 de <https://www.mintic.gov.co/portal/604/w3-article-3707.html>
- Murillo, Román. (2008). Resultados de aprendizaje en América Latina a partir de las evaluaciones nacionales. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, ISSN-e 1989-0397, Vol. 1, Nº. 1, págs. 6-35
- Naughton, John. (1999). *A brief history of the future*. ANORMI, SL.
- Nolasco del Ángel, M. d. (2014). Estrategias de enseñanza en educación. *Vida Científica*, 2(4). Obtenido de <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n4/e8.html>
- OCDE. (2002). Definition and Selection of Key Competencies. Executive Summary. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf>
<http://search.proquest.com/docview/1240994387?accountid=44025>. Informe OCDE prueba Pisa.
- Orozco, M. C., & Labrador, M. E. (2009). La tecnología digital en educación: Implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. Retrieved from <https://ebookcentral.proquest.com>
- Padrón, J. (2007). Tendencias epistemológicas de la investigación científica en el Siglo XXI. *Cinta moebio: Revista de epistemología de ciencias sociales*, 1-28.
- Pargas, Y. (2009). El lenguaje formal de la matemática y sus implicaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus contenidos. Retrieved from <https://ebookcentral.proquest.com>
- Prensky. (2011). *Enseñar a nativos digitales*. Marc Prensky presenta las claves de la enseñanza en la era digital. Biblioteca innovación educativa.
- Rico, L. (1988) *Didáctica activa para la resolución de problemas*. Granada. Universidad de Granada. España.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 4(1), 1-14.
- Robles Garrote, P., & Rojas, M. (2015). La validación por juicio de expertos: dos investigaciones cualitativas en Lingüística aplicada. *Revista Nebrija de lingüística aplicada*.
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. (M. Departamento de matemática educativa del Cinvestav-IPN, Ed.) 12 (1), 45-56.

Sabino, Carlos. (1992). "El proceso de investigación". (Panapo, ed) Caracas, Venezuela.

Salcedo Lagos, P., & del Valle Leo, M. (2013). Disponibilidad léxica matemática en estudiantes de enseñanza media de concepción, Chile. Atenas, 4(21). Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=478048957001>> ISSN

Saldarriaga, P. J., Bravo, G. R., Loor, M. R. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. Dominio de las Ciencias, (2), 127-137.

Sobrino, A. (2011) PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y WEB 2.0: valoración del conectivismo como teoría de aprendizaje post-constructivista, (20), 117-140

Televinter. (2019). televinter.com. Obtenido el 12 de marzo de 2019 de <https://www.televinter.com/disenio-web/>

Tim O'reilly (2001). Qué es web 2.0. patrones del diseño y modelos del negocio para la siguiente generación del software. Extraído del Boletín de la Sociedad de la Información (<http://sociedaddelainformacion.telefonica.es/>)

MEN (2006). Estándares básicos de competencias de matemáticas. Documento N° 3. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Colombia.

Velásquez, E. (2008). Blog. Recuperado en marzo de 2018, de <http://edisvelasquez.obolog.com>

Velásquez, Fernández. (2018). Análisis de los errores matemáticos de los estudiantes de las escuelas profesionales de Zootecnia, Estadística, Ciencias contables y Financieras en su aprendizaje del primer ciclo de la Universidad Nacional de Piura. 2014 – 2015".

Vergnaud, G. (2012). ¿Pourquoi la théorie des champs conceptuels? ¿Por qué la teoría de los campos conceptuales? Infancia y Aprendizaje, 36 (2), 131-161.

Vygotsky, L. (1978). Miad in society. The development processes. Harvard University. Barcelona, 1979.

Zapata, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Education in the Knowledge Society, 1(16), 69-102.