



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACION,  
CIENCIA Y TECNOLOGIA**

**Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004**

**Acreditada mediante Resolución N° 15 del 31 de octubre de 2012**

**Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación  
Maestría en Ciencias de la Educación**

**ENFOQUE CONCRETO, PICTORICO, ABSTRACTO, ESTRATEGIA  
DIDACTICA PARA EL APRENDIZAJE ALGEBRAICO EN LA INSTITUCION  
EDUCATIVA LAS DELICIAS.**

**Trabajo presentado como requisito para optar al grado de Magister en  
Ciencias de la Educación.**

**Autor: HERNANDO RAFAEL SOLAR MARTINEZ**

**Tutor: AYDA CRISTINA MURCIA ALVEAR**

**Panamá, junio de 2019**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

---

---

Firma del director del Trabajo de Grado

Panamá, junio de 2019

## Dedicatoria

Al ser que llamamos Dios, al que se le pide tanto en esos momentos de dificultad, de miedo, de sinsabores y de tantas cosas que nos suceden, a ese que cuando alzamos la vista, hacia el cielo, queremos encontrar, al que nos concede el privilegio de poseer inteligencia que se traduzca en acciones positivas, como la labor que desempeño de orientar a los que más me necesitan, como son mis estudiantes que cada esfuerzo que se hace va encaminado a que se renueven las formas de mejorar su aprendizaje; a mis hijas Karen, Katia y Andrea quien, a pesar de no estar dedicada oficialmente a la pedagogía, hizo sugerencias y aportes de gran valía para este trabajo; a mi hijo Daniel Elías; mis nietas, Valeria y Emma, y las que han de llegar en un futuro, que son mi tesoro y por el que todo esfuerzo que haga por ellos va encaminado a que a cada día debamos mejorar y nos dan el ímpetu para seguir luchando; a mis padres, Abdón y María, que se deben estar gozando este éxito en otra dimensión y a todos los que sin el interés de expresar un formalismo, supieron aportar sus sugerencias para el logro de esta fase de mi preparación hacia una cualificación profesional y como persona para servir los demás.

**Hernando Rafael.**

## Agradecimientos

Al PADRE TODOPODEROSO, por todas las bendiciones concedidas a diario y permanentes de guía, fortaleza, comprensión y ánimo. A la comunidad UMECISTA, especialmente por las palabras, que se traducían no solo en enseñanzas de todos sus asesores y asesoras, sino también en animo durante el proceso de formación académico, acertadamente, orientado por ellos. A la Dra. Ayda Cristina Murcia Alvear, porque sus aportes académicos enriquecieron y proporcionaron los elementos primordiales para el desarrollo de la investigación. A todos mis familiares por su amor, apoyo y acompañamiento incansable.

A la comunidad educativa de la Institución Educativa Las Delicias, por su participación en el conocimiento y aplicación de nuevas estrategias para el mejoramiento académico en pro de los que siempre he querido: mis estudiantes.

A la magister Carmen Lucia Genes Vergara, por sus valiosos aportes durante mi proceso de formación en la maestría, a mis compañeros y compañeras docentes, son muchas las personas a las que debo agradecer sus aportes para que este sueño se hiciera realidad, en medio del desarrollo de este trabajo sufrí muchos reveses que me hicieron recordar que muchos sueños se dejan morir, pero cuando se materializan, en la realidad, esta es una forma de saber interpretarlos en forma acertada. Finalmente, a todas aquellas personas que tuvieron que ver con este proceso y que de una u otra manera aportaron, sin importar ser mencionados, elementos importantes a este proyecto, infinitas gracias a todos.

**Hernando Rafael.**

## Resumen

El uso del Enfoque Concreto, Pictórico, Abstracto, estrategia didáctica para el aprendizaje algebraico en el grado 8° de la Institución educativa Las Delicias del municipio de Tierralta, Colombia, surgió como proyecto de investigación de la necesidad de darle al área de matemáticas un nuevo matiz enmarcado en la implementación de estrategias de trabajo novedosas, las que por medio de su aplicación y evaluación, en el contexto específico de la institución, permitieran mejorar, en los estudiantes, los mecanismos de cognición necesarios para llevar a cabo sus procesos de formación académica y más allá, el dominio de habilidades que aumenten la autoestima y mejoren las relaciones sociales entre los estudiantes.

Para cumplir con el anterior cometido, se aplicó una metodología cuantitativa de corte cuasi – experimental llevada a la realidad, por medio del análisis sistemático de entrevistas, la implementación en clase de un Pre-Test, talleres de seguimiento y un Post-Test, aplicados a dos grupos, uno experimental y el otro de control, ambos con igual cantidad de estudiantes y pertenecientes al grado octavo, estudiados desde la varianza de medias y la estadística descriptiva. El análisis de los datos se realizó desde la posición teórica y conceptual del Enfoque CPA, la transición de los procesos de interacción del estudiante con el objeto de estudio, en este caso las expresiones algebraicas y el trabajo colaborativo.

La conclusión fundamental de la presente investigación se centra en que, por medio del Enfoque CPA se logró apreciar una mejoría significativa en las competencias matemáticas del grupo experimental, lo cual permite inferir que el Enfoque CPA, del Método Singapur, dinamiza y mejora los procesos de aprendizaje en los estudiantes. Así como también, se deja ver una receptividad más positiva frente a las clases de matemáticas.

**Palabras Claves:** Enfoque CPA, aprendizaje, estrategia didáctica, competencias matemáticas, procesos cognitivos.

## Abstract

The use of the Concrete, Pictorial, Abstract Approach, didactic strategy for algebraic learning in the 8th grade of Las Delicias educational institution in the municipality of Tierralta, Colombia, emerged as a research project of the need to give the area of mathematics a new nuance framed in the implementation of innovative work strategies, which through their application and evaluation, in the specific context of the institution, allow improving, in students, the mechanisms of cognition necessary to carry out their academic training processes and beyond, the mastery of skills that increase self-esteem and improve social relations among students.

In order to comply with the previous assignment, a quasi - experimental quantitative methodology applied to reality was applied, through the systematic analysis of interviews, the implementation in class of a Pre - Test, follow - up workshops and a Post - Test, applied two groups, one experimental and the other control, both with equal numbers of students and belonging to the eighth grade, studied from the variance of means and descriptive statistics. The analysis of the data was carried out from the theoretical and conceptual position of the CPA Approach, the transition of the student's interaction processes with the object of study, in this case the algebraic expressions and the collaborative work.

The fundamental conclusion of the present investigation is that through the CPA Approach, a significant improvement in the mathematical competences of the experimental group was observed, which allows inferring that the CPA Approach of the Singapore Method, dynamizes and improves the learning processes in the students. As well as, it is possible to see a more positive receptivity in front of the mathematics classes.

Key words: CPA approach, learning, didactic strategy, mathematical competences, cognitive processes.

## Índice general

Resumen .....	v
Abstract .....	vi
Introducción .....	x
<b>CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA .....</b>	<b>xiii</b>
1. Descripción de la problemática .....	14
2. Formulación de la pregunta de investigación .....	19
3. Objetivos de la investigación .....	19
3.1. Objetivo general .....	19
3.2. Objetivos específicos .....	19
4. Justificación e impacto .....	20
<b>CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>24</b>
1. Bases teóricas, investigativas, conceptuales y legales .....	25
2. Sistema de variables definición conceptual y operacional .....	55
3. Operacionalización de variables .....	56
<b>CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>58</b>
1. Enfoque y método de investigación .....	59
2. Tipo de investigación .....	60
3. Diseño de la investigación .....	62
4. Hipótesis .....	63
5. Población y muestra/unidades de estudio .....	64
6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....	70
7. Validez y confiabilidad de los instrumentos .....	74
8. Técnicas de análisis de los datos .....	76
<b>CAPITULO IV. ANALISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>78</b>
1. Procesamiento de los datos .....	79
2. Discusión de resultados .....	83
<b>CAPITULO V. PROPUESTA .....</b>	<b>97</b>
1. Denominación de la propuesta .....	98
2. Descripción .....	98
3. Fundamentación .....	100
4. Objetivos de la propuesta .....	102
4.1. Objetivo general .....	102
4.2. Objetivos específicos .....	102
5. Beneficiarios .....	103
6. Productos .....	103
7. Localización .....	124
8. Método .....	125
9. Cronograma .....	128
10. Recursos .....	129
11. Presupuesto .....	130
Conclusiones .....	131
Recomendaciones .....	134
Bibliografía .....	135
<b>ANEXOS .....</b>	<b>142</b>

Anexo 1. Certificado empresarial .....	143
Anexo 2. Consentimiento informado .....	145
Anexo 3. Encuesta ambiente escolar del estudiante.....	148
Anexo 4. Encuesta ambiente familiar del estudiante.....	150
Anexo 5. Test sobre expresiones algebraicas.....	152

## LISTADO DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1 - COMPETENCIAS PARA EVALUAR LA DISCIPLINA MATEMÁTICA.....	49
ILUSTRACIÓN 2 - COMPONENTES EVALUADOS POR EL ICFES .....	50
ILUSTRACIÓN 3 - POSICIÓN GEOESPACIAL DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS DELICIAS EN EL MUNICIPIO DE TIERRALTA, DEPARTAMENTO DE CÓRDOBA, COLOMBIA.....	66
ILUSTRACIÓN 4 – MUESTRA.....	68
ILUSTRACIÓN 5 - DISTRIBUCIÓN DE LA MUESTRA SEGÚN EDAD. ....	70
ILUSTRACIÓN 6 - DISTRIBUCIÓN DE LA MUESTRA SEGÚN SEXO. ....	70
ILUSTRACIÓN 7 - MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS .....	81
ILUSTRACIÓN 8 - BASE DE DATOS ENCUESTA. ....	82
ILUSTRACIÓN 9 - RESULTADOS DE LA ENCUESTA PREGUNTA 1 .....	84
ILUSTRACIÓN 10 - RESULTADOS DE LA ENCUESTA PREGUNTA 2 .....	84
ILUSTRACIÓN 11 - RESULTADOS DE LA ENCUESTA PREGUNTA 11, INCISO E. ....	85
ILUSTRACIÓN 12 - RESPUESTAS ENCUESTA - PREGUNTA 4.....	86
ILUSTRACIÓN 13 - COMPARACIÓN DE MEDIAS EN TALLERES DE SEGUIMIENTO. ....	90
ILUSTRACIÓN 14 - COMPARACIÓN DE MEDIAS .....	93
ILUSTRACIÓN 15 – COMPARACIÓN DE LOS PROMEDIOS DE LAS COMPETENCIAS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.....	96

## LISTADO DE TABLAS

TABLA 1 - RENDIMIENTO MEDIO EN PISA 2015.....	18
TABLA 2 - OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	56
TABLA 3 - OPERACIONALIZACIÓN POR INDICADOR E ÍTEMS. ....	57
TABLA 4 - DISTRIBUCIÓN DE ESTUDIANTES POR SEDES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS DELICIAS .....	65
TABLA 5 - CLASIFICACIÓN DE LOS GRUPOS DE ESTUDIO .....	69
TABLA 6 - RANGO DE CALIFICACIONES EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS DELICIAS.....	80
TABLA 7 - PRE-TEST G1 Y G2 .....	88
TABLA 8 - PRUEBA T DE STUDENT PARA MUESTRA DEL PRE-TEST .....	89

## Introducción

Los argumentos actuales sobre cómo se vienen desarrollando los procesos de enseñanza y aprendizaje, son sin duda alguna, el cuestionamiento más abordado en todos los ámbitos donde se lleven a cabo actividades relacionadas con la docencia y la búsqueda de un camino de excelencia y buenos logros desde la misma; según se ve, esto sucede independientemente del área de estudio que se aborde; pues, no se puede negar que al interior del lecho educativo subsisten una variada gama de problemas conexos a estos procesos que, no dejan obtener los resultados óptimos o esperados por instituciones de educación, docentes y estudiantes.

En muchos casos dichos problemas, se ha detectado, se deben a una serie de fenómenos que están relacionados con la no implementación, por parte de quien está al frente de la tarea educativa, de estrategias didácticas novedosas, que permitan diagnosticar, evaluar, enfrentar y minimizar los efectos desfavorables de la puesta en práctica de cualquier proceso educativo. Si lo anterior fuese un común denominador de la enseñanza se lograría darle un giro a la misma, consolidándola desde los contextos específicos de su aplicación, como significativa y provechosa para quienes son el sujeto activo de toda la tarea educativa: los estudiantes.

Con sobrada razón el mayor cuestionamiento se hace en relación con una de las áreas de estudio que más influyen en el proceso de avance de toda sociedad: las matemáticas, donde las preguntas constantes se encaminan a saber cómo mejorar y contribuir a tener procesos educativos de larga duración y de calidad en una de las áreas del conocimiento a la que más se

le califica como “compleja” y de difícil aprendizaje más que todo, debido al nivel de abstracción que requiere.

Ahora bien, teniendo en cuenta que las matemáticas son, dentro del conocimiento humano, una de las ciencias exactas más aplicadas al diario vivir, el manejo de las mismas se convierte en necesario y pertinente para poder desenvolvemos en una sociedad como la nuestra en la que no solo se educa para afrontar los retos de la nueva era sino también para formar a los ciudadanos en lo moral y el aspecto crítico que los prepare para crear un nuevo orden en donde las tecnologías van cambiando el panorama de desarrollo de la sociedad para que sea más incluyente y dinámica al acercar a los estudiantes, mediante una educación en la que las matemáticas permitan aprender, disfrutar, desarrollar niveles cognitivos y de construir desde la experiencia propia, esto está en consonancia con lo propuesto en la línea de educación y sociedad de la Universidad Metropolitana de Ciencia y tecnología, UMECIT, en la que se inscribió este estudio.

Por lo anterior el presente trabajo afronta la ingente tarea de implementar una novedosa metodología para abordar parte del contenido de las matemáticas, esto desde el Método Singapur y con su base fundamental como lo es el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto, en adelante, Enfoque CPA, buscando optimizar los aprendizajes de las expresiones algebraicas.

Para llevar a cabo esta tarea se definen dos grupos focales: uno de control y otro experimental, en primera instancia se aplica un instrumento que permite conocer el comportamiento frente a las expresiones algebraicas antes y después de implementado el método u enfoque: el Pre-Test y una encuesta diagnóstica sobre el clima de estudio y familiar de los estudiantes; en segunda instancia, durante las clases de matemáticas del primer semestre

del 2018, se intensifica la aplicación del Enfoque CPA, al grupo experimental, y de allí se derivan 4 talleres de seguimiento evaluativo tanto para la clase como para la investigación en curso; y para finalizar el proceso, se evalúa mediante un Post-Test. Posterior a ello, se sistematiza la información y se confrontan las hipótesis por medio de análisis cuantitativos, la estadística descriptiva y la comparación de varianzas entre medias, lo que convierte a este estudio y su cercanía a la realidad, en uno de corte experimental.

Los resultados fueron los proyectados, las hipótesis concluyeron estadísticamente que la implementación del Enfoque CPA, contribuye, de forma significativa, al mejoramiento del aprendizaje de las expresiones algebraicas en el grupo experimental, el cual, durante todo el proceso de investigación mediante los Test o talleres, se mantiene por encima de su contraparte: el grupo de control que no conoció dicho método.

# **CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA**

## 1. Descripción de la problemática

Son muchos los campos del saber que se contienen al interior del currículo de todo sistema educativo y el sistema colombiano no es la excepción; la importancia de esto radica, primordialmente, en que esas distintas parcelas del saber son las que han de permitirle tanto a niños como a niñas su desarrollo en el sistema social del cual hace parte el ser humano.

Para ello se tienen en cuenta unas determinadas disciplinas que van a conformar parte del currículo de un sistema educativo formal y se conciben, precisamente, para que se guíe el respectivo acompañamiento de los estudiantes, desde temprana edad, con la intención de encaminarlos hacia la adquisición de unas destrezas que se deben adquirir en el proceso de interacción con el objeto de estudio de una determinada área de estudio.

De ese modo, lo anteriormente expuesto es lo que permite que se desarrollen los procesos para adquirir las habilidades específicas en dichas áreas y que en la matemática son de gran importancia, pues esta ciencia sirve de base para el desarrollo de los demás ciencias del conocimiento de la actividad humana, como lo son las ciencias naturales, las ciencias sociales, la tecnología y la robótica, la medicina y otras en las que, el lenguaje de las matemáticas es por excelencia un puente de enlace entre ellas.

Entonces, en la actualidad y conscientes de la importancia de la educación y el aprendizaje para el futuro y desarrollo de la sociedad, se plantea que toda esa serie de conocimientos que se imparten en los centros de enseñanza sean evaluados, con la finalidad de saber si están cumpliendo con el cometido para el cual fueron concebidos, y de paso analizar su efectividad a

la hora de implementarlos dentro del escenario natural donde se lleva a cabo la interacción entre el sujeto que aprende y objeto por conocer: el aula de clases.

Así las cosas, las instituciones educativas de nuestro país vienen concibiendo, desde hace ya varios años, una serie de acciones encaminadas a ejercer por medio de sus planes de mejoramiento educativo, un conjunto de estrategias curriculares y metodológicas, que se desarrollan principalmente en el marco de la educación básica primaria y, cuya finalidad radica, en buscar el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes de ese ciclo en aras a mantener un nivel de aprehensión de buenas prácticas alto.

Ahora bien, en atención a que la anterior propuesta se hace necesaria en la educación secundaria, por distintos factores entre intrínsecos a los estudiantes o de competencia de los docentes y sus métodos, se justifica el hecho de revisar la aplicación de este tipo de intervenciones en este ciclo, y más cuando en la básica secundaria los estudiantes se enfrentan a una serie de evaluaciones estatales para las que, en muchas ocasiones, no están preparados por falencias de distinto orden y que, en muchos casos, definirán las posibilidades de una carrera profesional.

En ese orden de ideas y al realizar un ejercicio de observación y análisis documental riguroso en el plantel educativo donde a diario desempeño mi labor, se logra determinar que la Institución Educativa Las Delicias del municipio de Tierralta, Colombia, institución que al ser analizada en términos del desempeño de los estudiantes para las pruebas SABER entre los años 2015 a 2017, se convierte en un escenario propicio para valorar lo expuesto en párrafos anteriores, pues, en cuanto a las evaluaciones externas se

requiere optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que, según los resultados de las últimas mencionadas pruebas de 2017, se encontró que en el grado noveno, por ejemplo, el 66% de los estudiantes no contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia de comunicación; el 57% no identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes, el 66% no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

Del mismo modo, en la competencia de razonamiento, el 72% de los estudiantes no contestó correctamente a esta categoría, el 71% de no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico y el 53% no interpreta ni usa expresiones algebraicas equivalentes.

Asimismo, en la competencia de resolución de problemas, el 71% de los estudiantes no contestó de forma acertada las preguntas de esta categoría y el 67% no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. Esto se puede observar en el reporte de resultados de Pruebas Saber, del año 2016, dado a conocer por el Ministerio de Educación Nacional, a las distintas instituciones educativas del país.

Frente a este panorama, un tanto desalentador para la institución, se hace necesario que se replanteen las estrategias de trabajo en el desarrollo de las actividades del área de matemáticas y, proponer experiencias que promuevan situaciones de aprendizaje en contextos reales, en las que los estudiantes tengan la oportunidad de suscitar y matematizar situaciones de la vida diaria, comunicando y representando ideas matemáticas, que puedan elaborar y usar sus propias estrategias, razonando y argumentando en torno

a las relaciones que se dan al interior del lecho educativo de las matemáticas para que se puedan generar aprendizajes que sean significativos para ellos; en pocas palabras, dinamizar y volver “atractiva” la interacción de los estudiantes con el objeto de estudio, en este caso parte de los contenidos del área de matemáticas.

Por todo lo expuesto en el acápite anterior, se observa que para alcanzar la meta de lograr unos buenos resultados, se deben asumir nuevos desafíos como son el incorporar, al proyecto de mejoramiento educativo de la institución, métodos de enseñanza nuevos, y para realizar esta tarea, se hace viable observar y analizar cómo se ha logrado resolver problemáticas similares en otros lugares, pues, existen muchas experiencias significativas de países como Finlandia, Cuba o Singapur, que estudiaron y entendieron este tipo de problemáticas y apuntaron en concreto a resolverlas dando cabida al conocimiento de la infancia humana y, a la necesidad imperiosa de comunicarse y expresarse en el lenguaje y en las razones matemáticas para el desenvolvimiento de la vida digna en condiciones reales de contextos también reales.

Así, mediante el denominado Método Singapur cuya base esencial es el Enfoque Concreto, Pictórico y Abstracto, en adelante Enfoque CPA, el cual se trata de una propuesta direccionada al desarrollo de las competencias lógico-matemáticas de los escolares desde la práctica de una serie de procedimientos gráficos que involucran la comprensión lectora, el análisis de situaciones, el diseño de estrategias y la toma de decisiones, logró Singapur posicionarse, como se observa en la tabla No. 1, en las pruebas PISA como el país con mejor desempeño.

Tabla 1 - Rendimiento Medio en PISA 2015

**Rendimiento medio en PISA 2015**

		<b>Ciencia</b>	<b>Lectura</b>	<b>Matemáticas</b>
		Media	Media	Media
<i>Puesto</i>	País	493	493	490
1	Singapur	556	535	564
2	Japón	538	516	532
...	...	...	...	...
55	Costa Rica	420	427	400
56	Catar	418	402	402
57	Colombia	416	425	390

Fuente: La presente investigación 2019

Por esto se requiere lograr un tránsito planificado desde la educación básica primaria hacia la educación básica secundaria, que involucre el quehacer concreto, pasando por lo pictórico, para poder llegar a habilidades abstractas de la disciplina matemática, por ello, el presente estudio pretende evaluar el impacto de la puesta en uso del Enfoque CPA en la Institución Educativa Las Delicias del municipio de Tierralta, dando énfasis a su implementación piloto durante el primer semestre del año 2018. Buscando entonces, priorizar un aprendizaje significativo, pero apuntando a verificar por medio del dato concreto la pertinencia del Enfoque CPA en nuestro contexto.

## **2. Formulación de la pregunta de investigación**

¿Cómo el enfoque concreto, pictórico y abstracto, se convierte en una estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de las expresiones algebraicas en los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Las Delicias del municipio de Tierralta, Córdoba?

## **3. Objetivos de la investigación**

### **3.1. Objetivo general**

Evaluar la efectividad del enfoque Concreto – Pictórico – Abstracto (CPA), como estrategia didáctica, en el fortalecimiento del aprendizaje de las expresiones algebraicas, de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa las Delicias, durante el primer semestre del 2018.

### **3.2. Objetivos específicos**

- Identificar las dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes, de la población objeto de estudio, sobre las expresiones algebraicas con los resultados de las pruebas SABER durante los años 2015 al 2017.

- Diseñar una propuesta de intervención con el enfoque concreto- pictórico- abstracto, que potencie los aprendizajes de las expresiones algebraicas con la población escogida para la presente investigación.
- Implementar el enfoque CPA como herramienta pedagógico- didáctica para el mejoramiento del aprendizaje de las expresiones algebraicas, en la población escogida.
- Analizar los resultados de los talleres aplicados, en las competencias de comunicación, razonamiento y la resolución de problemas, frente a los resultados obtenidos por la institución en la prueba SABER del grado noveno en el año 2017.

#### **4. Justificación e impacto**

Este proyecto de investigación es de enorme impacto puesto que, luego de revisar la documentación bibliográfica existente, para la zona de estudio, se encontró que a nivel regional y local no se cuenta con investigaciones que apunten al mejoramiento de los resultados en las pruebas censales que aplica el Ministerio de Educación Nacional (MEN), con la colaboración del instituto para el fomento de la educación superior (ICFES), que buscan medir el grado de educación de calidad que se imparte en los establecimientos educativos públicos, por lo cual esta investigación se posiciona como referente e invitación para desarrollar estrategias o proyectos de intervención que tengan como objetivo mejorar las actividades de docencia y aprendizaje

con nuevos ingredientes como los que ofrece la estrategia del enfoque concreto, pictórico y abstracto.

Se hizo hincapié en esta investigación toda vez que los resultados obtenidos por la institución, en las pruebas mencionadas, no son los mejores y el área de matemáticas es la que sale peor posicionada en comparación con otros establecimientos, esto motivo a que se propusieran respuestas desde lo didáctico para enfrentar esta problemática y que la institución contara con unos parámetros claros para enfrentar esta falencia. De ahí que el enfoque CPA, se convierte en la estrategia que va a ayudar a potenciar el pensamiento creativo, la argumentación y lo propositivo de los estudiantes, con la intención que pueda ser aprovechada, esta coyuntura, por parte de los que orientan el proceso educativo, para que esto incida de manera directa en el logro de aprendizajes efectivos y significativos, toda vez que lo que se pretende con él es que los estudiantes del grado octavo, una vez estén cursando el grado noveno, puedan alcanzar posicionarse con mejores desempeños en las pruebas que se aplican a ese grado, por parte del ente encargado de esto (ICFES), y que es lo que mide el grado de educación de calidad que está impartiendo el gobierno nacional, a través de las directrices del MEN, en unas competencias específicas del área de matemáticas como son: las competencias de resolución de problemas, razonamiento y la comunicación matemática.

En atención a esto, se emprende un proceso significativo tendiente a lograr que los estudiantes vean en los conceptos matemáticos algo llamativo y “se enamoren” más de sus estudios, disminuyendo los niveles de repitencia y deserción en esta área y que los estudiantes de los otros niveles de educación básica y de otras áreas, puedan con esta estrategia aprovechar el acto pedagógico diario del docente para que su acompañamiento resulte

más eficaz desde los primeros niveles de nuestro sistema escolar, hasta lograr su inserción en la vida en sociedad como un elemento importante de la línea de investigación de educación y sociedad que traza la UMECIT; así mismo, que se utilice esta práctica para, incentivar el pensamiento lateral de nuestros estudiantes, tan necesario en esta época de avances tecnológicos y de globalización que vive el mundo y que requieren de una buena educación.

No es un secreto que el componente matemático tiene la misión de propiciar en los estudiantes un pensamiento que les permita afrontar los retos actuales y los ayude en la resolución de los diversos problemas de su diario trajinar, no solo desde la óptica de lo numérico, sino que sean capaces de esgrimir un pensamiento lógico, acto este que les va a permitir el ejercicio de lo crítico, ser analíticos y que contextualicen situaciones no solo del ámbito local sino global a lo que, tarde o temprano, se han de enfrentar.

De igual forma le sirve al docente pues con esta estrategia se puede renovar nuestro arsenal didáctico para garantizar que el aprendizaje que se orienta contenga los elementos necesarios para hacer más atractivo el estudio de esta área que muchos consideran algo simplemente abstracto.

De otra parte, la temática trabajada es acorde con lo que se busca incentivar, en los estudiantes, pues el hecho de ofrecer estrategias que tienen como fundamento el enfoque concreto, pictórico y abstracto, hacen que la enseñanza de las matemáticas se desarrolle con más profundidad en lo que tiene que ver sus conexiones y aplicaciones entre los elementos abordados, con la finalidad de integrarlas al diario vivir y no verla como algo aislado y sin sentido considerando que hay que darle un valor agregado a los procesos académicos que se llevan al interior del aula de clase, innovando con el uso de material concreto y el trabajo cooperativo, como una forma de mejorar la, interacción de los estudiantes con su objeto de estudio, en este caso algunos

contenidos de la ciencia matemática, con miras a obtener mejores resultados, en las evaluaciones en las que participan los estudiantes, del orden interno y externo.

También la investigación le permite a los profesionales de otras áreas, disponer de una herramienta para que los estudiantes pueden llevar a cabo actividades en las cuales ellos sean los constructores del conocimiento mediante la representación de situaciones, con esto se logra que el estudiante pueda utilizar no uno sino varios tipos de lenguajes para representar situaciones y poder comunicarse de diversas formas, esto lleva como finalidad que el estudiante vaya adquiriendo la capacidad de organizar la realidad de acuerdo con normas más abstractas, traduciendo lo que sucede en su entorno a las formas simbólicas de representación y empiece a organizar la realidad de acuerdo a normas más abstractas, permitiéndoles traducir los acontecimientos del entorno a la forma simbólica de representación.

Por último, el uso de la estrategia beneficia tanto a niños como niñas, sin distinción alguno, lo cual favorece el hecho que sus relaciones con los demás miembros de la comunidad educativa se vean fortalecidos, pues se tiene una visión mejorada del papel protagónico de estos jóvenes en su proceso de formación integral y poder así trascender los límites de la escuela y proyectarse a la comunidad.

A todas las anteriores consideraciones se le pretende dar una respuesta, buscando la forma de Evaluar la efectividad del enfoque Concreto – Pictórico – Abstracto (CPA), como herramienta didáctica, para mejorar el aprendizaje de las expresiones algebraicas, de los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa las Delicias, durante el primer semestre del año 2018.

# **CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN**

## 1. Bases teóricas, investigativas, conceptuales y legales

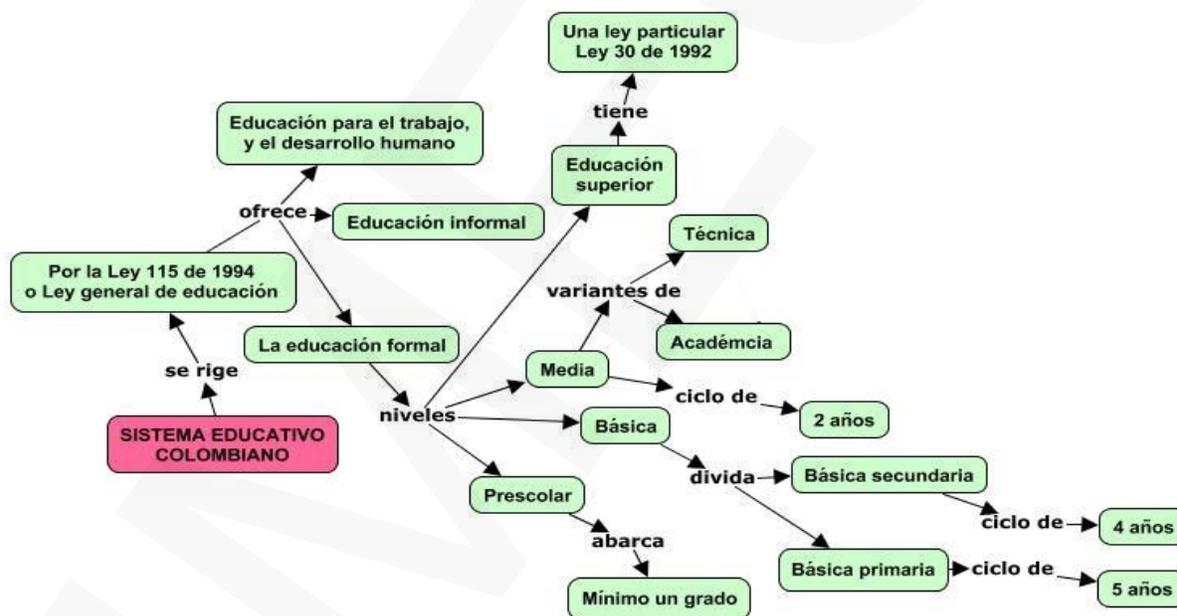
Para desarrollar la presente investigación se hace primordial tener claridad sobre una serie de tópicos conceptuales relacionados, esencialmente, con lo que es el Método Singapur y la estrategia pedagógico-didáctica del Enfoque Concreto, Pictórico y Abstracto, y que se resume en su propuesta metodológica para que los estudiantes interactúen con los contenidos de las matemáticas hoy; también se debe conocer y abordar lo relacionado con lo que es el aprendizaje colaborativo, así como también distintas teorías referentes a los procesos de interacción e interactividad del estudiante con su objeto de aprendizaje, todo lo anterior atravesado por un marco legal bastante ajustado al contexto de la investigación.

Cuando se revisa la bibliografía que permite acercarnos a la dimensión del respaldo teórico de la presente investigación, se puede interpretar que los argumentos teóricos, dan cuenta de que muchos procesos de educación han venido siendo sometidos, en muchos países, una serie de transformaciones en todos los niveles que lo conforman; esto suscita grandes cambios de modelos o paradigmas educativos, que como veremos, van desde dejar de lado la concepción del fenómeno de enseñanza-aprendizaje como transmisión y observación, donde el docente era el eje alrededor del cual giraba todo el proceso de enseñanza, hasta el modelo activo y participativo, donde el sujeto que aprende pasa a ser el centro de las tareas de pedagogía, lo cual, derivó en el establecimiento de nuevas estrategias para el aprendizaje y de ahí, catalogarlo como un aprendizaje significativo.

Entonces, el proceso de enseñanza y aprendizaje no ha escapado al tema de las discusiones de diversos teóricos, por el contrario, se ha nutrido de

distintas disciplinas y sus conocimientos y, por lo tanto, la mayoría de los niveles del sistema educativo colombiano, cuyo esquema se presenta en la ilustración No. 1, el cual está conformado por la educación preescolar, la básica primaria, la educación básica secundaria y la media vocacional e incluso la educación profesional universitaria, se han convertido en la base para realizar numerosas investigaciones con la intención de abordar el fenómeno de los aprendizajes que se están impartiendo al interior de este. Por ello, para apoyar el presente estudio, se hace referencia a fundamentos teóricos que tienen relación con la pedagogía y la didáctica.

Ilustración 1: Niveles del Sistema Educativo Colombiano



Fuente: La presente investigación 2019

La revisión bibliográfica con miras a conocer la génesis del Método Singapur y el enfoque CPA, permite comprender que estos derivan de investigaciones que se han propuesto caracterizar el pensamiento y comportamiento humano y, entenderlo en los contextos específicos que se entrelazan con los procesos de interacción entre estudiante y orientador, que se dan al interior de las aulas de clases, y que se inician desde etapas muy tempranas para los aprendices. Estos planteamientos le permiten al docente que los acompaña, ir más allá del mero hecho de educar y replantearse la forma en cómo lo hacen, a esta tarea se han dedicado catedráticos que van en pos de ese replantearse las metodologías postulan importantes opiniones y estudios que nutren los procesos de investigación actuales, entre estos tenemos:

A Jerome Brunner (1960), plantea que a la educación se le ha buscado un trasfondo de calidad y, al mismo tiempo, se entendió a esta como un ejercicio intelectual al que los estudiantes debían aspirar, lo anterior, dejando claro que no debe relegarse el hecho de que la educación deberá ser la herramienta que sirva para que los seres humanos alcancen, mediante ella, a convertirse en los gestores de una sociedad basada principios democráticos, pues, serán los mismos ciudadanos quiénes deberán pensarse la finalidad para la cual se educa.

La principal finalidad de su investigación fue el impulsar el desarrollo de una serie de habilidades que hicieran posible los postulados de la psicología cognitiva de aprender a hacer haciendo, lo cual traerá como consecuencia que los estudiantes puedan, mediante el dominio de estas habilidades, construir su propio conocimiento; de lo anterior se colige que para hacer posible esto, hay que concebir al aprendizaje como un procesamiento activo de la información que interactúa con el estudiante para que este tenga los cimientos que le permitan crear su propio conocimiento, el cual debe ser

construido desde la premisa de su propio punto de vista. Así, el aprendizaje se entiende como:

[...] procesos mediante los cuales simplificamos la interacción con la realidad a partir de la agrupación de objetos, sucesos o conceptos (por ejemplo, el perro y el gato son animales). El aprendiz construye conocimiento (genera proposiciones, verifica hipótesis, realiza inferencias) según sus propias categorías que se van modificando a partir de su interacción con el ambiente. Es por todo esto que el aprendizaje es un proceso activo, de asociación, construcción y representación. (Guilar, 2009, p. 237)

Es por ello que las investigaciones de Bruner, apuntan a algo esencial y primordial como es el estudio de las habilidades de tipo motriz, las representaciones mentales, abordando la solución de problemas, del lenguaje, la conducta emocional y el juego, para lo cual establece que los centros educativos deben incentivar en los estudiantes las capacidades cognitivas con miras a lograr que la educación ponga mayor énfasis en la estructura de los conocimientos que imparte.

De acuerdo con el pensamiento de Brunner (como se citó en Guilar, 2009), expuesto en su libro *El proceso de la educación*, publicado en 1960 y editado en México en 1963, para conseguir el adecuado desarrollo evolutivo de cada estudiante, se hace necesario plantear la implementación de un plan de estudios o currículo pertinente, este le debe proporcionar las herramientas, el material y los contenidos de la enseñanza de manera amplia y profunda. Para la consecución de lo anterior es ideal que ese currículo se desarrolle en

forma de espiral y no en forma lineal, lo cual va a permitir que ese estudiante pueda promover constantemente, desde los niveles más elevados, los núcleos básicos que tiene cada asignatura de estudio y le da la oportunidad de retraerse nuevamente a aquellos contenidos que no han quedado lo suficientemente clarificados.

Las tres etapas que define Brunner, para este proceso, tienen su fundamento en el desarrollo particular de las estructuras cognitivas de cada infante y su representación de la realidad, luego de que poco a poco se va haciendo consciente de ella a su modo, esas tres estructuras las resume de forma adecuada Guilar en su investigación enunciándolas así:

a) El modo “enactivo” (representar una determinada cosa mediante la reacción inmediata con ella, por ejemplo, montando en bici uno se representa la bici). B) “Icónico” (en este caso se utilizan imágenes o esquemas para representar, por ejemplo, un dibujo puede representar una bici). Y, finalmente, c) el modo “simbólico” (representar una cosa mediante un símbolo arbitrario, por ejemplo, representar una bici mediante la palabra “bici”). (Guilar, 2009, p. 237)

Posterior a todo el desarrollo cognitivo y su relación con el aprendizaje, (como se citó en Guilar, 2009), Brunner ahonda en las características de aquello que lleva lo cognitivo a lo real, a lo vívido: lo cultural y centra sus estudios en revisar cómo los estudiantes a medida que se desarrollan al interior de un contexto específico, pueden ser las mismas aulas de clases, van moldeando su personalidad, identidad, conociendo y acercándose a los

instrumentos que les permitirán vivir en sociedad y sentirse parte de una cultura, de un mundo real.

Por lo tanto, como lo expresa Bruner (como se citó en Calderón, 2014):

Si se respetan las maneras de pensar del niño que se va desarrollando, si uno es suficientemente cortés para traducir el material a las formas lógicas de él, y retarlo lo suficiente para tentarlo por adelantado, entonces es posible introducirlo en edad temprana a las ideas y estilos que en la vida ulterior harán de él un hombre educado. (p. 31).

Dando continuidad a la construcción del objeto de estudio, Zoltan Dienes, quien es un matemático de origen húngaro nacido en 1916, se dedicó a la enseñanza y, en el marco de esta, analizó cómo las estructuras matemáticas pueden tener una mejor y más efectiva enseñanza desde los tempranos años del conocimiento, en atención a ello, desarrolló métodos y fue un firme defensor del aprendizaje dinámico, en el cual, puedan utilizarse los juegos y otro tipo de novedosas estrategias que hagan de la interacción diaria en las escuelas y salones de clases una experiencia enriquecedora para estudiantes y guía, que sea recordada como una experiencia significativa no solo para los ellos sino también para quienes conforman la comunidad educativa.

De todos los planteamientos hechos por este autor, se destacan los que llevan un mensaje a los docentes del área de matemáticas, en el sentido que por muchas reformas que se le hagan a los sistemas educativos estas, en muchos casos, resultaran de forma y no de fondo en la medida que no haya un verdadero compromiso por parte de los maestros en adelantar los

cambios que se requieren para no seguir viendo a las matemáticas y su enseñanza como algo alejado de la realidad y reservado sólo para mentes brillantes, como es la creencia hoy en día. Por lo tanto, es menester que las interacciones que pongan en juego los estudiantes, en esta disciplina, se basen en hacerla aparecer como algo que ejerce un 'encanto' y que en ella se pueden conjugar tanto el juego como los procedimientos lógicos de los estudiantes, dando relevancia al hecho de no encasillarlos en reglas absolutas que ellos puedan o no entender.

Se considera de vital importancia lo expuesto anteriormente, reforzándolo con lo afirmado por Dienes (como se citó en Calderón, 2014), al tenor de lo siguiente: "*En efecto, esperamos que los maestros se esforzarán en pasar de una situación de enseñanza a una situación de aprendizaje*" (Dienes, 1969, p.7). En atención a que debemos estar atentos a la forma en cómo aprenden nuestros estudiantes, se hace necesario entonces que reformulemos nuestra forma de enseñar, lo cual nos encamina que exploremos nuevas formas que los estudiantes aprenda haciendo lo cual es una de las finalidades de la enseñanza constructivista y colaborativa. De igual forma, la anterior cita implica que se deben realizar cambios que van desde la misma organización de las aulas de clases, pasando por el trabajo en grupos o individual, en donde van a tener la oportunidad de mostrar su autonomía, en colaboración con el maestro o el grupo de pares.

De ahí que si en la praxis académica diaria logramos mezclar componentes personales con los que nos brinda la didáctica, se puede derivar en la obtención de mejores resultados en los procesos que orientamos con los estudiantes, logrando una motivación para aprender, de ahí que este tipo de ejercicios son los que resultan útiles para la creación de una cultura alrededor de nuevas interacciones para un mejor aprendizaje de las

matemáticas, como bien lo indica Pedro Calderón en su tesis de maestría, al reflexionar sobre lo que propone Dienes al afirmar que:

Corresponde hacer un cambio en la estructura de la sala, desde cambiar a enseñar matemática frente a toda una clase, a que los estudiantes aprendan matemática trabajando en grupos o individualmente, ya sean orientados por el profesor o en forma espontánea. Dienes, plantea la idea de aprender matemática con alegría, no estropeando los procesos ni la iniciativa de los niños con la implementación de premios y castigos. Los estudiantes al no estar "coartados" para la cultura de los premios y castigos, demuestran gran interés por el descubrimiento de novedades que le ofrece su entorno. Una sonrisa de su maestra, un golpecito en el hombro, son un estímulo suficiente. Trabajando de esta forma, los niños estarán animados de aprender matemática por sí mismos y no para destacar sobre los demás participantes de la clase. (Calderón, 2014, p.35)

Otro factor importante a considerar, en la línea de las aportaciones de este autor tiene que ver con hacer del estudiante un elemento clave en el desarrollo de los aprendizajes para que este se pueda considerar constructivo, y es el hecho de tener en cuenta las opiniones de los estudiantes, como para Brunner, es importante el trabajo en grupo, tenemos que para Dienes, será importante el interactuar por medio de las discusiones para que se pueda llegar a consensos, esto es lo que cuenta a la hora de poner en práctica aprendizajes activos, vinculando el uso de materiales concretos manejados por los estudiantes y el docente, todo debidamente

organizado y planeado con antelación, esto es sinónimo de enseñanza de habilidades sociales para la vida. Según Dienes (como se citó en Calderón, 2014), *"...es infinitamente mejor inclinar a los niños a que busquen la verdad, antes que la autoridad de la persona encargada de administrarla, el maestro, por ejemplo"*. (p. 36)

Aunque lo anterior suena a pérdida de autoridad del docente ante los estudiantes, no hay tal cosa, lo que se busca es que en el aprendizaje el maestro cumpla con el papel de mediador de procesos, un acompañante de los estudiantes y no lo que viene sucediendo hasta ahora: "el poseedor de la verdad". Los maestros deben entender que los estudiantes no "ven" el mundo con el mismo "cristal del lente" del profesor, que las situaciones problemas tienen diferentes formas de ser abordados para dar una solución y estamos incentivando que los jóvenes no sigan patrones establecidos con lo que el proceso de enseñar no cumple su cometido, pues simplemente estamos cayendo en el fenómeno de usar el método tradicional de enseñar que queremos erradicar.

Considerando lo expuesto arriba, se observa que es de imperiosa necesidad, por parte de los docentes, el hacer que la enseñanza de las matemáticas se convierta en un estudio, de esta rama del conocimiento, desde la temprana edad, como bien lo expresa Dienes (como se citó en Calderón, 2014), la enseñanza de la matemática no dependerá de un mero requisito, sino que formará para la cultura misma. *"En nuestra época se hace necesario educar a los niños en la comprensión de la matemática y de sus aplicaciones. Esto es una parte esencial de nuestra cultura"* (Dienes, 1969, p. 5).

De otra parte, Richard Skemp, matemático y psicólogo nacido en el Reino Unido en el año de 1919, su interés investigativo se centró en conocer cómo

es que aprenden las matemáticas los estudiantes. Puede decirse, luego de analizar algunos de sus postulados, que la percepción que tiene el autor riñe con la forma en como esta se está desarrollando en los actuales momentos, a pesar que sus planteamientos se ligan a los tiempos en que llevaba a cabo su labor de docente, esto lo deja entrever al afirmar en la introducción de su texto de 1980 y a modo de parafraseo de lo por él dicho, en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas se vela más por comprender desde el memorizar temas y no desde el hecho de percibir desde la comprensión misma de los temas y cómo estos pueden entrelazarse con las realidades que vivimos como docentes o estudiantes. (Calderón, 2014, p.38 - 39)

Así las cosas la obra de Skemp, ofrece una serie de aspectos que van en consonancia con la implementación de lo que se denomina aprendizaje constructivo, en este orden vemos que plantea una serie de pasos para no caer en lo que se denomina dar una receta de fórmulas para ser aplicadas en la solución de un problema, en detrimento de un proceso de hacer de ellas algo significativo y que tiene aplicabilidad en el transcurrir de la vida; esto que solo en principio, parecía algo solo de la incumbencia de la escuela ha traspasado los límites de ella y ahora es preocupación, no solo de padres familia, sino de todos los estamentos involucrados en el proceso de enseñanza de los estudiantes.

Skemp (como se citó en Calderón, 2014), en su investigación plantea que algunos teóricos de las matemáticas intentan presentarla como un desarrollo lógico, pues se apunta a mostrar que los contenidos matemáticos no son algo arbitrario. Al hacer esto se incurre en un error por dos motivos:

Primero se confunden los procedimientos lógicos de los psicológicos, es decir, la lógica trata de convencer a los que

dudan, mientras que los procedimientos psicológicos se esfuerzan por mostrar un camino hacia la comprensión. Segundo: la lógica se enfoca más que todo a mostrar cómo se obtiene el producto final del ordenamiento matemático en quienes aprenden, pero no se presentan los procesos por los cuales se hacen los descubrimientos en matemática, es decir, se “enseña la idea de conocimiento matemático, no el modo de pensar matemático. (Skemp, 1980 p. 17-18)

Como resultado de sus estudios de matemáticas, ligados con los de psicología, este autor hace dos planteamientos para poder dar una idea cabal que la enseñanza de las matemáticas pasa por las etapas de lo instrumental y lo relacional, o sea, del *saber qué* y del *saber hacer*, lo anterior lo lleva a establecer dos tipos de aprendizaje que se anteponen, por un lado el viejo enciclopedismo que hace que el estudiante caiga en alguna de estas nefastas consecuencias como la acumulación de datos, formulas, e información que no conduce al conocimiento, estudiantes no críticos, sin análisis de nada, entre otros aspectos y por el otro lado el aprendizaje significativo que hace del estudiante un miembro activo y participativo del proceso, que cuestiona, discute y propone lo que debe incorporar a su nueva estructura cognitiva para luego ser confrontado con lo que ha de ingresar a su conocimiento.

A continuación, y para ahondar en el estado del arte de la teoría del presente estudio, se hará un recorrido por las distintas investigaciones que se han llevado acabado en relación al Método Singapur y al Enfoque CPA, las cuales se organizan en tres grandes ámbitos socio espaciales específicos: internacional, nacional y local.

A nivel internacional: España y Chile se presentan como una propuesta importante a la hora de resaltar la aplicación y uso que se le ha dado en otros países al método Singapur y más allá, los resultados que se obtienen del mismo, así:

Por su parte, David Magaña Ranz, en su investigación realizada en el año 2010, estudia la multiplicación y división en primaria, por medio de un análisis comparativo entre España y Singapur. De tal investigación comparativa entre la forma de enseñanza tradicional española y la metodología innovadora de Singapur, el investigador concluye apartes importantes que van desde la metodología como la problemática del quehacer docente en su país, así:

El aprendizaje visual está dividido en varias etapas (concreta, pictórica y abstracta) favorece a los estudiantes en el aprendizaje práctico, dándole protagonismo para que experimente cada concepto aprendiendo mediante la observación en su contexto, además reflexionando y dándole solución sus posibles problemas que se le presenten en la vida y de acuerdo a sus necesidades, la metodología se basa en el pensamiento y la comprensión conceptual y en la resolución de problemas matemáticos mediante tres principios concreto, pictórico y abstracto; el aprendizaje de las Matemáticas, la Multiplicación y la División, los alumnos comienzan a estudiar la multiplicación en el primer curso de la educación primaria. Pero su inconveniente: es un método de difícil aplicación con personas con necesidades educativas especiales. (Magaña, 2010, p. 24 - 25).

Hay que destacar que el trabajo hace aportes valiosos en lo que tiene que ver con la implementación de metodologías que favorezcan el crecimiento intelectual de los estudiantes, en el sentido que este no debe quedarse en lo memorístico o repetitivo de los algoritmos en las operaciones, sino tratar, por

todos los medios, que la enseñanza de las matemáticas sea una tarea que involucre el uso de diferentes materiales manipulativos que lo ayuden a ser más dinámico y práctico concediéndole protagonismo al estudiante para que pueda optar por diferentes vías de solución de los problemas reflexionando sobre la manera en que puede abordar lo cotidiano de su contexto.

Del mismo modo reflexiona sobre el quehacer docente al indicar las problemáticas que se suscitan en torno al mismo:

Nuestro sistema educativo, además de no tener una correcta organización como el de Singapur, es arrastrado por una concepción de la educación bastante baja a nivel social, pues desde hace ya tiempo, se dejó de dar a la educación la importancia merecida. Prueba de esto es que los principales recortes hechos por el gobierno ante la situación de crisis han afectado directamente a la educación de las futuras generaciones, y que un amplio sector de la población considera que los futuros docentes han elegido la profesión de maestro por ser un título fácil de obtener y que te asegura un trabajo en el cual no se requiere gran esfuerzo, y que te abre las puertas de una vida basada en la comodidad. (Magaña, 2010, p. 28).

De su parte, Pedro Calderón Lorca, magíster en Educación, estudia en 2017 las Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de isla de Maipo. Entre las varias conclusiones que plantea el autor, se destacan las bondades que tiene la metodología Singapur, en el

proceso de aprendizaje de los estudiantes. Se resalta notoriamente lo siguiente:

Los y las docentes señalan su voluntad por capacitarse, para así poder contar con mejores herramientas en beneficio de los educandos; ya que reconocen que los cambios en educación son vertiginosos. Es por esto que la mayoría de los participantes de la investigación asistieron a las capacitaciones sobre Método Singapur, y los que no contaron con esta formación se dividieron en dos grupos: i) los que no fueron convocados, pero si expresan su deseo de capacitarse, y ii) los que decidieron no asistir, planteando razones personales (tiempo, cansancio, entre otros). (Calderón, 2017. p.91)

Los profesores y profesoras tienen clara la progresión didáctica que la metodología permite a los niños y niñas. Que el proceso debe comenzar desde lo concreto, pasar por lo pictórico, para así poder alcanzar la abstracción de los conceptos matemáticos. (Calderón, 2017. p.93)

Se produce un cambio acerca de la visión de los estudiantes, pasando de percibir a un alumno pasivo, que necesita que otro le enseñe a un estudiante activo, capaz de construir su aprendizaje, cuestionador de su formación, que pone lo que aprende al servicio de sus necesidades. El profesor se concibe a sí mismo como un mediador, más que un dictador de conocimientos. Por ende, los y las docentes reconocen que

necesitan de una mayor preparación, ya que ahora no es sólo entregar un contenido. (Calderón, 2017. p.94- 95)

Las anteriores conclusiones nos indican que, ante lo abordado, se debe atender lo propuesto por varios autores que están de acuerdo en que es de vital importancia que los docentes tengan y demuestren un dominio sobre los conocimientos que han de impartir a sus estudiantes, en este sentido existe lo que se denomina conocimiento didáctico del contenido que según la página web de Colombia Aprende, se refiere:

A los modos en que los docentes comprenden y representan los temas disciplinares a los estudiantes. Los buenos docentes adoptan este modo de comprender y representar los temas disciplinares, quienes además de conocer los contenidos claves de la materia, conocen las estrategias para su enseñanza y anticipan las posibles dificultades y concepciones erróneas que traen sus estudiantes.

Considerando lo anterior, se pone de relieve que el aporte más significativo, de este trabajo, a la presente investigación, estriba en que sirve para hacer un llamado de atención a los docentes que no se preocupan por apostarle al cambio e implementación de estrategias que enriquezcan su praxis diaria y que los ayuden a desarrollar unos procesos educativos acordes con las exigencias actuales, en el salón de clases o fuera de este, y se muestran reacios a hacer cualquier cambio que riña con lo tradicional, es decir, la misma metodología: la lengua, el tablero y el marcador.

Años después, Ana Melisa Espinoza Arias y Ana Carolina Villalobos Valdés, de la Universidad del Bío-Bío Facultad de Educación y Humanidades Escuela de Pedagogía en Educación Matemática, centraron su objetivo en: *“probar si existen diferencias significativas en el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado entre el Método Singapur y el Método Tradicional”*. (Espinoza & Villalobos, 2016, p.27). Como conclusiones, las autoras, se plantean las siguientes, en relación con las hipótesis de trabajo.

El Método Singapur tiene un mayor grado de efectividad en el Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado que el Método Tradicional de Enseñanza. [...] Los tres Grupos Experimentales muestran diferencias significativas entre el Pre-test y el Post-test, a diferencia del Grupo Control. (Espinoza & Villalobos, 2016, p.30)

Atendiendo a estas conclusiones se puede afirmar que este estudio es de gran aporte al presente trabajo, debido a que aborda otra de las problemáticas más notorias en el aprendizaje de las matemáticas, por parte de los estudiantes, como es el tema de las ecuaciones lineales que en esencia lleva también el componente de las expresiones algebraicas, haciéndolo desde la perspectiva de la resolución de problemas, para la cual debe saber emplear las habilidades que le brinda el manejo del método Singapur, en lo que tiene que ver con la representación de dichas ecuaciones.

A nivel nacional: Se destacan los trabajos de grado de las siguientes universidades y que están relacionados con el uso de la metodología Singapur, para dinamizar los procesos educativos en el aula de clase, estos son:

Por su lado, Vicky Milagro Orozco Barragán de la Universidad Del Norte Maestría en Educación con Énfasis en Matemáticas Barranquilla, 2017. Optimización del método Singapur usando TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de primer grado. El objetivo general de la investigación versó en: *“plantear un modelo de optimización del Método Singapur con el uso de las TIC´s, en la enseñanza de patrones y seriaciones matemáticas en estudiantes de primer grado de la IED María Cano”* (Orozco, 2017, p.15). Entre las conclusiones a que llega la investigadora se tienen:

Los avances que tuvo el grupo control a pesar de no haber recibido la implementación en la tecnología, demostró que la metodología CPA (concreto, pictórico y abstracto o simbólico) del Método Singapur cuenta con buenos resultados, pero al optimizarlo con las TIC´s, se obtendrán resultados mejores y permitiendo así asertividad con relación a la implementación.

La propuesta de innovación logró promover en los estudiantes aspectos como la curiosidad y el interés por el aprendizaje de las actividades propuestas. Manifestaron un estilo de trabajo ordenado y metódico. Se pudo tener en cuenta estilos y ritmos de aprendizajes en los estudiantes, tanto en el grupo control como en el grupo experimental; lo anterior derivó avances en su aprendizaje, aunque los resultados fueron progresivos en la competencia comunicativa. Se encontró debilidad en la competencia de razonamiento, aunque se abordó de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones, entre ellas: explorar diversas estrategias, escuchar el razonamiento de los demás y usar el material concreto de diversas maneras. (Orozco, 2017, p. 37).

Por último. Dora Emilce Ibarra Marín de la Universidad Nacional de Colombia con su Propuesta Metodológica para la Enseñanza de la División a través de Material Concreto Multifuncional y Tic en el grado cuarto de la Institución Educativa Josefa Campos, tuvo como objetivo general es: “*proponer los componentes de una propuesta metodológica para la enseñanza de la división a través de material concreto multifuncional y TIC en el grado cuarto de la Institución Educativa Josefa Campos*” (Ibarra, 2017, 31). La autora llega a las siguientes conclusiones:

Los estudiantes aprenden a elaborar su propio material y resuelve situaciones de repartos favoreciendo la investigación, dándole más sentido al cálculo matemático. Es una herramienta didáctica fácil de construir y brinda la oportunidad de obtener resultados y demostraciones precisas. El uso del rompecabezas multifuncional proporciona el desarrollo de habilidades para adquirir conocimiento fortaleciendo la creatividad y el trabajo en equipo; el niño aprende haciendo, interactuando y jugando, el proceso de división de números naturales y por último es un juego que rompe esquemas tradicionales en el aula permitiendo su propio aprendizaje mejorando la comunicación.

La propuesta metodológica para la enseñanza de la división a través del material concreto multifuncional y tic en el grado cuarto cumplió su objetivo principal, demostrando, que mediante esta herramienta aprendieron de una forma sencilla y fácil, el conteo, distribución y repartos, apropiándose de su propio conocimiento, mediante el trabajo en equipo, lograron motivarse asumiendo roles con mayor responsabilidad,

experimentaron y aprendieron a dividir jugando con el juego interactivo que fue novedoso y divertido. (Ibarra, 2016, p. 86)

Como aporte esencial al desarrollo de la presente investigación, se toma el hecho que se debe seguir incentivando, en los estudiantes, del ciclo de enseñanza secundaria, la creación del material concreto con el que han de trabajar los jóvenes, pues esto hace que se sumerjan en el mundo de manipular lo concreto de un posterior concepto en el que su raciocinio y demás habilidades se ponen a prueba para su aprendizaje.

A nivel local: En este ámbito es donde se nota la ausencia de estudios relacionados con la metodología Singapur o con una de sus componentes, en este caso el enfoque concreto, pictórico y abstracto.

En este sentido es donde cobra importancia esta investigación ya que, con su implementación, desarrollo y puesta en práctica, se espera que se despierte el interés por ahondar más en lo que pretende lograr para que el aprendizaje de las matemáticas pueda diversificarse y pueda alcanzar la significancia que se le debe dar en este contexto rural, en el que se encuentran inmersos los estudiantes.

En el apartado correspondiente a la fundamentación conceptual, se realiza una aproximación a los distintos referentes, de este tipo, que permitieron sentar las bases para el discurrir apropiado de este estudio que buscó entre, otros aspectos, delimitar las teorías más pertinentes sobre los requerimientos necesarios para la intervención de la problemática. En consonancia con esto se presentan, a continuación, los principales análisis relacionados con:

- ✓ El enfoque concreto – pictórico – abstracto.

- ✓ Los parámetros para la enseñanza de las matemáticas en Colombia
- ✓ Los Ejes articuladores: competencias y componentes, en el área de matemáticas.
- ✓ El Trabajo colaborativo.

El Enfoque Concreto – Pictórico – Abstracto, se ha convertido en uno de los sustentos básicos del método Singapur, esencialmente lo que propone es que los niños suelen comprender de forma más natural los conceptos matemáticos por medio de la manipulación de objetos concretos.

Esto alude al sistemático avance de la progresión que va desde lo concreto (manipulación de imágenes, materiales, etcétera), para indagar, descubrir y posteriormente aplicar conceptos matemáticos que faciliten la resolución de problemas; después de la anterior etapa se pasa a lo representativo o pictórico (mediante gráficas o pictogramas) de los datos, conocidos o desconocidos, las relaciones existentes entre el todo y las partes o las partes y el todo, con la finalidad de visualizar los procesos para resolver situaciones problemas.

Por último, el estudiante llega a formalizar lo correspondiente a los conceptos, integrando el uso de símbolos y signos matemáticos para traducir las experiencias relacionadas con las dos etapas anteriores, lo cual se aprecia en el manejo de algoritmos, secuencias numéricas, entre otros. (Matemáticas Maravillosas, 2018)

Ilustración 2: Esquema del Enfoque CPA



Fuente: Matemáticas maravillosas. En línea en: <http://matematicas-maravillosas.blogspot.com/2013/03/concreto-pictorico-abstracto-copisi.html>)

De acuerdo a los parámetros para la enseñanza de las matemáticas en Colombia, hace mucho tiempo ya que la comunidad de docentes del área de matemáticas, en nuestro país, viene siguiendo los lineamientos que, desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN), se proponen para que la educación de los niños, niñas y jóvenes pueda contribuir más a las grandes metas y propósitos de sociedad actual, la cual desde la perspectiva de lo personal, cultural, social, político y económico plantea nuevos desafíos y abre nuevos caminos en la certeza de que la formación matemática es vital para el logro de los fines que se le asignan a la educación.

Es así como se han expedido una serie de decretos, resoluciones y normas que están en concordancia con lo que se quiere lograr con la enseñanza de las matemáticas, dejándonos ver que, desde el pasado siglo, todo lo que se relaciona con la parte estructural-curricular de los planes de estudio, se ha ido ajustando para dar respuesta a los requerimientos de cada tiempo o momento.

Como complemento de lo anterior y con la intención de dar a conocer que las matemáticas son un saber estructurado alrededor del cual los estudiantes deben esgrimir unos procesos cognitivos el ente regulador, de la educación en Colombia, traza unas directrices en las que se definen una serie de habilidades para facilitar la mejora en los desempeños de los estudiantes, en las distintas pruebas que se implementan y sea tenido en cuenta como punto de referencia en las distintas instituciones del país para poder plantear, articular y organizar proyectos que definan los derroteros propios de cada nivel del sistema educativo. (MEN 2010).

En la misma línea de los anteriores planteamientos, se promulgan y promueven los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), que le permiten a la comunidad educativa, padres de familia y estudiantes, especialmente, conocer cuáles son los contenidos mínimos que identifican los saberes y competencias básicas para los grados de básica primaria, básica secundaria y educación media, en las instituciones del país.

Ahora bien, el conocimiento matemático se estructura alrededor de dos tipos de conocimientos, el conceptual y el procedimental; el primero como su nombre lo indica, está relacionado con la producción cognitiva de cada aprendiz y se podría decir que tiene que ver con que tanto sé y porqué sé. El otro tipo de conocimiento, el procedimental, nos remite a la idea de acción, de poner en práctica estrategias y técnicas para poder llegar a emitir o representar conceptos, este tipo de conocimiento estaría relacionado con el saber cómo se hace; una vez se logra la conjugación de los dos anteriores procesos, en toda actividad matemática, se tiene lo que el MEN, explicita como: *“ser matemáticamente competente”*.

El pensamiento numérico y el variacional, son solo dos de los cinco tipos de pensamiento matemático que se proponen desde el Ministerio de Educación para lograr ser competentes en matemáticas. De acuerdo con el MEN de 1998, el pensamiento variacional ha sido descrito como aquel que permite reconocer y caracterizar la variación y el cambio en distintos escenarios, así como la representación de diferentes sistemas o registros que pueden ser del orden verbal, gráfico, algebraico. Tiene un radio de acción que bien define así:

El pensamiento variacional se desarrolla desde los primeros grados en un nivel muy básico y se debe ir profundizando a medida que se avanza en los grados. Al llegar a octavo grado, se hace abstracto este pensamiento ya que las situaciones se representan todas a partir de la utilización de símbolos matemáticos como variables y expresiones algebraicas en general que se va articulando desde la educación primaria donde puede facilitar la comprensión y uso de conceptos, sistemas analíticos, entre otros, que al llegar a la educación secundaria se pueden ampliar en el manejo del álgebra. (Orozco, 2017, p.20).

En esa misma línea, Meintosh, (citado por el MEN, 1998 y leído en Orozco, 2017, p.20), conceptúa el pensamiento numérico como: *“la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en forma flexible para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”*.

Hay que tener en cuenta que para desarrollar el pensamiento variacional se debe llevar un proceso adecuado de actividades y que se respeten los

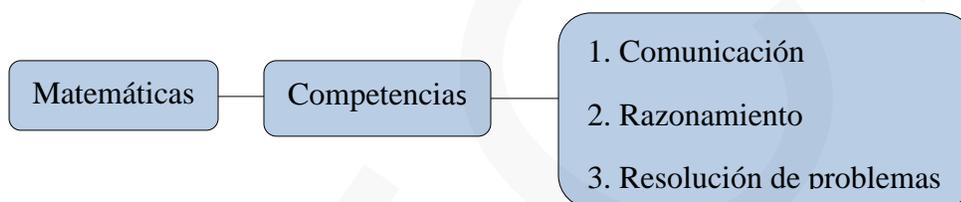
distintos ritmos de trabajo de los estudiantes debido a que es un pensamiento que involucra gran variedad de representaciones matemáticas que tienen que ver con la variación y dependencia de variables en resolución de situaciones problema. En el grado octavo, en específico, se tocan escenarios que se representan con una simbología que lo hace bastante abstracto, como el manipular símbolos que tienen que ver con expresiones algebraicas, es decir, se pasa de tocar (lo concreto) a representar mediante símbolos (lo pictórico), para llegar al concepto (lo abstracto), procesos pedagógicos de mucha atención para el correcto aprendizaje.

El componente numérico, por el contrario, se adquiere cuando el estudiante pone en uso todo su potencial cognitivo para pensar en los números y poder utilizarlos en contextos significativos, es notoria su manifestación a medida que se desarrolla el pensamiento matemático.

A través del desarrollo de este proyecto lo que se buscó fue que los estudiantes pudieran desplegar una serie de habilidades y competencias susceptibles de ser evaluadas por parte del gobierno, en el área de matemáticas, tomando como base las evidencias de los distintos aprendizajes y la apropiación de los conceptos trabajados en el plan de área y que involucran a las competencias de comunicación, la resolución de problemas y el razonamiento; en atención al contexto de la evaluación, se entiende por competencia aquellas acciones que un sujeto realiza de forma significativa, en un contexto y además se cumplen con las exigencias del mismo, es decir se sabe hacer en ese contexto, como lo afirma Carlos Ignacio Jiménez Montoya en *La Formación por Competencias. Una Estrategia Integral de Educación o un Paradigma de la Globalización*, (s.f. p. 4).

En el aspecto educativo y con la finalidad de evaluar competencias que sean significativas para el desarrollo científico y tecnológico del país y que estén acordes con el convivir en la cultura actual, en las pruebas denominadas SABER, se determinaron tres tipos de competencias para evaluar la disciplina matemática, las cuales se presentan en la ilustración No. 3.

**Ilustración 1 - Competencias para evaluar la disciplina matemática**



Fuente: La presente investigación 2019.

En el esquema anterior, la competencia de comunicación, hace referencia a la capacidad de identificar la coherencia de una idea respecto a los conceptos matemáticos expuestos en una situación o contexto determinado y también se evalúa la habilidad para manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, es decir, el uso y la interpretación del lenguaje matemático.

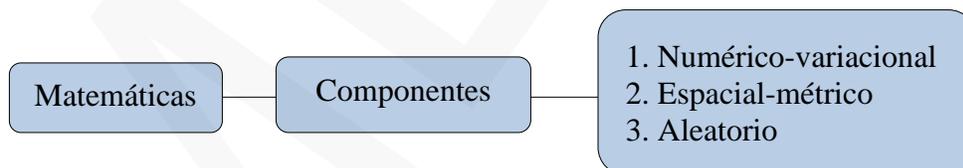
En lo que hace referencia a la segunda competencia, esta está relacionada con la identificación y el uso de estrategias y procedimientos para tratar situaciones problema, la enunciación de hipótesis y conjeturas y exploración de ejemplos y contraejemplos, la identificación de patrones y la generalización de propiedades.

Por último, la competencia de resolución de problemas abarca la capacidad de plantear y resolver problemas a partir de contextos matemáticos y no

matemáticos, de traducir la realidad a una estructura matemática y de verificar e interpretar resultados a la luz de un problema, de manera que se generalicen soluciones y estrategias que resuelvan nuevas situaciones. Como se acota esto son ciertos alcances que se pretenden lograr con el trabajo colaborativo y la resolución de talleres de los libros guías con los parámetros propuestos por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), que es el encargado de llevar a cabo las evaluaciones en el sistema educativo Colombiano, donde se involucra la implementación, de los diferentes componentes o tópicos del área de matemáticas propuestos en las pruebas que se le aplican a distintos niveles llamadas SABER,

Cada pregunta formulada por el ICFES, hace alusión a un componente, de esta forma los componentes evaluados se ilustran a continuación

**Ilustración 2 - Componentes evaluados por el ICFES**



Fuente: La presente investigación 2019.

De vital importancia fue la inclusión del aprendizaje colaborativo para el desarrollo de las distintas actividades desarrolladas con los estudiantes, pues mediante su implementación se pudo lograr la conjugación de diversos aspectos que resultan ser trascendentales, para la persona que se forma, toda vez que con este tipo de aprendizaje se le da cabida a la verdadera formación integral del ser humano al tener en cuenta que se incentivan una serie de habilidades de tipo social y que son tan necesarias, en la cambiante

cultura globalizada, para formar estudiantes holísticos como lo sostienen Collazos y Mendoza al afirmar:

El uso instruccional de pequeños grupos de tal forma que los estudiantes trabajen juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás [John93]. Los estudiantes trabajan colaborando. Este tipo de aprendizaje no se opone al trabajo individual ya que puede observarse como una estrategia de aprendizaje complementaria que fortalece el desarrollo global del alumno. (2006, p. 2)

De esta forma se le da cumplimiento a las exigencias de una educación con calidad y humanista que haga acopio de los contenidos de las áreas de estudio en la formación del individuo, el saber; además que aborde el hecho que el estudiante debe ser competente al momento de poner en práctica lo aprendido, saber hacer; para que por último destaque un aspecto preponderante para los tiempos de hoy: que el sujeto que aprehende conocimiento debe ser portador de la semilla para que se reproduzca en la nueva generación el rescate del ser, con lo que la axiología nos enseña, y que no se tenga esto como una utopía.

Además, como se resalta en una de las conclusiones del documento *Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor*, de Collazos y Mendoza, este tipo de aprendizaje les permite a los docentes, al momento de implementarlo, lograr que los estudiantes puedan ser los verdaderos “protagonistas” de su aprendizaje, ya que:

El aprendizaje colaborativo no es un mecanismo simple, el conocimiento es construido, transformado y extendido por los

estudiantes con una participación activa del profesor cambiando su rol. De esta forma, los estudiantes construyen activamente su propio conocimiento. El esfuerzo del profesor está enfocado en ayudar al estudiante a desarrollar talentos y competencia utilizando nuevos esquemas de enseñanza, convirtiéndose en un guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje. (Collazos, C. y Mendoza, J., 2006. p.2)

En los siguientes párrafos se desarrolla el marco legal en que se apoya la presente investigación, disertando que para Colombia, en términos de referentes legales, se hace indiscutible el papel de la educación en los planes de gobierno y en el alcance de las metas de un país en desarrollo, lo anterior, tiene su sustento máximo en nuestra Carta Magna, más concretamente, en su Artículo 67, el cual nos ofrece un panorama concreto sobre lo que representa la educación para las personas y la sociedad en general, asignándole una importancia capital a la educación como proceso de construcción de individuos políticos y sociales, bien fue escrito que la educación: *"[...] formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del medio ambiente"*. Constitución Política Colombiana, 1991 (p.9)

También se deja en claro que tanto el Estado, la sociedad y la familia, son los responsables del acto educativo, para lo cual la nación, en conjunto con las entidades territoriales, como departamentos y municipios, participaran en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos que demande el Estado. (Constitución Política Colombiana, 1991 p. 9).

Para lograr este cometido el estado Colombiano, promulgó el 8 de febrero de 1994 la Ley 115, mejor conocida como: Ley General de Educación, la que en su Artículo 77, pone en práctica la autonomía de las instituciones de educación en el país, dándole a la comunidad educativa la potestad para reformar el currículo y así poder adaptarlo al contexto inmediato de cada uno de estos establecimientos, todo en consonancia con el Artículo 33 del Decreto de Ley 1860 del 3 de agosto de 1994, donde se plasman los criterios que se deben tener en cuenta para la elaboración del currículo de cada institución educativa, dentro de los entes administrativos territoriales.

Lo manifestado en el párrafo precedente, trae como consecuencia que todo establecimiento educativo, debe contar con una “carta de navegación” que le marque los derroteros a seguir, para la implementación y desarrollo de su procesos educativos, este es el Proyecto Educativo Institucional (PEI), en donde se deben implementar una serie de elementos para la puesta en marcha de toda práctica educativa, como son las estrategias que deben guiar los procesos de aprendizaje de los estudiantes, los planes de estudio y el reglamento o manual de convivencia.

Para reforzar lo dicho, el 4 de abril de 2014 el Gobierno Nacional, promulga los lineamientos curriculares, que vienen a apoyar y orientar la labor conjunta de implementar desde los planes de estudio de cada ciclo y de cada área, los distintos estándares básicos de competencias, para cada grupo de grados; ya en el año 2015 se adiciona a esta propuesta, los derechos básicos de aprendizaje, que son los que permiten definir lo que cada estudiante, en cada ciclo, debe ser capaz de aprender en cada uno de los grados del sistema educativo Colombiano.

Se añade que el Decreto 1290 de 2009, es el que se encarga de esbozar los lineamientos que se requieren en la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes dentro de los distintos grados que integran el sistema de Educación Nacional, como son la básica primaria, la básica secundaria y la educación media, proponiendo directrices en tres aspectos de la evaluación: la forma de evaluación internacional, la nacional y la doméstica, también llamada evaluación de aula. Es de aclararse que la evaluación internacional tiene que ver con los aspectos que tocan la promoción de estándares internacionales asociados a lo tecnológico, lo científico y lo social de los miembros de la Organización para el Comercio y el Desarrollo Económico (OCDE).

En cuanto a los parámetros que desarrolla la evaluación nacional, esta es una herramienta enfocada a explicitar los avances que los estudiantes han alcanzado a través de la praxis educativa diaria que se desarrolla en las instituciones, relacionados con las competencias y estándares que ha establecido el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y que reciben la denominación de PRUEBAS SABER, aplicadas a los grados de básica primaria (Tercero y Quinto), básica secundaria (Grado Noveno) y la media (Grado Once).

El otro componente de la evaluación es el que toca lo concerniente a la calidad de los procesos educativos del aula, evaluaciones internas, que fija su epicentro en las diferentes estrategias que se aplican a los estudiantes en sus vivencias diarias, en el aula, y que son las que incitan al docente a replantear la praxis educativa para que los procesos de enseñanza y aprendizaje tengan la consolidación que se requiere para que sean significativos. Vale anotar que estas pruebas son las que hacen que se intervenga, por parte de los docentes, en el desarrollo e implementación de

propuestas, como la del presente estudio, con la finalidad de incidir en la problemática del bajo rendimiento académico y los bajos desempeños en los niveles de evaluación nacional.

## **2. Sistema de variables definición conceptual y operacional**

Variable independiente: Enfoque concreto- pictórico-abstracto. Se determinó teniendo en cuenta que existe un detallado desmejoramiento en las capacidades o competencias que ostentan los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Las Delicias en Tierralta, Colombia, lo cual se quiere disminuir mediante la aplicación del enfoque CPA, en ese grupo de estudiantes, durante el primer semestre del año 2018, con la finalidad de mejorar los indicadores internos de evaluación y de pruebas nacionales, denominadas SABER, en matemáticas.

Variable dependiente: aprendizaje de las expresiones algebraicas, para esto se tendrá en cuenta indicadores de evaluación al estudiantado, notas de talleres y procesos de aplicación del enfoque que permitan visualizar la finalidad e intención expresada en la variable independiente y que buscará evaluar el impacto generado en los estudiantes en razón de la aplicación del enfoque.

### 3. Operacionalización de variables

Tabla 2 - Operacionalización de variables

<b>VARIABLE</b>	<b>DEFINICIÓN CONCEPTUAL</b>	<b>DEFINICIÓN OPERACIONAL</b>
<i>Enfoque concreto-pictórico-abstracto.</i>	Es el enfoque que trabaja partiendo de algo Concreto que podemos manipular, para llegar a una imagen, representativa, que sería lo Pictórico y, por último, avanzar al concepto trabajado, que sería lo Abstracto. (García, 2017)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Actividades de tipo didáctico.</li> <li>- Elaboración de material concreto</li> </ul>
<i>Aprendizaje de las expresiones algebraicas.</i>	Proceso a través del cual el estudiante es capaz de aplicar conocimientos propios del área de matemáticas, para afrontar los retos que le plantean las competencias matemáticas de comunicación, razonamiento y resolución de problemas, de tal forma que utilice los mecanismos que le proporciona el enfoque CPA. Este aprendizaje se ve reflejado en la habilidad que posea el estudiante para enfrentar problemas que requieran de la necesidad de realizar abstracciones de lo real a lo algebraico, usando el enfoque.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estrategias de aprendizaje</li> </ul>

Tabla 3 - Operacionalización por indicador e ítems.

<b>VARIABLE</b>	<b>DIMENSIONES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>ITEMS</b>
<i>Enfoque concreto-pictórico-abstracto</i>	Competencias comunicativas, de razonamiento y resolución de problemas	Talleres evaluativos de <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comunicación</li> <li>- Razonamiento</li> <li>- Resolución de problemas</li> </ul>	Comunicación: 1, 2, 3,4.5. Razonamiento: 9, 10, 11,12. Resolución de problemas 6,7,8,

# **CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN**

## 1. Enfoque y método de investigación

Todas las fases de esta investigación se desarrollaron bajo los preceptos del modelo epistemológico del positivismo, ya que, brinda la posibilidad de realizar acercamientos a la realidad de un hecho específico, por medio de la experiencia y la sistematización. Al remitirnos a la corriente positivista, entre cuyos autores tenemos a Jhon Stuart Mills, Claude de Saint-Simon y Augusto Comte, entre otros, se puede colegir que pretenden hacer una aproximación al conocimiento explicando los fenómenos de la realidad mediante una causa, que además cumpla con leyes generales y universales, utilizando para ello la forma inductiva, desechando la creación de teorías que no tengan un fundamento objetivo basado en pruebas documentales. Como bien lo manifiesta José Pérez, el positivismo es una *“[...] teoría o sistema basado en la opinión de que, en la vida social, así como el sentido de las ciencias naturales, experiencias y su tratamiento lógico y matemático son la fuente exclusiva de toda la información que vale la pena”*. (Adler, 1964, pág. 520).

En este caso, uno de los objetivos del presente se concentró, precisamente, en identificar las dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes de la población objeto de estudio, relacionadas con las expresiones algebraicas y que se logran observar en los resultados de las pruebas SABER que se vienen presentando durante los años 2015 al 2017. Por lo que, observar una realidad tan concreta como lo son resultados medibles y cuantificables permite que, realizar dicha identificación bajo parámetros positivistas viabilice el comprender el objeto a estudiar, mediante un rigor racionalista que es el análisis de los datos y del seguimiento a la estrategia implementada, frente a condiciones empiristas que nacen del contexto de la problemática y donde se

espera evaluar variables que se encuentran por fuera de las pruebas SABER, y que pueden irse visibilizando en el diario de las actividades dentro de un salón de clase. Lo anterior, deriva en la forma de escoger la muestra y en el método implementado, en el cual se favorecerá el manejo de los datos de tal forma que respondan a una medición estadística del desempeño de los estudiantes, cruzando o comparando factores contextuales que pueden incidir en el aprendizaje de los mismos, como lo son: la parte económica, los tiempos de ocio, la dedicación extraescolar y la familia.

Entonces, se hace necesario aplicar un enfoque cuasi experimental, es decir sin llegar a experimentos concretos, buscando la manera de transformar la enseñanza de los procesos matemáticos que derivaron en resultados con calificaciones bajas y que por resultado, posicionaron a la Institución educativa en niveles inferiores frente a otras instituciones, buscando incentivar el uso del lenguaje algebraico, que es la base para interpretar diversas relaciones no solo en el área de matemáticas, sino también en otras disciplinas de estudio, por medio de innovadoras formas de emplearlo en las actividades en clases.

## **2. Tipo de investigación**

Así las cosas, la presente investigación es de tipo evaluativo la cual, Tejedor, García-Varcancel y Rodríguez (como se citó en Harin Mejía, 1994), definen como un proceso: *“[...] riguroso, controlado y sistemático de recogida y análisis de información válida y fiable para tomar decisiones acerca del programa educativo; y así aumentar la racionalidad de las decisiones acerca de la puesta en marcha, sobre su desarrollo y evaluación [...]”*. (p. 736). Además, como

menciona Sierra, R. (1996), *“se basa en el supuesto de que la variación de una a otra medida se debe al influjo de la variable experimental, lo que quedará directamente evidenciado en los análisis del grupo control y del grupo experimental”*. (Citado por Copa & Villalta, 2017, p.60)

De ahí, el objetivo de evaluar en un grupo experimental la implementación de una nueva estrategia didáctica frente a un grupo que continuará recibiendo los temas como se ha venido haciendo, se presenta como una oportunidad de cuantificar el desempeño de los estudiantes expuestos a formas pedagógicas distintas de aprender, y sumado a ello, se puede evaluar a las estrategias usualmente implementadas tratando de verificar de dónde vienen las falencias que se observan en los resultados. Así, al evaluar la efectividad del cambio en el tipo de estrategia que se suele implementar a la hora de fortalecer el aprendizaje de las expresiones algebraicas posicionando un giro pedagógico hacia el enfoque Concreto – Pictórico – Abstracto (CPA), deberá ser medida con el fin de, establecer unos resultados que respondan a la intención inicial de este proyecto.

Así mismo, en lo que tiene que ver con el diseño de la investigación, se adoptó uno de carácter cuasi experimental de dos grupos que no han sido intervenidos tomándose a uno de ellos, como grupo de control y el otro como grupo experimental. Vale la pena aclarar que los *“diseños cuasi experimentales, son aquellos que toman una variable independiente y la manipulan, en forma deliberada, para posteriormente analizar su efecto y relación con una o más variables dependientes”*. (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006 p. 151)

Es importante tener en cuenta que en este tipo de diseño existe una situación base o punto de comparación, porque previamente se hizo una

medida inicial del grupo, antes de ser expuesto a la influencia del estímulo que se aplique. También, que se pudo establecer relaciones de causalidad para lo que se tuvo que cumplir con ciertos requisitos o condiciones, entre los que están: que la variable independiente debió anteceder a la variable dependiente y que debió existir covarianza entre las variables y, por último, que no se tuviesen en cuenta las explicaciones alternativas porque es solo la influencia del estímulo, lo que intervendrá en este estudio.

### **3. Diseño de la investigación**

Ante lo dicho, la actual investigación se circunscribe para su desarrollo, en el paradigma cuantitativo, el cual hace parte del esquema epistemológico del positivismo y que, se toma como punto de referencia pues, se implementa a través de los datos, los que, se traducen en las calificaciones que obtuvieron los estudiantes durante la puesta en marcha de la estrategia pedagógica. Esto permitió realizar conclusiones estadísticas, dotando a la investigación de una perspectiva medible, útil durante la ejecución del proyecto y posteriormente, a la hora de tomar decisiones curriculares.

Del mismo modo, el diseño cuantitativo se presenta como una estrategia de modelado de la realidad que *“Está basada en la recopilación y en el análisis de los datos que fueron obtenidos, por medio de la aplicación de instrumentos investigativos”*. En este mismo orden, se sostiene que los métodos cuantitativos le presentan al investigador una serie de características, entre las que se destacan, la objetividad, la posibilidad de generalizar y el estudiar conductas y fenómenos. (Mendoza, 2013).

Entonces, el diseño de investigación se constituyó como de carácter descriptivo y experimental, toda vez que, por un lado, se logra describir el fenómeno de estudio mediante la recopilación, análisis y presentación de los datos sistematizados Test a Test durante el tiempo de puesta en ejecución del proyecto. Y por el otro, el diseño experimental, que se suele utilizar cuando se busca establecer la relación entre causas y efectos de situaciones determinadas, por lo que, en el presente, se logra observar el efecto causado por la variable independiente sobre la variable dependiente, lo que deriva en la medición cuantitativa y el análisis del evaluar el impacto generado en los estudiantes en razón de la aplicación del enfoque.

#### **4. Hipótesis**

H1: El uso del enfoque concreto-pictórico-abstracto sirve para mejorar los aprendizajes de las expresiones algebraicas de los estudiantes del grado 8<sup>a</sup> de la Institución Educativa las Delicias, del municipio de Tierralta.

H2: El grupo Experimental, es decir 8-01 presenta diferencias considerables o significativas con valor estadístico entre el Pre-Test y el Post-Test; mientras que, el grupo de control: 8-02, no tendrá diferencias significativas.

H3: El grupo de control tendrá menor desempeño en los talleres de seguimiento frente al grupo experimental que desarrollará los talleres con base a la enseñanza del enfoque CPA.

## 5. Población y muestra/unidades de estudio

El universo de investigación en el presente trabajo está conformado por la población estudiantil de la Institución Educativa Las Delicias, la cual se encuentra ubicada en la zona rural del municipio de Tierralta, departamento de Córdoba, en la República de Colombia; esta institución tiene la misión de impartir el servicio de educación pública en tres sedes: la principal, en el reasentamiento humano de Las Delicias, la sede de San Rafael, en el reasentamiento del mismo nombre y la sede de La Paz, en el reasentamiento de Los Pollos. Es de anotarse que estos reasentamientos fueron construidos con las especificaciones técnicas suministradas por la empresa Urrá, responsable de llevar a cabo la reubicación de los habitantes de varios corregimientos y veredas que estaban asentados en predios que fueron utilizados para la construcción de una represa destinada a la producción de energía hidroeléctrica.

A continuación, se muestra la población estudiantil de cada reasentamiento; esta población que se atiende en las dos últimas sedes pertenece exclusivamente a los grados de preescolar y a la educación básica primaria pues los grados superiores, del bachillerato (básica secundaria), se concentran en la sede principal, que corresponde a la sede de las Delicias. Los niveles y grados como son el preescolar, la educación básica primaria, la educación básica secundaria y la media vocacional, este último nivel, se imparten en la sede principal.

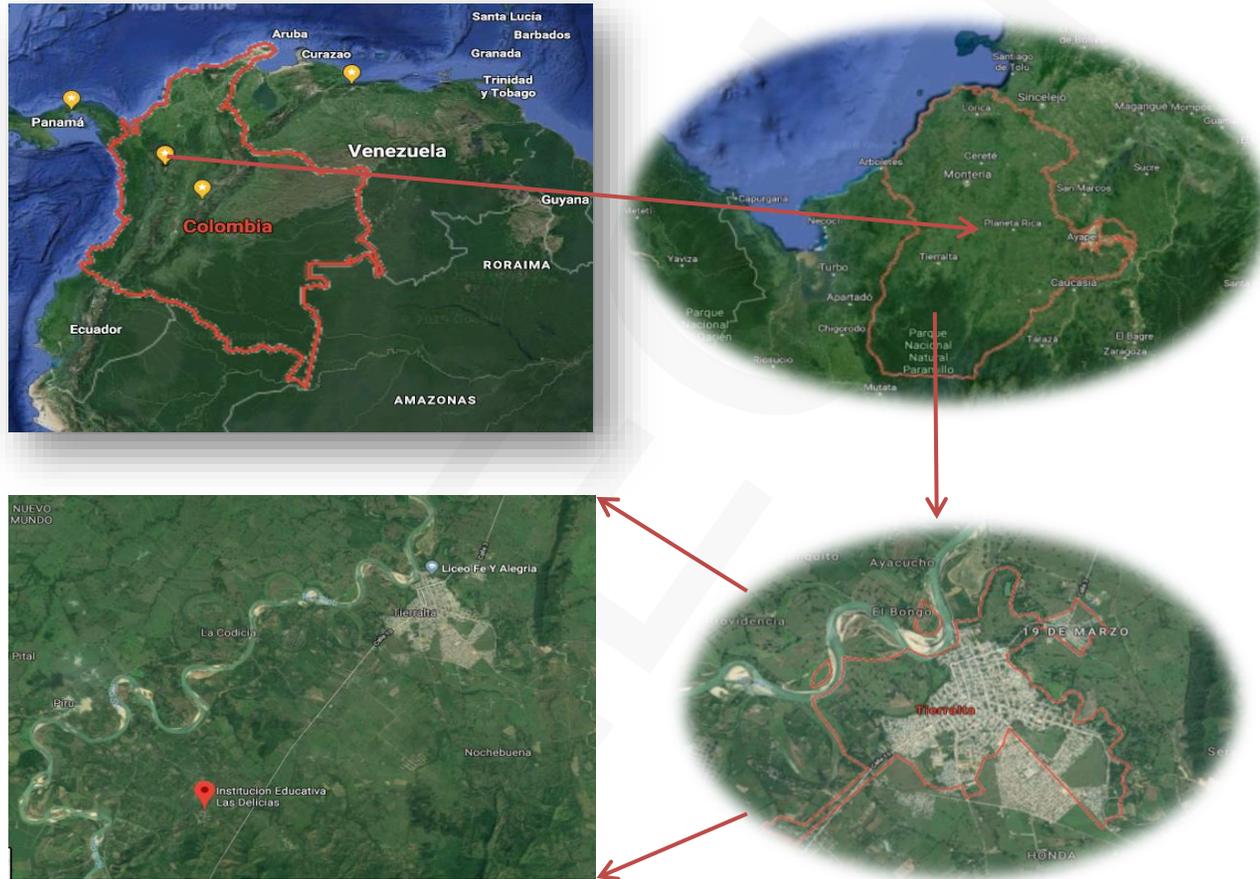
Tabla 4 - Distribución de estudiantes por sedes de la Institución Educativa Las Delicias

***Número de estudiantes por sedes***

<b>Sede</b>	<b>Ubicación</b>	<b>Número de estudiantes</b>
<i>Principal</i>	Reasentamiento Las Delicias	585
<i>San Rafael</i>	Reasentamiento San Rafael	125
<i>La Paz</i>	Reasentamiento Los Pollos	270

Fuente: La presente investigación 2019.

Ilustración 3 - Posición geoespacial de La Institución Educativa Las Delicias en el Municipio de Tierralta, departamento de Córdoba, Colombia



Fuente: La presente investigación 2019.

El número de estudiantes con que cuenta la Institución en los grados octavo, se constituyen en la población objeto de estudio, y es de un total de 45 estudiantes.

La muestra se constituye por estudiantes de cualquier sexo, matriculados para el año 2018 en el grado 8vo. De la educación media (bachillerato) de la Institución Educativa Las Delicias. El escoger a este conjunto de estudiantes se relaciona con el prepararlos mediante test para la presentación al año siguiente de las pruebas SABER, asimismo, ya que, actualmente quien realiza el presente trabajo de maestría es profesor de los estudiantes, por lo que, la muestra a escoger es más accesible.

En ese sentido, el tipo de muestreo implementado se concibe como no probabilístico por conveniencia, y este se da al interior de la investigación debido a las limitantes de tiempo para ejecutarla y a la cercanía con la muestra escogida.

### **Criterios de inclusión.**

Se incluirán en el presente estudio a los individuos que cumplan con las siguientes características:

1. Ser estudiante matriculado del grado 8° de la institución
2. Asistencia puntual y constante a las clases, pues de ellas se deriva el resultado que se espera obtener.
3. Autorización de los padres o tutores.
4. Firma de consentimiento informado.

### Criterios de exclusión

Se excluirán del estudio a todos aquellos estudiantes que:

1. Se retiren de la Institución educativa.
2. A los estudiantes cuyos padres o tutores no acepten la participación de sus hijos en el estudio.
3. A estudiantes de otros grados o instituciones.

De ahí, el grado 8°01 cuenta con 20 estudiantes y 8°02 con 25 alumnos, para un total de 45 individuos al iniciarse el año lectivo que cumplían con los criterios de inclusión; sin embargo, no se contó con 5 estudiantes que fueron retirados del colegio antes de realizarse la primera sesión de talleres. Por lo anterior, el muestreo se realizó con 40 estudiantes, 20 por cada curso, así:



Ilustración 4 – Muestra.

Fuente: La presente investigación 2019.

Cabe mencionar que, para los efectos de la presente investigación, se consideraron los grupos a estudiar, como se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 5 - Clasificación de los grupos de estudio**

***Clasificación de los grupos de estudio***

<b>No.</b>	<b>Grupo</b>	<b>Grados</b>	<b>Clasificación</b>	<b>Número de estudiantes</b>
1	G <sub>1</sub>	Octavo 01	Grupo experimental	20
2	G <sub>2</sub>	Octavo 02	Grupo control	20

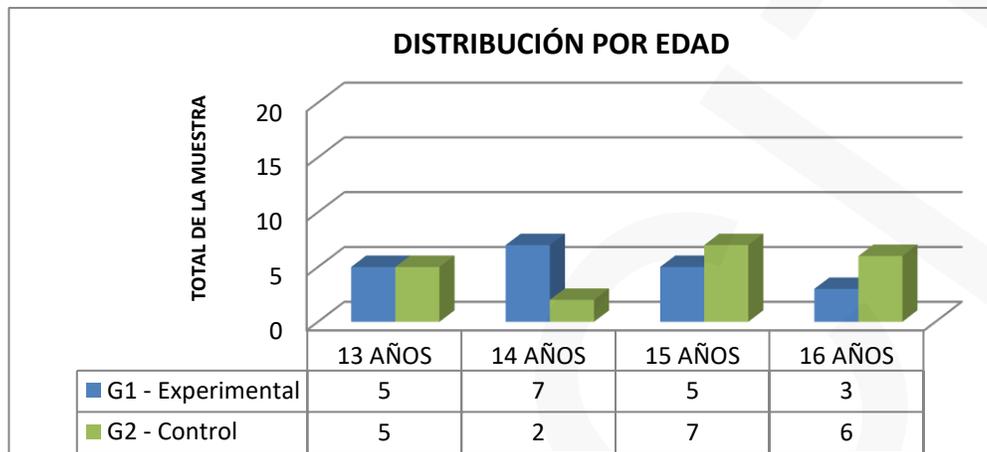
Fuente: La presente investigación 2019.

Como se observa en la tabla, el grupo 01, denominado como experimental, estuvo conformado por los estudiantes del grado octavo 01, consistente en 20 estudiantes cuyo rendimiento académico es regular, y en lo que tiene que ver con el aspecto de convivencia son jóvenes que demuestran gran compañerismo y respetan las normas establecidas en el Colegio, sus edades se ubican entre los 13 y los 16 años.

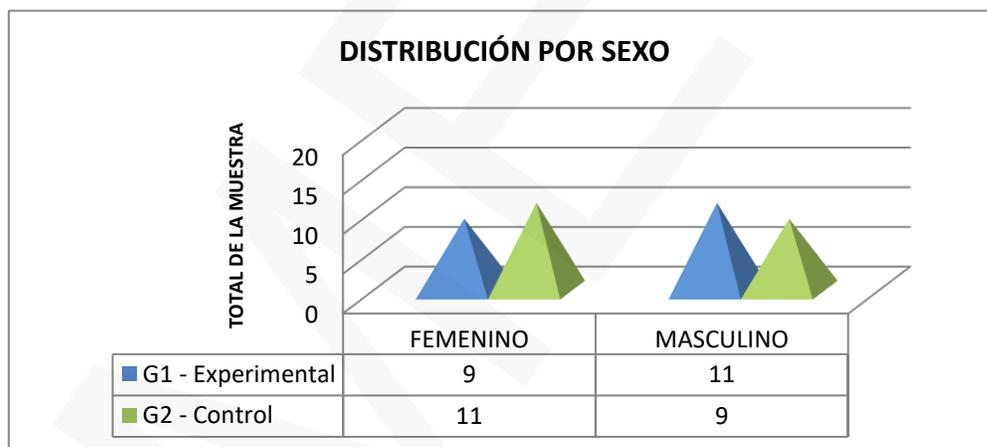
Así mismo, el grupo control, correspondiente al grado octavo 02, conformado por 20 estudiantes, cuya principal característica estriba en que son jóvenes con notas de rendimiento académico que van de lo regular a lo deficiente. En general, conservan el hecho que son de buen comportamiento, en cuanto a convivencia se refiere en el aula de clases, y respetan a sus pares y profesores. Sus edades van de los 13 a los 16 años.

En cuanto a lo homogeneidad, las características entre los dos grupos fomentarán la representatividad de ambos, lo cual evitará que aparezcan variables extrañas.

**Ilustración 5 - Distribución de la muestra según edad.**



**Ilustración 6 - Distribución de la muestra según sexo.**



## 6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas que se utilizaron en el presente estudio fueron: a) la encuesta, el Pre-Test, talleres de seguimiento y Post-Test aplicados a los dos grupos mencionados.

Así las cosas, para la recopilación primaria de datos, se estableció el uso de dos encuestas, cuyo objetivo principal fue recabar información que permitiera detectar cuáles eran las principales dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes y al mismo tiempo acercarse a la realidad, desde el punto de vista de la contextualización del entorno, donde se desenvuelve este, y poder determinar aspectos de los ambientes tanto familiar como del estudiante.

Se recurrió a este tipo de instrumento de recopilación de información, toda vez que una encuesta se concibe como: *“método de investigación capaz de dar respuestas a problemas tanto en términos descriptivos como de relación de variables, tras la recogida de información sistemática, según un diseño previamente establecido que asegure el rigor de la información obtenida”* (Buendía et al., 1998, p.120).

Es preciso apuntar que con la encuesta se buscó caracterizar dos tipos de acercamiento a la realidad de los estudiantes, el primero de ellos en términos del contexto escolar y los gustos frente al curso y el segundo, el contexto familiar en que se desenvuelven a la hora de salir del colegio y decidir estudiar en casa, puesto que, esto nos permitía observar el comportamiento del estudiante en clases pero también, caracterizar cómo se relacionaba con sus tareas directamente por fuera del ente educativo; estos formatos se muestran en los Anexos No. 3 y 4.

De otra parte, el instrumento por excelencia del estudio es aquel se ha denominado como Test, en lo referente a la recopilación de información conducente a las necesidades del estudio, dentro del diseño del Test, se tuvieron en cuenta ítems que se vinculan con la forma en cómo los estudiantes del grado 8° enfrentan ciertos cuestionamientos que tienen que

ver con las competencias del área de matemáticas como son el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas, relacionadas con las expresiones algebraicas; este se muestra en el anexo No. 5. En este orden de ideas y para dar profundidad a las actividades relatadas, es bueno dilucidar que un test es, según Yela, Mariano. (1996),

[...] una situación problemática, previamente dispuesta y estudiada, a la que el sujeto ha de responder siguiendo ciertas instrucciones y de cuyas respuestas se estima, por comparación con las respuestas de un grupo normativo (o un criterio), la calidad, índole o grado de algún aspecto de su personalidad” (p. 251).

De otro lado, Anastasi y Urbina (1997), American Psychological Association, 2006, Cronbach (1990), (como se citó en Iliescu, D & Bartram, D. 2014) define los tests como:

[...] procedimientos o métodos que evalúan la presencia de un factor o fenómeno que comprende un conjunto de ítems (preguntas, estímulos o tareas) que se puntúan de forma estandarizada y se utilizan para examinar y posiblemente evaluar las diferencias individuales en aptitudes, habilidades, competencias, disposiciones, actitudes, o emociones. (p.3)

De acuerdo con esto, lo que se buscó fue que los estudiantes pudieran hacer una manifestación de los conocimientos que iban adquiriendo durante su proceso de aprendizaje, en relación con el apropiamiento de las

competencias matemáticas, en las que presentaban falencias, en las pruebas aplicadas. Para lograr este cometido se implementó el uso de un Pre-Test, consistente en 12 preguntas todas relacionadas con el tipo de competencias, tres en total, que se trabajan en el área de matemáticas y que son las que se evalúan, por parte del Estado: Comunicación, Resolución de problemas y Razonamiento. Así mismo, al final del proceso se aplicó el Post-Test, con las mismas preguntas, como una forma de constatar los aprendizajes de los estudiantes en las mencionadas competencias objeto de evaluación en las pruebas SABER.

Es importante aclarar, que a medida que se aplicaba el Test y los talleres de seguimiento, se iban realizando anotaciones en diario de campo donde se plasmaba la relación de los estudiantes con las estrategias empleadas para el aprendizaje de los contenidos de esta área, lo mismo que lo que tiene que ver en cómo los jóvenes perciben la importancia de las matemáticas y la forma cómo se desempeña el docente al momento de implementar las clases.

El uso de los test era precedido, en el grupo experimental, por una serie de actividades que buscaban resolver problemas matemáticos desde la implementación de herramientas relacionadas con el enfoque CPA, así las cosas, se realizaron diversas actividades, contenidas en una secuencia didáctica; en este grupo experimental se llevaron a cabo las actividades, procurando siempre que los estudiantes trabajaran en grupos colaborativos y creando, ellos mismos, su material de estudio y práctica. Por el contrario, en el grupo control, la mayoría de las clases, se desarrollaban en forma magistral y en contadas ocasiones se trabajaba en grupos colaborativos.

## 7. Validez y confiabilidad de los instrumentos.

Dentro de la dupla validez y confiabilidad de los instrumentos, se deben tener en cuenta diversos aspectos, debido a que estas dos acepciones se conjugan en armonía con la intención de colaborar, con quien lleva a cabo el proceso de investigación, en la presentación de manera objetiva de la realidad que se deviene de un proceso de aprendizaje.

De acuerdo con lo anterior, Jornet, Suarez y Pérez (2000), nos presentan dos tipos de consideraciones, que son: la validez interna, entendida como aquella que hace referencia al *“conjunto de criterios de calidad que se orientan por los principios de consistencia y credibilidad de los diferentes elementos que componen el proceso de evaluación”* (p.344). De otro lado la validez externa hace referencia al *“conjunto de criterios de calidad que se orientan por el principio de generalidad”* (p.344). Es así que en este estudio se optó por el nivel de validez interna, ya que, por medio de esta se expresa que los cambios que se dieron entre el análisis inicial y el final del grupo control y del grupo experimental son debidos directamente al estímulo que este estudio provocó en ese grupo, evidenciándose que los cambios no fueron debidos a variables externas.

En cuanto a la confiabilidad, una de sus más aceptadas acepciones citada por Milton Quero (2010), *“se refiere a la exactitud con que un instrumento de medida mide lo que mide. (Magnusson, 1978)”* (p.249). Haciendo la claridad que su aplicación puede ser en varias oportunidades, en condiciones tan parecidas como sea posible; de acuerdo con esto se recurrió a someter a los ítems de la prueba al índice de confiabilidad al *“Cálculo del Coeficiente de Confiabilidad Alfa-Cronbach*, el cual determina los siguientes rangos, como lo

propone George y Mallery (2003). (Como se citó en Carolina Álvarez, 2015, p.57).

- Coeficiente alfa  $>0.9$  es excelente.
- Coeficiente alfa  $>0.8$  es bueno.
- Coeficiente alfa  $>0.7$  es aceptable.
- Coeficiente alfa  $>0.6$  es adecuado.

Para el presente análisis el coeficiente de correlación se sostuvo en un valor de 0.7, lo cual es aceptable en gran medida pues, el total de evaluaciones de seguimiento fue de 4 talleres luego de la primera evaluación y se sostiene la idea que se busca analizar desde las hipótesis.

### **Mecanismos de recolección de la información**

Para efectos de esta investigación, en relación con la manera en cómo se logró la obtención de los datos, en principio y que permitió que posteriormente se realizara el análisis correspondiente, desde procesos éticos de la investigación científica tuvo tres pasos iniciales fundamentales:

- Autorizaciones: Para dar inicio al estudio se procedió a solicitar la correspondiente autorización ante el señor rector de la Institución Educativa Las Delicias, mediante el certificado empresarial o también llamado certificado de proyectos de formación, quien aceptó que se realizará la intervención y la refrendo con su respectiva firma, de esto se tiene constancia en el anexo No. 1

- **Consentimiento Informado:** A cada uno de los integrantes de la muestra seleccionada se les entregó un documento, para compartirlo con los respectivos acudientes o padres de familia, en el cual se les daba a conocer el objetivo del estudio, cuál sería su participación en el mismo y el alcance, esto por escrito. En dicho documento se les invitaba a participar de la intervención clase a clase y en las mismas, se les explicaba cuál sería la utilización de los resultados obtenidos de los Pre-test y Post-test realizados. Se destaca que el consentimiento informado entregado a los estudiantes se encuentra en los anexos de esta investigación, identificado con el No. 2.
- **Condiciones Medio-Ambientales y logísticas:** En el caso de la aplicación de los Pre-test, talleres de seguimiento y Post-test se destaca que cada uno de estos instrumentos fueron aplicados durante las clases de matemáticas. Con respecto a los usos de la logística, los estudiantes dieron respuesta a los test en las aulas de clases, bajo el menor ruido posible, con espacio para realizar las tareas y se les entregó hoja para realizar ejercicios.

## 8. Técnicas de análisis de los datos

<b>OBJETIVO</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>
<i>Conocer las teorías y métodos de enseñanza que puedan permitir el acercamiento de los estudiantes con el área. Verificar la bibliografía</i>	Revisión bibliográfica y documental	Lecturas en bases de datos bibliográficas como ISI y Scopus, Google Scholar y de universidades, las cuales fueron sistematizadas en Zotero para la

<p><i>relacionada a la problemática de estudio con el fin de actualizar el conocimiento de quien investiga.</i></p>		<p>posterior creación de la bibliografía del presente estudio.</p>
<p><i>Analizar y cotejar los datos en términos de calificaciones del año anterior en el área de matemáticas con el fin de conocer el comportamiento de los estudiantes frente al área.</i></p>	<p>Revisión de notas del grado anterior de los estudiantes de la muestra.</p>	<p>Registros de panillas de notas de los estudiantes.</p>
<p><i>Identificar los factores que contribuyen a un mejor o peor desempeño en los estudiantes para el área de matemáticas.</i></p>	<p>Encuesta</p>	<p>1,2,3,4,5,6,7, 8, 9, 10, 11</p>
<p><i>Evaluar el estado de conocimiento sobre las competencias del área de Matemáticas</i></p>	<p>Pre-Test</p>	<p>Pre-Test en todo su contenido.</p>
<p><i>Monitorear el avance en el estudio de las competencias.</i></p>	<p>Talleres de Seguimiento</p>	<p>Taller 1, 2, 3 y 4.</p>
<p><i>Evaluar el conocimiento de los estudiantes luego de aplicado el método y enfoque.</i></p>	<p>Post-Test</p>	<p>Post – Test en todo su contenido.</p>
<p><i>Visualizar, comparar y analizar los datos desde la estadística descriptiva.</i></p>	<p>Registro de datos en Matriz de análisis.</p>	<p>Excel, basado en las calificaciones obtenidas en los instrumentos aplicados.</p>

# **CAPITULO IV. ANALISIS DE RESULTADOS**

## 1. Procesamiento de los datos

Posterior al momento de la aplicación de los instrumentos a la muestra seleccionada, y en función de la metodología planteada para el presente estudio, se llevó a cabo la creación de dos matrices de análisis de información elaboradas en hojas de cálculo de Excel, versión 2010. La primera matriz contenía los datos de la implementación de los talleres y la segunda, la información de la aplicación de las encuestas. Ambas matrices se realizaron bajo la intención de poder acceder de forma más ágil a los datos y de poder analizarlas según funciones estadística que nos brinda el programa mencionado; del mismo modo, el ingreso de los datos en las matrices nos permitía generar gráficos del comportamiento de la información frente a las hipótesis planteadas.

Entonces, se diseñó una matriz para el análisis de los talleres aplicados con las siguientes variables y subvariables:

**Variable 1:** Datos del estudiante.

- **Subvariables:** Consecutivo, nombres y apellidos, edad, sexo y grupo al que pertenece.

**Variable 2:** Consecutivo del taller implementado: Pre – Test, taller 1, 2, 3, 4 y Post – Test.

**Variable 3:** División de los resultados de cada taller según área de competencia evaluada: Comunicación, Razonamiento y Resolución de problemas.

- **Subvariables:** Para cada competencia se cuantificaron los aciertos, desaciertos, total de preguntas, valor de la pregunta y nota por competencia.

**Variable 4:** Nota final de cada taller.

**Variable 5:** Contempló el rango usado en el Sistema de calificaciones de la institución, así:

Tabla 6 - Rango de calificaciones en la Institución Educativa Las Delicias

BAJO	BÁSICO	ALTO	SUPERIOR
0.00 -3.09	3.10 – 3.99	4.00 – 4.49	4,50 – 5.00

Según esta forma de distribuir la información y teniendo en cuenta la metodología de Pre- Test, talleres de seguimiento y Post – Test, a cada estudiante le correspondía tener ingreso de datos 6 veces, y su información actualizada conforme se iba aplicando cada taller, así las cosas, el total de datos por grupo para 20 estudiantes arrojaría para el G1: 120 datos y para G2: 120 datos, por igual.

Una vez, actualizada la matriz y hecho el cierre del ingreso de los últimos datos del Post – Test, se realizó la tabulación en tanto al correcto ingreso, se filtraron las variables y se verificó que no hubiese datos atípicos utilizando las funciones que nos brinda el software, tales como: contar, buscar, analizar, sumar y multiplicar, de esta forma se evitaba el ingreso erróneo de datos que distorsionaran los resultados de los análisis.

Ilustración 7 - Matriz de análisis de datos

BD 2 - Excel (Error de activación de productos)

ARCHIVO INICIO INSERTAR DISEÑO DE PÁGINA FÓRMULAS DATOS REVISAR VISTA

Insertar función: Autosuma, Lógicas, Búsqueda y referencia, Recientes, Texto, Matemáticas y trigonométricas, Financieras, Fecha y hora, Más funciones

Nombres definidos: Asignar nombre, Utilizar en la fórmula, Crear desde la selección

Auditoría de fórmulas: Rastrear precedentes, Rastrear dependientes, Quitar flechas, Mostrar fórmulas, Comprobación de errores, Evaluar fórmula

Ventana Inspección, Opciones para el cálculo, Cálculo

D18 M

COMPONENTE NUMERICO-VARIACIONAL				A. Comunicación				B. Razonamiento				C. Resolución de problemas				NOTA FINA					
N	Nombres	Edad	Sexo	Grp	Taller	Aciertos	Desaciert	Total pre	Valor pre	Total NOT	Aciertos	Desaciert	Total pre	Valor pre	Total NOT	Aciertos	Desaciert	Total pre	Valor pre	Total NOTA	NOTA FINA
1	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	Pre Test	3	2	5	0,60	1,80	2	1	3	0,40	0,80	3	1	4	0,20	0,60	3
2	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	4	4	2	6	0,50	2,00	3	1	4	0,30	0,90	4	0	4	0,20	0,80	3
3	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	2	4	2	6	0,50	2,00	4	0	4	0,25	1,00	1	4	5	0,20	0,20	3
4	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	3	3	1	4	0,60	1,80	3	1	4	0,50	1,50	1	1	2	0,30	0,30	3
5	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	4	5	0	5	0,61	3,05	2	1	3	0,45	0,90	3	0	3	0,22	0,66	4
6	KAROL TATIANA ARCIRIA BERNA	13	F	1	Post Test	4	1	5	0,60	2,40	3	0	3	0,40	1,20	2	2	4	0,20	0,40	4
7	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	Pre Test	3	2	5	0,60	1,80	2	1	3	0,40	0,80	3	1	4	0,20	0,60	3
8	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	1	4	2	5	0,50	2,00	2	2	3	0,30	0,60	4	0	4	0,20	0,80	3
9	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	2	4	2	6	0,50	2,00	2	2	4	0,25	0,50	5	0	5	0,20	1,00	3
10	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	3	4	0	4	0,60	2,40	3	1	4	0,50	1,50	1	1	2	0,30	0,30	4
11	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	4	4	1	5	0,61	2,44	3	0	3	0,45	1,35	2	1	3	0,22	0,44	4
12	JESUS ARNALDO BELTRAN GALINDI	13	M	1	Post Test	4	1	5	0,60	2,40	3	0	3	0,40	1,20	4	0	4	0,20	0,80	4
13	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	Pre Test	4	1	5	0,60	2,40	3	0	3	0,40	1,20	0	4	4	0,20	0,00	3
14	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	1	5	1	6	0,50	2,50	1	3	4	0,30	0,30	4	0	4	0,20	0,80	3
15	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	2	4	2	6	0,50	2,00	2	2	4	0,25	0,50	4	1	5	0,20	0,80	3
16	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	3	3	1	4	0,60	1,80	3	1	4	0,50	1,50	0	2	2	0,30	0,00	3
17	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	4	3	2	5	0,61	1,83	3	0	3	0,45	1,35	2	1	3	0,22	0,44	3
18	LUIS JOSE BENITEZ FLOREZ	15	M	1	Post Test	3	2	5	0,60	1,80	3	0	3	0,40	1,20	4	0	4	0,20	0,80	3
19	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	Pre Test	3	2	5	0,60	1,80	3	0	3	0,40	1,20	2	2	4	0,20	0,40	3
20	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	1	4	2	5	0,50	2,00	2	2	3	0,30	0,60	4	0	4	0,20	0,80	3
21	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	2	5	1	6	0,50	2,50	2	2	4	0,25	0,50	3	2	5	0,20	0,60	3
22	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	3	3	1	4	0,60	1,80	3	1	4	0,50	1,50	2	0	2	0,30	0,60	3
23	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	4	3	2	5	0,61	1,83	3	0	3	0,45	1,35	2	1	3	0,22	0,44	3
24	YINA YADELIS BERRIO VITOLA	16	F	1	Post Test	3	2	5	0,60	1,80	3	0	3	0,40	1,20	3	1	4	0,20	0,60	3
25	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	Pre Test	3	2	5	0,60	1,80	2	1	3	0,40	0,80	3	1	4	0,20	0,60	3
26	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	1	6	0	6	0,50	3,00	2	2	4	0,30	0,60	1	3	4	0,20	0,20	3
27	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	2	4	2	6	0,50	2,00	4	0	4	0,25	1,00	1	4	5	0,20	0,20	3
28	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	3	4	0	4	0,60	2,40	2	2	4	0,50	1,00	1	1	2	0,30	0,30	3
29	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	4	3	2	5	0,61	1,83	3	0	3	0,45	1,35	2	1	3	0,22	0,44	3
30	NATALIA BLANQUICET NEVADO	14	F	1	Post Test	3	2	5	0,60	1,80	3	0	3	0,40	1,20	4	0	4	0,20	0,80	3
31	SEBASTIAN BUELVAS TRIANA	14	M	1	Pre Test	4	1	5	0,60	2,40	3	0	3	0,40	1,20	0	4	4	0,20	0,00	3
32	SEBASTIAN BUELVAS TRIANA	14	M	1	1	5	1	6	0,50	2,50	2	2	4	0,30	0,60	3	1	4	0,20	0,60	4
33	SEBASTIAN BUELVAS TRIANA	14	M	1	2	6	0	6	0,50	3,00	4	0	4	0,25	1,00	1	4	5	0,20	0,20	4
34	SEBASTIAN BUELVAS TRIANA	14	M	1	3	3	1	4	0,60	1,80	3	1	4	0,50	1,50	2	0	2	0,30	0,60	3

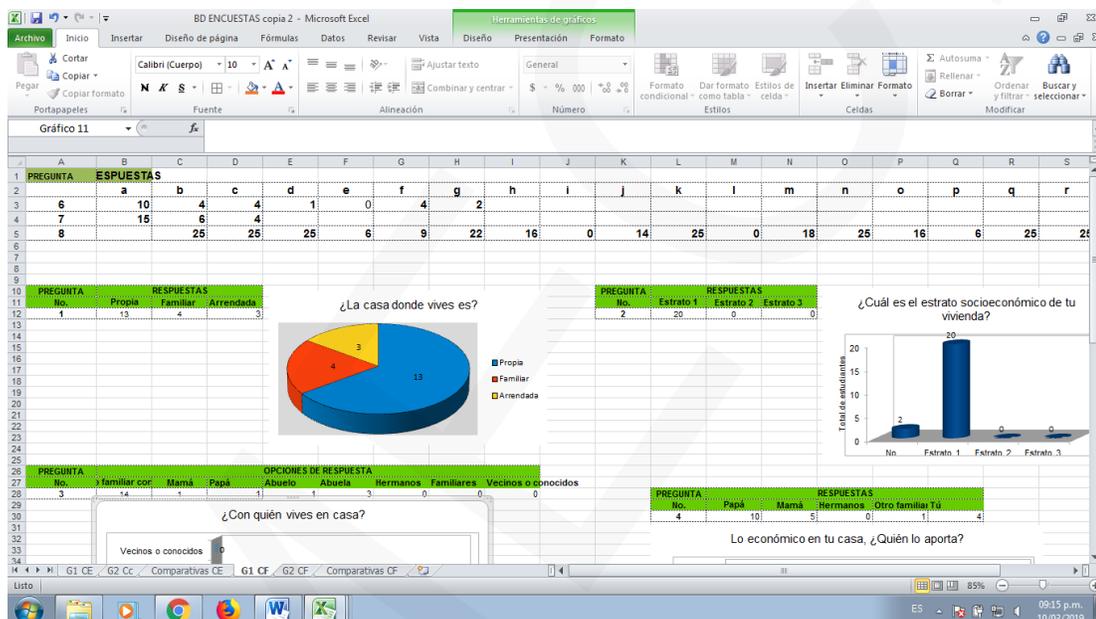
Activar Windows. Ir a Configuración de PC para activar Windows.

LISTO

9:19 a. m. 05/01/2019

La segunda matriz relacionada con las encuestas se caracterizó por tener un consecutivo de pregunta, las preguntas realizadas y las respuestas contabilizadas para el total de estudiantes. La base de datos de encuesta se graficó por pregunta y respuesta con la finalidad de visualizar las respuestas de los estudiantes e ir analizando el comportamiento de forma comparativa.

#### Ilustración 8 - Base de datos encuesta.



Ambas matrices se estudiaron mediante la estadística descriptiva como primera línea de análisis, y buscando la comparación de las notas de los talleres de ambos grupos por medio del análisis estadístico de la media. El mismo software, contribuyó al análisis y observación de la variación entre media por medio de la aplicación de la Pueba T de Student, lo cual nos permitió asegurar que las muestras poblacionales al inicio del estudio se encontraban en igualdad de condiciones para poder analizarlas.

La elección de la Prueba o distribución: T de Student se realizó luego de entender que dicha prueba era la más adecuada para poblaciones de estudio o muestras pequeñas, como es el caso del presente estudio, en consideración con lo que dice Reinaldo Sánchez (2015).

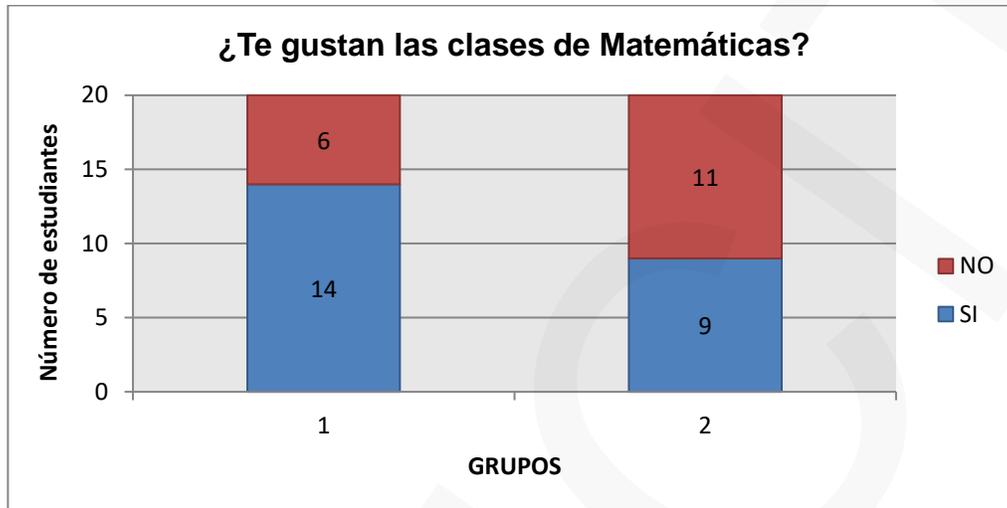
Adicional a ello, la ventaja de comparar las medias de las notas para el Pre-Test, los talleres de seguimiento y el Post-Test permitía dilucidar cómo se habían comportado las calificaciones de los estudiantes a través del tiempo, si habían mejorado o se sostenían como al principio, por ende, la distribución T de Student permitía poner en evaluación las hipótesis de la investigación de manera rápida y concreta.

## **2. Discusión de resultados**

Como bien se viene indicando el primer ejercicio de diagnóstico mediante muestreos cuantitativos se realizó a partir de la aplicación de una encuesta en ambos cursos, el análisis de dicho muestreo, permitió que se hiciera un acercamiento a imaginarios e ideas relacionadas con las clases de matemáticas, como veremos a continuación.

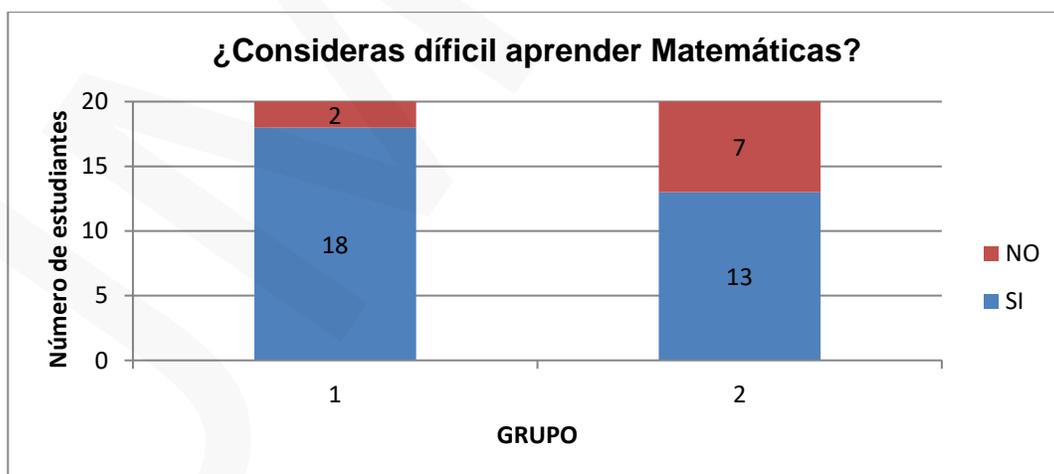
La primera pregunta de la encuesta buscaba consultar de forma franca y directa por el gusto o afinidad con las matemáticas, de ese ejercicio se obtuvo que el grupo con mayor afinidad es el G1 – Experimental, pues un 70% indicó su preferencia por la clase frente al 45% del G2 – Control, lo que de ante mano, permite inferir que podría haber un mejor desenvolvimiento en el curso por parte de G1 – Experimental.

Ilustración 9 - Resultados de la Encuesta pregunta 1



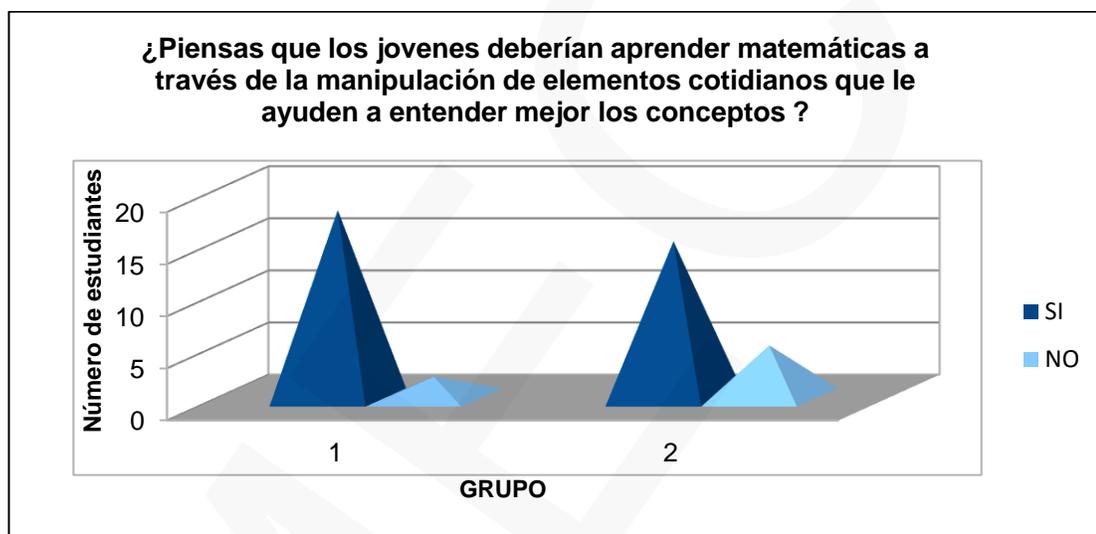
La segunda pregunta en términos de afinidad con el curso, buscó comprender si el estudiante consideraba fácil o difícil el aprendizaje propio de las matemáticas, las respuestas nuevamente mostraron que el G2 – Control, presenta más reticencia frente a la clase.

Ilustración 10 - Resultados de la Encuesta pregunta 2



Otra de las preguntas más interesantes de analizar fue aquella en la cual se indagó a los estudiantes de ambos cursos, si consideraban que jugando y siendo más activos en clase por medio de talleres u otras didácticas, podrían aprender más en la misma clase, y esto fue lo que contestaron a ese interrogante:

Ilustración 11 - Resultados de la Encuesta pregunta 11, inciso e.

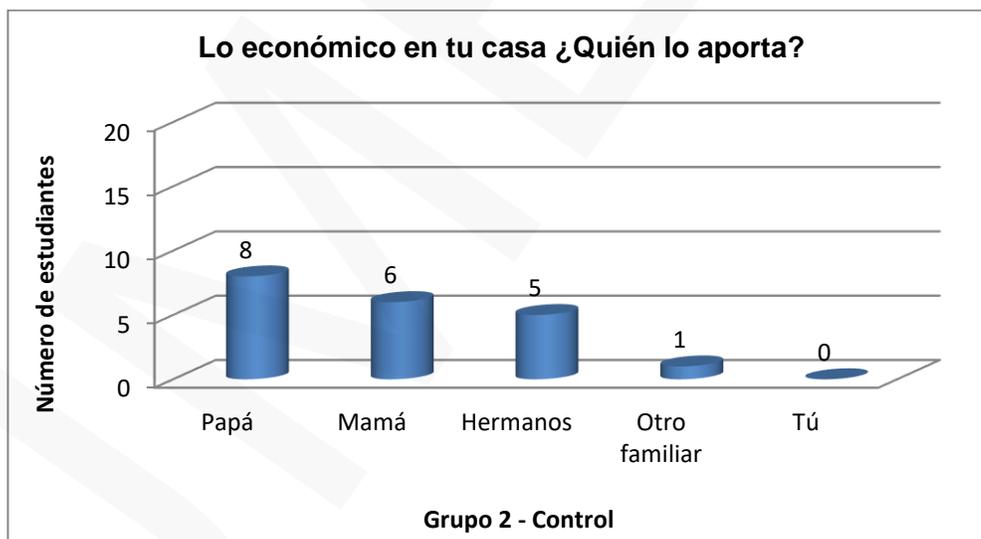


Así las cosas, se puede ver una idea primigenia en los estudiantes que relaciona el juego y las dinámicas con un aprendizaje más provechoso.

En relación al segundo grupo de preguntas de la encuesta, aquellas que se relacionaban con el contexto familiar, se hace importante resaltar el resultado de una de esas preguntas, esta buscaba indagar por quién realizaba aportes económicos en casa, pues, se quería medir de esta forma, la posibilidad de que los estudiantes estuviesen dejando de estudiar en las tardes en sus hogares por atender labores de sustento en sus viviendas y así, verificar si

de existir esa situación, esto estaría permeando el desempeño de los estudiantes, los resultados demostraron que este fenómeno no sucedía.

**Ilustración 12 - Respuestas Encuesta - Pregunta 4**



De otra parte, el principio motivador del proyecto de investigación, radicó entonces, en analizar la problemática que los estudiantes exhibían frente a

los aprendizajes del área de matemáticas, utilizando para ello el registro de informe enviado por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación (ICFES), donde se detallan fielmente los resultados académicos obtenidos por los estudiantes del grado noveno en el año de 2017, en la denominada prueba SABER, de dicho grado, en las competencias propias de esta área donde se observa, por ejemplo, que en la de comunicación subyacen una serie de aprendizajes que no son dominados por los estudiantes como lo siguiente: el 57% de los que presentaron la prueba no identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes; el 67% no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos (ICFES, 2017).

De igual forma se logra extraer un detallado informe sobre las falencias que presentaron los estudiantes en la competencia de razonamiento en donde se observa que el 72% de los estudiantes no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico y un 53% no interpreta ni usa expresiones algebraicas equivalentes; así mismo en la competencia de resolución de problemas se tiene que en la aprehensión de los aprendizajes relacionados con las expresiones algebraicas se clasifican así: el 67% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. (ICFES, 2017).

Así las cosas, se tiene que la principal dificultad estriba en la apropiación de los conceptos que tienen que ver con las competencias matemáticas de comunicación, razonamiento y resolución de problemas, donde la institución muestra unos indicadores preocupantes en los resultados de la prueba SABER, expresados en el planteamiento de la problemática. Entonces, al poner en función el estudio y aplicar en el grupo experimental el Enfoque

CPA previendo poner a prueba el método y lograr un mejor desempeño en el curso experimental, se logra observar lo siguiente:

Luego de aplicar el Pre-Test, y realizar el análisis de la estadística descriptiva, el desempeño de ambos grupos evidenció una tendencia hacia la homogeneidad; dado que, los grupos se diferenciaban en sus calificaciones, sólo por 0.15 puntos de nota, así:

**Tabla 7 - Pre-Test G1 y G2**

<b>Pre-Test</b>	<b>G1</b>	<b>Pre-Test</b>	<b>G2</b>
<b>Media</b>	3,42	<b>Media</b>	3,27
<b>Error estándar</b>	0,056007518	<b>Error estándar</b>	0,05853474
<b>Modo</b>	3,2	<b>Modo</b>	3,2
<b>Mediana</b>	3,3	<b>Mediana</b>	3,2
<b>Primer cuartil</b>	3,2	<b>Primer cuartil</b>	3,2
<b>Tercer cuartil</b>	3,6	<b>Tercer cuartil</b>	3,45
<b>Varianza</b>	0,062736842	<b>Varianza</b>	0,068526316
<b>Desviación estándar</b>	0,250473236	<b>Desviación estándar</b>	0,261775315
<b>Curtosis</b>	-1,501372046	<b>Curtosis</b>	0,734354095
<b>Asimetría</b>	0,507317081	<b>Asimetría</b>	-0,574673084
<b>Intervalo</b>	0,6	<b>Intervalo</b>	1
<b>Mínimo</b>	3,2	<b>Mínimo</b>	2,6
<b>Máximo</b>	3,8	<b>Máximo</b>	3,6
<b>Suma</b>	68,4	<b>Suma</b>	65,4
<b>Conteo</b>	20	<b>Conteo</b>	20

La estadística descriptiva del primer Test, nos permite entrever también que, al interior de ambos grupos la varianza entre notas era más significativa en el grupo G2 - Control con un valor de 0,068 frente a 0,062 para G1 - Experimental, lo que indicó en principio, que las notas fueron más homogéneas en G1.

Así las cosas, con el interés de comparar a ambos grupos en la primera instancia de muestreo y determinar cuantitativamente su comportamiento, se aplica la Prueba T de Student, a fin de, igualmente, establecer un punto de partida que permita conocer el desempeño de los estudiantes previo a conocer el Enfoque CPA, como se enseña a continuación:

Tabla 8 - Prueba T de Student para muestra del Pre-Test

Prueba t	G1	G2
Alfa	0,05	
Diferencia de media hipotética	0	
	Variable 1	Variable 2
Media	3,42	3,27
Varianza	0,062736842	0,06852632
Observaciones	20	20
Correlación Pearson	0,138065391	
Diferencia de media observada	0,15	
Varianza de las diferencias	0,113157895	
Df	19	
Estadística t	1,994177571	
P (T<=t) unilateral	0,030342022	
t crítica unilateral	1,729132812	
P (T<=t) bilateral	0,060684044	
t crítica bilateral	2,093024054	

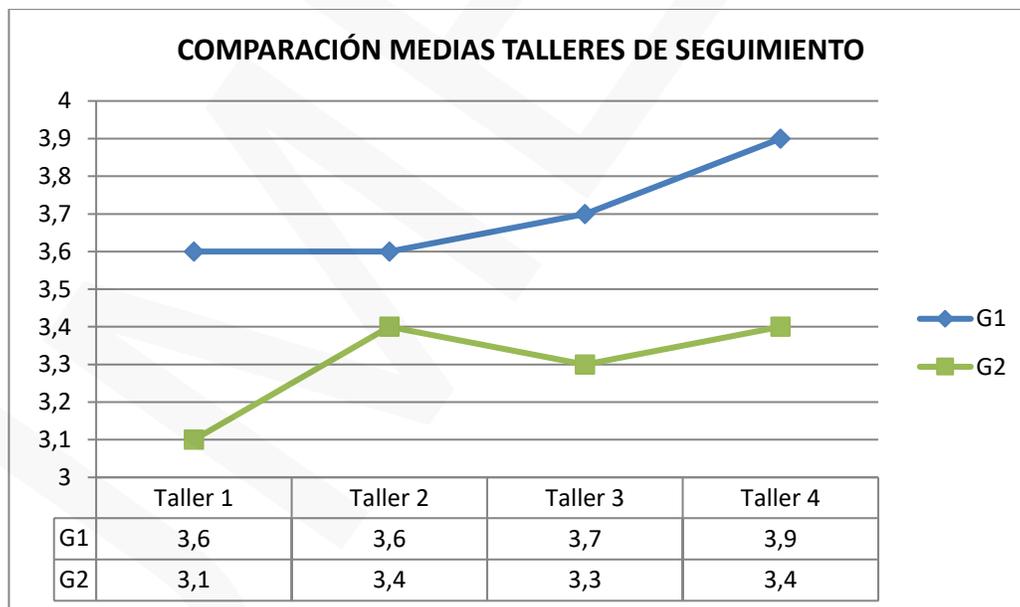
La Prueba T de Student permitió verificar que el comportamiento de las calificaciones del G1 – Experimental y G2 – Control **no presentaban una diferencia significativa**, toda vez que, el estadístico  $T = 1,994$  es menor que el valor crítico bilateral  $2,093$  y que la probabilidad del estadístico es de  $0,060$  y se ubica levemente por encima del valor alfa =  $0,05$  para las varianzas; por tanto, podemos indicar que hay escasa variación entre ambos cursos al momento de iniciar los muestreos.

Luego, de determinar el estado de conocimiento de los estudiantes en relación a las competencias evaluadas y con respecto al Pre-Test, se da

inicio a una serie de talleres de seguimiento que permitieron observar cómo se desenvolvían los estudiantes en clase y evaluar cuantitativamente las notas obtenidas por ambos grupos.

Logrado lo anterior, se alcanzó a demostrar la curva de mejoramiento en notas para el grupo Experimental al cual se le explicó en clases el Enfoque CPA y se buscó siempre permear cada taller por la didáctica del mismo, frente a estos alumnos, el G2 – Control presentó una curva que no mejoraba de forma significativa a través de la implementación de talleres, lo que admite inferir que al no haber un acercamiento al Enfoque CPA por parte del grupo de control, esto se tradujo en que se les dificultó más desenvolverse en las pruebas de forma óptima.

**Ilustración 13 - Comparación de medias en talleres de seguimiento.**



Como evaluador final del comportamiento de notas, se repite el primer cuestionario como un Post – Test y en dicha aplicación se encontró lo siguiente:

Tabla 9 - Prueba T de Student para muestra del Post-Test

Post-Test	G1	Post-Test	G2
Media	4,11	Media	3,38
Error estándar	0,060654327	Error estándar	0,038113404
Modo	4,4	Modo	3,2
Mediana	4,1	Mediana	3,4
Primer cuartil	4	Primer cuartil	3,2
Tercer cuartil	4,4	Tercer cuartil	3,6
Varianza	0,073578947	Varianza	0,029052632
Desviación estándar	0,271254396	Desviación estándar	0,170448325
Curtosis	-0,812362595	Curtosis	-
Asimetría	-0,468689182	Asimetría	1,617430841
Intervalo	0,8	Intervalo	0,204065418
Mínimo	3,6	Mínimo	0,4
Máximo	4,4	Máximo	3,2
Suma	82,2	Máximo	3,6
Conteo	20	Suma	67,6
		Conteo	20

La estadística descriptiva del Post-Test presenta datos bastante congruentes con las hipótesis planteadas, toda vez que, permite observar un comportamiento desigual con respecto al Pre-Test; puesto que, la media de las notas dista considerablemente en el muestreo final.

Tabla 10 - Prueba t.

Prueba t	G1	G2
Alfa	0,05	
Diferencia de media hipotética	0	
	Variable 1	Variable 2
Media	4,11	3,38
Varianza	0,073578947	0,029052632

<b>Observaciones</b>	20	20
<b>Correlación Pearson</b>	-0,0409807	
<b>Diferencia de media observada</b>	0,73	
<b>Varianza de las diferencias</b>	0,106421053	
<b>Df</b>	19	
<b>Estadística t</b>	10,00746507	
<b>P (T&lt;=t) unilateral</b>	2,60007E-09	
<b>t crítica unilateral</b>	1,729132812	
<b>P (T&lt;=t) bilateral</b>	5,20013E-09	
<b>t crítica bilateral</b>	2,093024054	

Del mismo modo, al aplicar La Prueba T de Student se identifica desde su análisis que el comportamiento de las calificaciones del G1 – Experimental y G2 – Control demostraban diferencias bastante significativas, toda vez que, el estadístico  $T = 10,007$  es mucho mayor que el valor crítico bilateral  $= 2,093$  y que al tener una probabilidad del estadístico de  $= 5,200$ , la cual se ubica demasiado por debajo del estadístico T, nos deja inferir que la diferencia entre ambos cursos al momento de cierre de los muestreos cuantitativos fue bastante considerable.

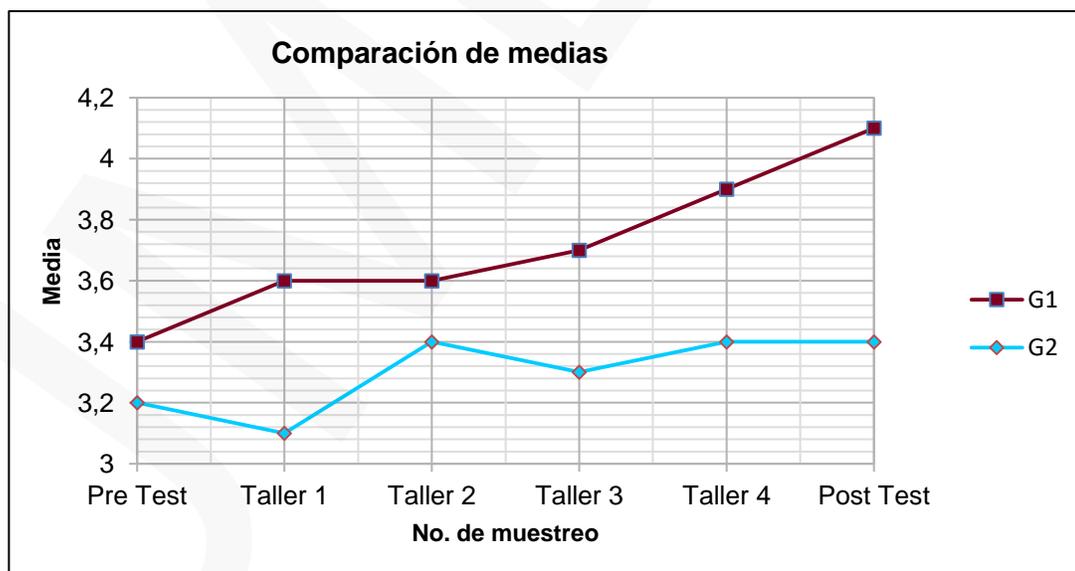
En ese sentido, el puntaje de diferencia entre medias de 0,15 del Pre-Test era mínima, frente a la diferencia de medias en el Post-Test para ambos grupos, que obtuvo un valor de 0,73, lo cual posicionaba al G1 – Experimental como el grupo con mejores notas y al G2 – Control como un grupo que conservaba el comportamiento inicial, pues la diferencia entre las medias del Pre-Test y el Post-Test para G2 – Control radicaba en una diferencia de puntos  $= 0,11$ , es decir un crecimiento en las notas bastante bajo en comparación con la puntuación de G1 – Experimental que aumentó en  $= 0,69$  entre ambos Test, en resumen:

Tabla 11 - Resumen de muestreo: Pre-Test frente Post-Test

GRUPO	MUESTREO	MEDIA
<b>G1 – Experimental</b>	Pre-Test	3,42
<b>G1 – Experimental</b>	Post – Test	4,11
<b>G2 – Control</b>	Pre-Test	3,27
<b>G2 – Control</b>	Post-Test	3,38
Diferencia de medias	<b>G1</b>	<b>G2</b>
<b>Pre-Test / Post-Test</b>	0,69	0,11

A esta altura, se lograba evaluar el desempeño de los estudiantes en términos cuantitativos y en relación a las calificaciones obtenidas, encontrando como resultado que el G1 – Experimental poseía cambios estadísticamente considerables frente a G2 – Control.

Ilustración 14 - Comparación de medias



Una vez entendido el estudio, se hace interesante extrapolarlo a la dinámica de calificación nacional y para ello, se recurre a la tabla de calificación institucional que nos brinda la posibilidad de ubicar las calificaciones de los estudiantes según los siguientes rangos:

**Tabla 12 – Escala valorativa de desempeños, IE Las Delicias.**

<b>BAJO</b>	<b>BÁSICO</b>	<b>ALTO</b>	<b>SUPERIOR</b>
<b>0.00 -3.09</b>	3.10 – 3.99	4.00 – 4.49	4,50 – 5.00

En el Pre-Test el 100% de los estudiantes del G1 – Experimental se ubicó en el nivel básico y en el G2 – Control el 80% se ubicó en básico con el 40% restante de los alumnos en el nivel bajo. Con relación al Post-Test: G1 – Experimental contó con el 80% de estudiantes en el nivel alto y el 40% en nivel básico, el G2 – Control ubicó el 100% de su población en el nivel básico.

De otra parte, y para enriquecer el análisis se hace primordial entrar a revisar el comportamiento particular de cada competencia al interior del Test luego de haber implementado la prueba y el enfoque CPA, y de saber que las condiciones de las calificaciones en términos generales para G1- Experimental mejoraron y para G2 – Control, se conservan similares al Pre-Test.

Tabla 13 - Comparación resultados por competencias.

<b>Grupo</b>	<b>Prueba</b>	<b>Competencia</b>	<b>Aciertos</b>	<b>Desaciertos</b>
<b>G1</b>	Post-Test	Comunicación	76	24
<b>G2</b>	Post-Test	Comunicación	60	40
<b>G1</b>	Post-Test	Razonamiento	60	0
<b>G2</b>	Post-Test	Razonamiento	50	10
<b>G1</b>	Post-Test	Resolución de problemas	63	17
<b>G2</b>	Post-Test	Resolución de problemas	58	22

Los anteriores resultados, nos dejan frente a un panorama que deberá buscar dar más énfasis a las competencias de Comunicación y Resolución de problemas en futuros ejercicios, pues siguen presentando una falencia mayor a la hora de resolver problemas desde esa área tanto en el G1 como en el G2; sin embargo, es bueno anotar que los grupos están en desigualdad a la hora de tratar de bosquejar un panorama para el grado 8° completo, pues uno de los cursos, como se vio anteriormente, el G2 – Control presentó más notas erradas en las tres competencias, lo cual corrobora la hipótesis y permite suponer que de ser aplicado el Enfoque CPA a ambos grupos, las notas generales deberán ser mejores para ambos grupos.

Ahora bien, este comportamiento o tendencia de desempeño en los cursos por competencia específica a la luz de los resultados obtenidos en años anteriores al presentar la Prueba SABER, demuestra así mismo, una mejoría en las calificaciones generales; no obstante, corrobora que la competencia de Comunicación es hasta ahora, la que más respuestas erradas ha dejado tanto en las pruebas SABER cómo en el Test aplicado. Por lo cual, se debe trabajar en acercar más a los estudiantes a ejercicios que les permitan

comprender mejor dicha competencia; en la siguiente ilustración, se aprecia el comportamiento de esta competencia en el año 2017, en color rojo, lo que indica que se ubica en la escala valorativa, a nivel nacional, insuficiente.

Ilustración 15 – Comparación de los promedios de las competencias en el área de matemáticas.



Hecha la anterior comparación, se puede deducir que, con la aplicación del enfoque concreto, pictórico y abstracto, se logró evidenciar un avance significativo del grupo experimental en relación con el grupo control, toda vez que se alcanzaron mejores resultados, en el primer grupo en relación con las competencias evaluadas, mas no así en el grupo de control que se mantuvo alejado de los resultados obtenidos por parte del grupo experimental. Del mismo modo, se infiere que en términos generales el desempeño de ambos grupos, como un conglomerado, si se les aplica el mismo método mejorarían los resultados en la prueba, para el establecimiento.

# **CAPITULO V. PROPUESTA**

## 1. Denominación de la propuesta

Poniendo a prueba el enfoque concreto-pictórico-abstracto.

## 2. Descripción

El matemático Italiano Bruno D'more, en una entrevista para la revista semana, da a conocer diversos aspectos relacionados con lo que él llama didáctica de las matemáticas y llega a proponer una serie de aspectos que se deben tener en cuenta a la hora de poner en evidencia la importancia que tienen los conocimientos matemáticos en la vida de los individuos; es así como llega a afirmar lo siguiente:

Creo que hay que hacer un esfuerzo para que las personas aprendan matemáticas según sus capacidades cognitivas, hay que hacer un esfuerzo por cambiar a menudo las metodologías de enseñanza. Si con una forma aprenden 10 estudiantes, con otra puedes hacer que aprendan 5 y así lograr que una mayor cantidad de personas entiendan. (2017)

Teniendo en cuenta la anterior afirmación, vemos que en ella se haya la respuesta al interrogante porqué muchos estudiantes, en diversas latitudes, muestren apatía e incluso inconformismo a la hora de estar presentes en una clase de matemáticas, pues la respuesta parece estar en que la consideran un área sin importancia para la vida diaria, cuyos contenidos los remiten a clases monótonas, que carecen de interés y sobre todo que el aprendizaje de

ellas se vuelve aburrido y que no le aportan nada a su formación, antes por el contrario les complica la vida, según muchos de ellos.

Es ante esto que surge la preocupación, cada día más sentida, que hay que darle un vuelco a la forma como se viene enseñando esta área tan importante para la vida de todos los seres humanos y, por ello, esta propuesta denominada: Poniendo a prueba el enfoque concreto-pictórico-abstracto, busca darle un nuevo aire a la forma como se vienen desarrollando, didácticamente, los contenidos matemáticos en el aula de clases.

Lo que se busca con el uso, por parte de los estudiantes, de la estrategia es que ellos puedan crear y usar el material que ellos han de elaborar para modelar los principales conceptos de las expresiones algebraicas, mediante el uso del enfoque concreto-pictórico y abstracto para mejorar, no solo la calidad educativa de los aprendizajes, en los estudiantes si no que se generen habilidades importantes como la del pensamiento lateral, mediante la inclusión de nuevas estrategias que coadyuven en el desarrollo de la capacidad de análisis las cuales servirán para enfrentarse a situaciones novedosas para que sean capaces de desplegar la capacidad de ser críticos, que incentiven los procesos lógicos de pensamiento y de toma de decisiones y sobre todo que vean en la enseñanza de las matemáticas algo ameno y cuya utilidad trascienda el ámbito del aula.

### 3. Fundamentación

Hace décadas que el proceso de enseñanza y aprendizaje dejó ser considerado mera teoría para convertirse en algo práctico debido a que este binomio encierra una serie de complejidades que inciden en su desarrollo y que al interrelacionarse permiten o no lograr que sea óptimo este proceso; entre esos elementos podemos destacar que son los que conllevan al fracaso escolar y son considerados externos al proceso de enseñanza y aprendizaje, fenómenos como el alto número de estudiantes por aula, la falta de asignación de recursos en las instituciones educativas y el poco acompañamiento que hacen los padres de familia en este proceso, entre otros.

De otro lado se deben considerar otras variables relacionadas con los sujetos centrales de este proceso como lo son el docente y el estudiante; es desde esta óptica que los docentes, en la búsqueda de solución al problema del aprendizaje de las matemáticas, se preocupan por utilizar y desarrollar todo un arsenal de motivación con elementos importantes como son una buena planeación de clases, la toma de conciencia que los contenidos que se enseñen deben estar en sintonía con la implementación de estrategias de aprendizaje novedosas y atractivas para los estudiantes, que se tenga en cuenta que lo que se pretende aprender se debe enseñar de una forma que se sepa cómo lo van a aprender; esto tiene que ver con el hecho que el estudiante no puede ser pasivo ante el aprendizaje de unos contenidos de suma importancia, como son los de las matemáticas.

Es por ello que la ley general de educación, en su capítulo 22, en varios incisos que se exponen a continuación, le da a la enseñanza de las

matemáticas una connotación especial al demandar que esta debe servir a los estudiantes para:

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;

f) La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas. (Pág. 7)

Todo lo antes expuesto se encuentra consignado en el denominado proyecto educativo institucional, conque debe contar todo establecimiento educativo, en la respectiva propuesta curricular esbozada en el plan de estudio de esta área.

Aquí cobra especial relevancia, la presente propuesta, pues busca implementar un tipo de experiencia novedosa en nuestro contexto, como es el trabajo con material concreto, elaborado por los mismos estudiantes, con la finalidad de manipular, pasar a la representación pictórica y posteriormente abstraer la mente para poder utilizar un proceso lógico que se pueda aplicar en el mejoramiento de la enseñanza de los contenidos de una parte del álgebra, lenguaje de por sí complicado para la mayoría de los estudiantes de este contexto rural, en donde es difícil

encontrar los materiales y estrategias que coadyuven en la explotación del inmenso potencial que tiene guardado el conocimiento matemático.

#### **4. Objetivos de la propuesta**

##### 4.1. Objetivo general

Construir una propuesta didáctica para el fortalecimiento de los aprendizajes de las expresiones algebraicas, en los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Las Delicias.

##### 4.2. Objetivos específicos

- Determinar cuáles son los aprendizajes, relacionados con las expresiones algebraicas, en los que los estudiantes presentan mayor dificultad
5. Diseñar e implementar la estrategia didáctica poniendo a prueba el uso del enfoque concreto-pictórico-abstracto, atendiendo a las dificultades que presentan los estudiantes sobre las expresiones algebraicas.
  6. Comparar la incidencia que tuvieron las actividades desarrolladas con el enfoque concreto-pictórico-abstracto, en relación con los resultados

obtenidos en las pruebas SABER del año anterior en las competencias del área de matemáticas.

7. Confrontar los resultados obtenidos con la aplicación de los talleres sobre expresiones algebraicas con los resultados obtenidos en las pruebas SABER, en las competencias del área de matemáticas.

## **5. Beneficiarios**

Se espera que con la implementación de la presente propuesta se pueda beneficiar a la población objeto de este estudio, que son los estudiantes del grado octavo, de la sede principal de la Institución educativa Las Delicias y en un futuro se espera que este beneficio se pueda hacer extensivo a los demás grados del nivel de educación básica secundaria, pues se considera una estrategia pertinente para el logro de mejorar los aprendizajes de los contenidos del área de matemáticas; pues la buena apropiación de estos contenidos se logrará un buen desempeño en las competencias que se han de evaluar con posterioridad, todo encaminado al logro de unos buenos resultados que nos permitan tener acceso a una educación en donde los estudiantes alcancen a ser los gestores de su propio proceso de crecimiento académico. De igual manera se espera que todos los que se vieron inmersos en este proceso de crecimiento pedagógico, especialmente la parte directiva de la institución propenda porque la estrategia se aplique al contexto de otros niveles, para lo cual se pide la conformación de un grupo trabajo que siga sus directrices para su mejoramiento.

## **6. Productos**

<b>SECUENCIA DIDACTICA EXPLORANDO EL MUNDO NUMERICO Y LITERAL</b>	
<b>GRADO</b>	<b>OCTAVO</b>
<b>ESTANDAR BASICO DE COMPETENCIA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.</li> <li>✓ Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</li> <li>✓ Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.</li> </ul>
<b>DERECHOS BASICOS DE APRENDIZAJE (DBA)</b>	<p><b>DBA N°9:</b> Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.</p> <p><b>DBA N°8:</b> Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.</p>
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Opera con formas simbólicas y las interpreta.</li> <li>✓ Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas.</li> <li>✓ Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.</li> <li>✓ Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas.</li> <li>✓ Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto.</li> </ul>
<b>META DE APRENDIZAJE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Reconocer la importancia de construir expresiones algebraicas para comunicar e interpretar información</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Construir a partir de una expresión algebraica una situación que evidencie cada una de las relaciones inmersas.</li> <li>✓ Representar la información que brinda un enunciado o situación por medio de expresiones algebraicas.</li> <li>✓ Identifica los valores desconocidos y construye expresiones algebraicas</li> </ul>
<b>COMPETENCIAS MATEMATICAS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Comunicación.</li> <li>✓ Razonamiento.</li> <li>✓ Resolución de problemas</li> </ul>
<b>METODOLOGIA DE TRABAJO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enfoque CPA (Empleo de material concreto, pictórico y abstracto)</li> <li>• Trabajo cooperativo: Empleo de roles y desarrollo de habilidades sociales: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>Dinamizador:</b> Está pendiente que todos participen y garantiza que todos realicen la tarea asignada.</li> <li>✓ <b>Relojero:</b> Garantiza que las tareas se terminen en el tiempo asignado.</li> <li>✓ <b>Secretario:</b> Toma nota, verifica que cada integrante consigne en su cuaderno y recoge los materiales</li> <li>✓ <b>Vocero:</b> Si en el grupo hay dudas, es el encargado de solicitar ayuda al docente para pedir aclaración y expone el trabajo del grupo.</li> <li>✓ Habilidades sociales a desarrollar: <ul style="list-style-type: none"> <li>Respetar los turnos. (De formación)</li> <li>Compartir ideas y opiniones. (De funcionamiento)</li> <li>Ofrecerse para explicar y aclarar. (De funcionamiento)</li> <li>Revisar la comprensión de los otros miembros. (De formulación)</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
<b>RECURSOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Textos Vamos a Aprender Matemáticas de 8°</li> <li>- Material concreto elaborado por los docentes y estudiantes de grado 8° (Fichas para designar roles, fichas con imágenes, signos y números)</li> </ul>

<b>Tema</b> <b>Momentos</b>	<b>Expresiones algebraicas</b>	<b>Evidencias de comprensión</b>
<b>INICIO</b>	<p>El docente les explica a los estudiantes la meta de aprendizaje y la habilidad social a desarrollar.</p> <p>Para que los estudiantes comprendan mejor la temática a trabajar es necesario que manipulen material concreto. Para ello el docente les lleva una serie de fichas con diferentes imágenes, números y signos (+, -, =),</p> 	<p>Se trabaja con los grupos cooperativos establecidos y se le asignan sus respectivos roles y funciones.</p> 



El docente les realiza un ejemplo de cómo asociar las fichas numéricas con las de imágenes

25 lápices + 32 gafas – 6 cebras

El docente les pide a los estudiantes que por grupos armen tres asociaciones diferentes.

Posteriormente les pide que socialicen sus productos, el dinamizador de cada grupo pasa al tablero.



El docente les pide a los secretarios de cada grupo que abrevien las expresiones que realizaron.

	<p>El docente les explica que dichas expresiones se pueden abreviar, para ello retoma el ejemplo y les aclara que</p> $25 \text{ lápices} + 32 \text{ gafas} - 6 \text{ cebras}$ <p>También se puede escribir como:</p> $25l + 32g - 6c$ <p>El docente expresa que este tipo de expresiones se denominan algebraicas y que entre la parte numeral y literal hay una relación de multiplicación, en cada monomio analizado el docente insiste que la operación principal es una multiplicación.</p>	
<p><b>DESARROLLO</b></p>	<p>El docente explica que cada término de una expresión algebraica posee unos elementos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Un <b>coeficiente</b> que es la parte numérica.</li> <li>✓ Una <b>parte literal (letras)</b>, constituida por las variables y sus exponentes naturales.</li> <li>✓ El <b>grado absoluto</b> corresponde a la suma de todos los exponentes de las variables.</li> <li>✓ Si dos o más monomios tienen el mismo grado absoluto son</li> </ul>	<p>El docente solicita a cada grupo de estudiantes que, empleando el material concreto asignado, generen una expresión algebraica con 1, 2, 3 y 4 términos.</p>

homogéneos de lo contrario son heterogéneos.

El docente les aclara que una **expresión algebraica** es una combinación de cantidades numéricas y literales, relacionadas por las operaciones suma, resta, multiplicación, potenciación y radicación. Las letras reciben el nombre de variable.

El docente explica que:

- ✓ Una expresión algebraica que consta de un solo término, formado por el producto de números reales y las potencias de exponentes enteros positivos de una o más variables, recibe el nombre de **monomio**.
- ✓ A los polinomios de dos términos se les denomina **binomios**.
- ✓ A los polinomios de tres términos se les denomina **trinomio**.
- ✓ Cuando un polinomio tiene más de tres términos se les denomina simplemente **polinomios**.



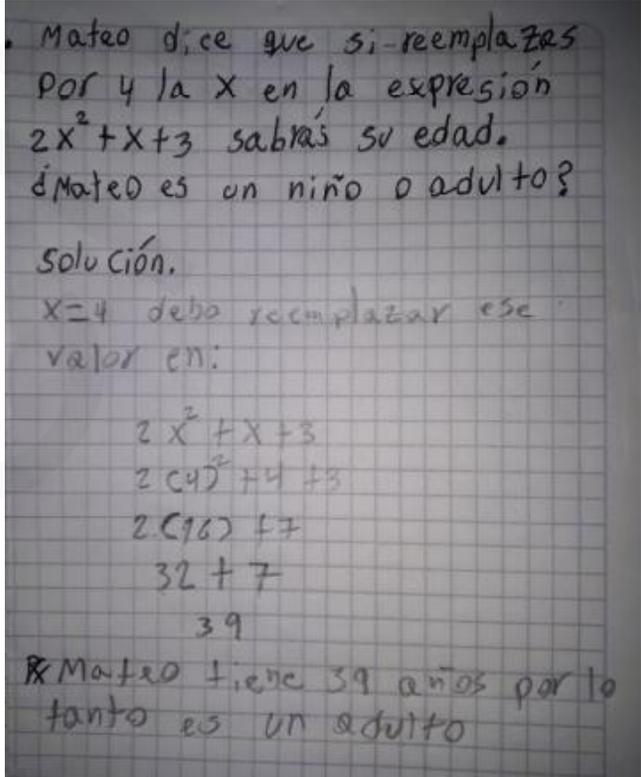
Posteriormente el vocero de cada grupo cooperativo pasa al tablero y socializa su trabajo, de acuerdo a las instrucciones del docente.



		<p><b>Nota:</b> En las fichas elaboradas por los estudiantes al inicio colocaban una x pequeña entre la parte numérica y literal o entre literales para recordar que la operación principal entre ellas es una multiplicación.</p>
<p><b>CIERRE</b></p>	<p>El docente pide a los estudiantes que desarrollen el ítem 1 de la página 31, los ítems 1, 2 y 3 de la página 34 del libro vamos a aprender matemáticas, libro del estudiante.</p> <p>El docente asigna un taller de aprestamiento apoyado en los contenidos para aprender de la página Colombia aprende, el cual se detalla al final de la propuesta.</p> <p><a href="http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/SM_M_G08_U02_L02.pdf">http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/SM_M_G08_U02_L02.pdf</a></p> <p>Además, utiliza un video de apoyo para ratificar la utilidad del lenguaje algebraico.</p> <p><a href="http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/M_G08_U02_L02/M/M_G08_U02_L02/M_G08_U02_L02_01_01.html">http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/M_G08_U02_L02/M/M_G08_U02_L02/M_G08_U02_L02_01_01.html</a></p>	<p>Cada estudiante trabaja en su cuaderno de notas y posteriormente se socializan las actividades desarrolladas.</p> 



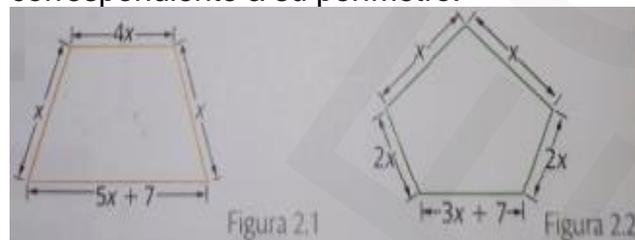
Tema Momentos	Valor numérico de expresiones algebraicas y términos semejantes.	Evidencias de comprensión
<b>INICIO</b>	<p>El docente les recuerda a los estudiantes la meta de aprendizaje y la habilidad social a desarrollar.</p> <p>El docente les plantea el siguiente problema del Libro vamos a aprender matemáticas, libro del estudiante página 32:</p> <p>Mateo dice que si reemplazas por 4 la <math>x</math> en la expresión <math>2x^2 + x + 3</math> sabrás su edad. ¿Mateo es un niño o un adulto?</p> <p>El docente les pide a los estudiantes hallar la solución al problema individualmente y</p>	<p>Se trabaja con los grupos cooperativos establecidos y se le asignan sus respectivos roles y funciones.</p> <p>El docente les pide a los voceros de cada grupo que socialicen la estrategia que escogieron para dar solución al problema.</p>

	<p>después de 7 minutos comparten la estrategia que emplearon y la solución hallada, deben colocarse de acuerdo y escoger una estrategia y una respuesta para socializarla.</p>	 <p>Mateo dice que si reemplazas por 4 la X en la expresión <math>2X^2 + X + 3</math> sabrás su edad. ¿Mateo es un niño o adulto?</p> <p>Solución.</p> <p><math>X=4</math> debo reemplazar ese valor en:</p> $2X^2 + X + 3$ $2(4)^2 + 4 + 3$ $2(16) + 7$ $32 + 7$ $39$ <p>R Mateo tiene 39 años por lo tanto es un adulto</p>
<p><b>DESARROLLO</b></p>	<p>El docente explica que el <b>valor numérico</b> de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene de sustituir la parte literal de la expresión algebraica por números determinados y aplicar las operaciones indicadas en la expresión.</p>	<p>El docente solicita a cada grupo de estudiantes desarrollar el ítem 2 de la página 31 del Libro vamos a aprender matemáticas.</p> <p>El docente circula por los grupos de trabajo cerciorándose que estos comprenden el trabajo que deben desarrollar y aclarando dudas.</p>

Posteriormente el docente pregunta ¿Cómo se halla el perímetro de una cualquier figura geométrica?

Teniendo en cuenta la respuesta de sus estudiantes debe recordarles que el perímetro de toda figura geométrica se halla sumando todos sus lados.

Les pide que analicen las figuras dadas y planteen la expresión algebraica correspondiente a su perímetro.



El docente les aclara a los estudiantes que si los **términos semejantes** son los monomios tienen su parte literal exactamente igual, es decir, son **monomios semejantes**.

Reducir términos semejantes en un polinomio significa agrupar en un solo monomio a los que sean semejantes. Para ello se efectúa la suma algebraica de sus coeficientes

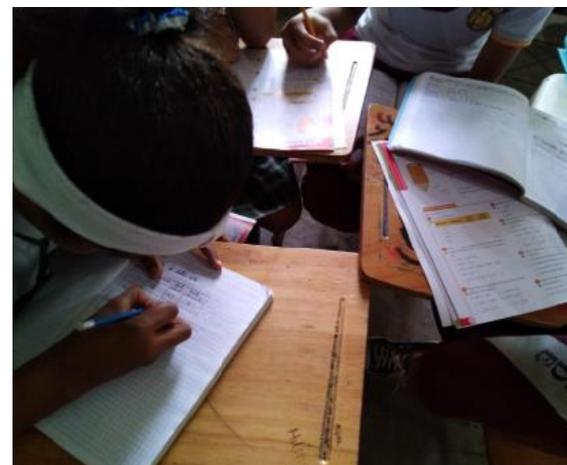


El docente pregunta que si es posible saber cuál es el perímetro de cada figura si se reemplaza  $x = 2$  cm.

**CIERRE**

El docente pide a los estudiantes que desarrollen el ítem 3 de la página 31, los ítems 8, 10 y 12 de la página 34 del libro vamos a aprender matemáticas, libro del estudiante.

Cada estudiante trabaja en su cuaderno de notas y posteriormente se socializan las actividades desarrolladas.



Tema Momentos	Expresiones algebraicas Adición y sustracción de polinomios	Evidencias de comprensión
<p><b>INICIO</b></p>	<p>El docente pide que un estudiante parafrasee la meta de aprendizaje y la habilidad social a desarrollar.</p> <p>El docente pregunta a sus estudiantes cómo pueden reconocer dos expresiones semejantes.</p> <p>El docente está atento a las respuestas y justificaciones de sus estudiantes, debe ratificar que, para el caso del problema planteado, aunque las letras de la parte literal están ubicadas en diferente orden, son las mismas, además menciona que no influyen en la semejanza de las expresiones ni el signo ni el coeficiente.</p>	<p>Se trabaja con los grupos cooperativos establecidos y se le asignan sus respectivos roles y funciones.</p> <p>Juliana dice que las expresiones <math>45abc</math> y <math>-45bca</math> no son semejantes ¿Tiene razón Juliana? ¿Porqué?</p> <p>Situación de análisis. El perímetro de una figura geométrica se calcula sumando todos sus lados.</p> <div data-bbox="1388 829 1780 1122" data-label="Diagram"> <p>The diagram shows a yellow rectangle. To the left of the rectangle, a vertical double-headed arrow indicates the height, labeled '2x'. Below the rectangle, a horizontal double-headed arrow indicates the width, labeled '3x'.</p> </div> <p>Según lo anterior, ¿cuál es el perímetro del rectángulo?</p>

**DESARROLLO**

El docente sintetiza los procesos necesarios para sumar y restar polinomios.

La suma o adición es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones algebraicas (sumandos) en una sola expresión algebraica (suma). (Algebra de Baldor, pág. 40)

Explica que, para sumar polinomios, se suman entre sí los monomios semejantes. Si los monomios no son semejantes, la suma se deja indicada.

La resta o sustracción es una operación que tiene por objeto, dada una suma de dos sumandos (minuendo y sustraendo), hallar el otro sumando (resta o diferencia).

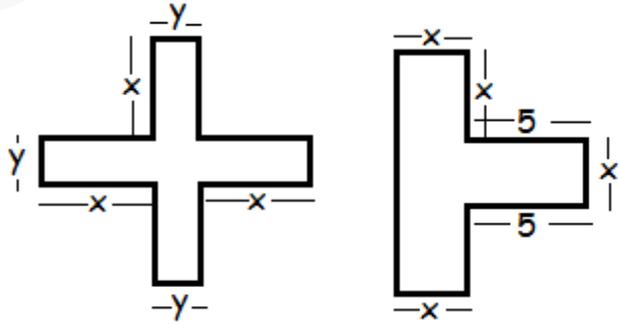
La regla general para restar expresiones algebraicas indica, escribir el minuendo con sus propios signos y a continuación el sustraendo con los signos cambiados y se reducen los términos semejantes si los hay. (Algebra de Baldor, pág. 46)

**Nota:** Cuando el coeficiente de un monomio es 1, no se escribe, pero debe considerarse

Todo paréntesis precedido del signo ( - ) cambia los signos de los términos que agrupa y todo paréntesis precedido del signo ( + ) deja los términos con el mismo signo.

Los estudiantes desarrollan los ítems 1, 2, 3 y 4 de la página 37 del libro vamos a aprender matemáticas, libro del estudiante.



	<p>para adicionar o sustraer monomios. De igual forma sucede cuando el coeficiente es <math>-1</math>.</p> <p>Conviene que los estudiantes vean la necesidad de agrupar términos semejantes, conscientes de que se aplica la propiedad asociativa y la distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, para facilitar cálculos posteriores.</p>	
<p><b>CIERRE</b></p>	<p>El docente pide a los estudiantes que desarrollen el ítem 5 y la evaluación del aprendizaje de la página 37, del libro vamos a aprender matemáticas, libro del estudiante.</p>	<p>Los estudiantes deben determinar los perímetros de las figuras dadas.</p>  <p>Un club vacacional está distribuido por zonas. La zona de deportes tiene un área de <math>(15mn - 5m)</math>, la zona verde un área de <math>(7mn + 10m)</math> y la zona de vivienda un área de <math>(5mn + 3m)</math>. Calcula el área total del club.</p>

## Taller de Aprestamiento

### Objetivos de aprendizaje

Reconocer la importancia de construir expresiones algebraicas para comunicar e interpretar información.

Construir a partir de una expresión algebraica una situación que evidencie cada una de las relaciones inmersas.

Representar la información que brinda un enunciado o situación por medio de expresiones algebraicas.

### ACTIVIDAD 1

YA hemos visto que son las expresiones algebraicas. En este documento continuaremos trabajando el lenguaje algebraico y su representación en el lenguaje común o viceversa, proceso que te permitirá conocer la gran aplicación que tienen las expresiones algebraicas en las diferentes áreas del conocimiento.

Antes de iniciar con los ejercicios definamos qué se entiende por lenguaje común.

Lenguaje común: es el que utilizamos a través de un denominado código o lenguaje, con el cual podemos relacionarnos mutuamente, ya que hacemos uso de él constantemente en la comunicación.

Observa las expresiones algebraicas que se presentan en la primera columna de la siguiente tabla, para las cuales debes identificar el término desconocido, el contexto o la representación en lenguaje común de dichas expresiones algebraicas. Para completar la tabla usa las opciones que se presentan en la parte inferior de la misma.

Expresión algebraica	Término desconocido	Contexto	Lenguaje común
$2x+3$	$X$ = edad de una persona		
$X+2Y$			La suma de un número con el doble de otro
$5X+2Y$		compras	
$\frac{X}{3} + 2X$	$X$ = recorrido		
$2(3x+1)+2(5x)$		geometría	

$X$ = un número  $Y$ = otro numero    
  El perímetro de un rectángulo    
  Edad

$X$ = segmento de lado de un rectángulo    
  La compra de 5 vasos y 2 tasas    
  Distancia

La tercera parte de una distancia más el doble de ella    
  El doble de la edad de una persona más tres años    
   $X$ =Costo de un vaso  
 $Y$ =Costo de una taza

Numérico

Tabla 1. Expresiones algebraicas y el contexto

## ACTIVIDAD 2

Identifica los valores desconocidos y construye expresiones algebraicas.

## Ejercicio 1.

Con base en lo visto hasta ahora ya has experimentado el manejo del lenguaje común al lenguaje algebraico. Una de las tantas aplicaciones que tiene este tema es el de la interpretación de problemas de la vida cotidiana, en la cual el primer paso para la interpretación es identificar los elementos desconocidos, nombrarlos con una letra y formular las ecuaciones que representan la expresión.



Ahora resuelve el siguiente ejercicio:

Identifica los elementos desconocidos que relacionan cada enunciado y nómbralos con una letra. a) El perímetro de un rectángulo cuyos lados mayores miden el doble de los lados menores, los cuales miden cada uno 3b. b) Mario desea vender un vehículo, una moto y una bicicleta por \$12.600.000. El coche vale 3 veces más que la moto y la moto 5 veces más que la bicicleta. ¿Cuánto vale cada vehículo? c) La suma de las edades de 3 jóvenes es de 45 años. El mayor tiene 5 años más que el mediano y este 2 años más que el menor. ¿Cuál es la edad de cada uno? d) Se desea distribuir una suma de \$40000 entre 3 personas de modo que la primera reciba \$600 más que la segunda y esta \$200 más que la tercera. ¿Cuánto tocará a cada una?

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

### Ejercicio 2.

Construye las expresiones algebraicas para cada uno de los anteriores enunciados.

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

### Ejercicio 3

Analiza los siguientes enunciados y luego contesta las preguntas:

A) Distancia recorrida de un vehículo a una velocidad de 52 km en un tiempo determinado. Pregunta: Si aumentamos el tiempo, ¿qué pasa con la distancia recorrida, si se mantiene la misma velocidad?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

---

B) Un ciclista recorre 100km a cierta velocidad en un tiempo determinado. Pregunta: Si disminuye la velocidad, ¿qué pasa con el tiempo, si se recorre la misma distancia?

---

---

---

---

C) La suma de dos números diferentes es igual a 32. Pregunta: Si disminuimos el valor de uno de los números, ¿qué sucede con el resultado de la suma?

---

---

---

---

D) Si una camisa tiene un costo de \$25.000 y se pagan \$200.000 por la compra. ¿Cuál será la cantidad de camisetas pagadas? Pregunta Si aumentamos el costo de la camisa y hacemos la compra por el mismo valor, ¿qué pasa con la cantidad de camisetas a comprar?

---

---

---

---

## 7. Localización



El reasentamiento humano de las Delicias se encuentra ubicado a una distancia de 8 kilómetros al sur de la cabecera municipal de Tierralta, entidad territorial a la cual pertenece, en la vía que conduce al proyecto hidroeléctrico de la represa de Urra. Sus límites son al Norte con la hacienda el Cariño; al Sur con la manzana 1 lote No. 1, de la calle principal; al Este con la Iglesia Adventista del Séptimo Día y al Oeste con predios de la familia Gil Sánchez.

La historia de la creación de este reasentamiento se remonta al año de 1993, cuando se llevan a cabo los estudios de factibilidad para la construcción, en la zona del Alto Rio Sinú, de una presa para la generación de energía hidroeléctrica, por este motivo se deben anegar vastas zonas donde habitan,

en forma dispersa, varias comunidades que tuvieron que ser reasentadas en tierras ubicadas aguas abajo de la represa, naciendo así diferentes reasentamientos entre los que figura el de Las Delicias.

Esta es una zona rica en biodiversidad, pues en cercanías se haya el Parque Natural Nacional del Paramillo. La principal fuente de ingresos de sus habitantes son los cultivos de yuca, maíz, arroz, papaya, plátano, a gran escala y otros de pan coger, a esto se suma la producción pecuaria representada en especies vacunas especialmente.

En este reasentamiento se encuentra ubicada la Institución Educativa de las Delicias, la cual presta el servicio de educación pública en los niveles de Preescolar, grado cero, hasta los grados de la educación básica primaria, básica secundaria y media académica (grados diez y once). Fue creada mediante la resolución No. 022 de noviembre 14 de 1996, emanada del Concejo Municipal y es aprobada por la Secretaría de Educación Departamental mediante resolución N° 0006789 de diciembre 13 de 2.001; se integra como institución educativa bajo la resolución N° 001140 de septiembre 20 de 2002; se encuentra articulada con el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), mediante Resolución 1290 del 03 de noviembre de 2009.

## **8. Método**

Tomando en consideración la procedencia de la población estudiantil y las dificultades que estos tienen al momento de trasladarse al establecimiento educativo, entre las que se destacan: inasistencias debidas a enfermedades; influencia de fenómenos naturales como la lluvia; las enfermedades, el

trabajo que realizan los estudiantes en el campo con sus padres, entre otros, por lo que se procuró que el desarrollo de las actividades, se llevaran a cabo en el momento en que se contara con todos los estudiantes involucrados en el estudio, con la finalidad que no se altera la secuencia que se debía llevar con cada una de las actividades planeadas y darle más veracidad a los resultados obtenidos. Todo esto demandó una planificación detallada de las actividades que se desarrollaron de acuerdo con las siguientes fases:

- ✓ **Fase de inicio.** En esta fase exploratoria se llevó a cabo la aplicación de un instrumento denominado pre-test, tanto al grupo experimental como al grupo control, el cual se analizó y evaluó con la intención de valorar los resultados arrojados, identificando el desempeño a nivel grupal e individual de los estudiantes. Estos resultados, en el inicio, servirán para posteriormente evaluar si con el uso del enfoque concreto-pictórico-abstracto, los aprendizajes de las expresiones algebraicas mejoraron o siguen en el mismo nivel.
- ✓ **Fase de desarrollo.** Es aquí donde se empieza a desarrollar la implementación de la propuesta, presentando las diversas actividades de aprendizaje que se llevaron a cabo en conjunto con los estudiantes.
- ✓ **Fase final.** Se realiza, en esta etapa, un post-test que contiene las mismas preguntas y que tuvo como finalidad evaluar y comparar los resultados del mismo, con los resultados obtenidos en la prueba inicial, con el objetivo de valorar los resultados obtenidos y poder efectuar un análisis más profundo de los mismos.

UNMECFT

## 9. Cronograma

	ACTIVIDAD	F	M	A	M	J	J
1	Elección del tema y nombre del proyecto	■					
2	Explicación a los estudiantes de la metodología del trabajo cooperativo	■	■				
3	Diseñar encuestas de evaluación de ambiente familiar y ambiente escolar		■				
4	Aplicar encuesta de evaluación de ambiente familiar y ambiente escolar		■				
5	Aplicación de pretest para reconocimiento de saberes previos		■				
6	Determinación de los contenidos a desarrollar en el primer semestre académico 2018	■	■	■			
7	Organizar y elaborar material concreto de apoyo		■	■	■	■	
8	Comenzar el desarrollo del contenido seleccionado aplicando la metodología de trabajo CPA		■	■	■	■	■
9	Aplicación de talleres de acuerdo a los contenidos seleccionados		■	■	■	■	■
10	Tabular los datos obtenidos en las encuestas de ambiente familiar y escolar						■
11	Tabular los datos obtenidos en los talleres aplicados						■
12	Análisis de los datos obtenidos en las encuestas de ambiente familiar y escolar						■
13	Análisis de los datos obtenidos en los talleres aplicados						■
14	Elaboración del trabajo escrito	■	■	■	■	■	■

## 10. Recursos

<b>RECURSO HUMANO</b>		
<b>PERSONAL</b>	<b>CANTIDAD</b>	<b>JORNADA</b>
Rector de la Institución	1	Mañana y Tarde
Coordinador académico y disciplina	1	Mañana y Tarde
Docentes	1	Mañana
Secretaria	1	Mañana y Tarde

<b>RECURSO OPERACIONALES</b>	
<b>ITEMS</b>	<b>CANTIDAD</b>
Impresora	1
Resmas de papel	4
Tarros de pegante	4
Cinta de enmascarar	5
Láminas de cartón paja	10
Láminas de Foamy	12
Marcadores borrables	9
Marcadores permanentes	4
Tinta para impresora	4
Fotocopias	480
Video beam	1
Tijeras	6
Computador portátil	2

**11. Presupuesto**

<b>PRESUPUESTO</b>	
<b>PAPELERIA</b>	<b>COSTO TOTAL</b>
Resmas de papel, láminas de cartón paja, foamy, marcadores, tijeras, marcadores, cinta para enmascarar, pegante, fotocopias	\$380.000
Impresora.	\$450.000
Computador portátil 2	\$3.400.000
Transcripciones	\$450.000
Gasto total.	\$4.600.000

## Conclusiones

Una vez finalizado el estudio, se lleva a cabo un comparativo entre los resultados que se obtuvieron al aplicar el Pre-Test y el Post-Test, del cual se puede concluir que el 100% de los estudiantes, que formaron parte del grupo experimental (GE), muestran un rendimiento básico (Niveles Insuficiente y Mínimo de la escala Nacional), en la escala de evaluación de la institución, la cual mediante la aplicación del enfoque, se logró reducir al 80%, aumentando la franjas de rendimiento al nivel alto y superior (Niveles Satisfactorio y Avanzado en la escala Nacional), en un 80% y 0% de rendimiento respectivamente. Por el contrario, en el grupo que fungió como grupo control el 100% de los estudiantes que estaban en la franja de rendimiento básico (Niveles Insuficiente y Mínimo de la escala Nacional) en la escala de evaluación de la institución en el pre-test, continuaron en dicha escala cuando se aplicó el post-test. De lo anterior se puede inferir lo siguiente:

- El aspecto central que originó esta investigación fue el saber ¿Cuál es la efectividad del uso del enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto, CPA, como herramienta pedagógico-didáctica, para el mejoramiento del aprendizaje de las expresiones algebraicas en los estudiantes del grado 8° de la institución educativa las Delicias? Por ello el estudio estuvo enfocado en evaluar lo dicho, lo cual en término de las notas alcanzadas por el Grupo 1 – Experimental, sirvió para mejorar los aprendizajes de las expresiones algebraicas de los estudiantes del grado octavo de la institución educativa las Delicias, del municipio de Tierralta.

- Una vez conocidos los distintos aprendizajes que presentaban dificultades para superar los bajos desempeños en la prueba SABER, se procedió a darle paso al diseño, la implementación y desarrollo de la propuesta pedagógica la cual fue pertinente pues logró una serie de aciertos en los estudiantes en aspectos tales como el despertar la curiosidad por la elaboración del material concreto manipulable, del que nunca antes habían dispuesto para su uso en una clase de matemáticas; también que se despertó el interés y demostración de un estilo de trabajo ordenado y metódico, en grupos colaborativos, para que el aprendizaje al estar a la expectativa de cómo iban a emplear el material elaborado, los predispusiera a trabajar y tener una actitud de empoderamiento de los conceptos lo que deviene en un avance en la forma como adquieren el aprendizaje, a pesar de observarse diferentes estilos y ritmos de aprendizaje, está relacionado con lo expuesto en el segundo objetivo específico.
  
- Es así como el desarrollo de las actividades, tercer objetivo específico, les permitió a los estudiantes llegar a valorar la confianza en ellos mismos, resaltando sus logros personales en el aprendizaje con que la participación de todos se incrementó, con un aliciente particular como lo fue el producto del trabajo en equipo, donde todos llevaron a cabo las tareas que les correspondía realizar, demostrando seguridad, aciertos y disposición para la realización de las actividades y cuando se presentaban los desaciertos recurría al despeje de dudas e inquietudes mediante la realimentación de los procesos que se llevaban a cabo en el aula de clases, por parte del docente.

- Se destaca que una parte primordial en la realización de este trabajo, es lo que tiene que ver con el entusiasmo que despertó en los jóvenes el hecho de poder trabajar y realizar las distintas actividades con entusiasmo, motivación y gusto por el empleo de nuevos ambientes de aprendizajes basado en el interactuar y poder plasmar sus ideas de forma creativa mediante el uso de material concreto elaborado por ellos mismos y para los fines pertinentes y requeridos. De esta forma se da pie para evidenciar que los resultados, que tanto el objetivo general como los que se plasmaron como objetivos específicos, se pudieron cumplir. Es así como los aspectos del cuarto objetivo se cumplieron en la medida que los estudiantes pudieron acceder a la construcción de su conocimiento, pues el uso de este tipo de herramientas, en la que los jóvenes se sienten parte importante del proceso de su aprendizaje, incentiva en ellos una serie de habilidades que le ayudaran para su posterior desempeño en la sociedad donde les toque desenvolverse, esto se constató en el hecho que fueron notables resultados obtenidos por el grupo experimental en los talleres que se implementaron y que fueron comparados posteriormente con los resultados obtenidos en la prueba SABER, donde se acusa una mejoría en el desempeño de las tres competencias matemáticas.

## Recomendaciones

- Continuar con la aplicación de la estrategia, no solo en el grado octavo, sino también en los demás niveles de la educación básica secundaria y porque no en los niveles de la básica primaria, haciéndose extensiva a otros temas del área de matemáticas, susceptibles de ser permeados por esta estrategia, pues con su aplicación se puede fortalecer el aprendizaje significativo.
- La invitación a los y las docentes a que no nos enmarquemos en la utilización del solo modelo pedagógico tradicional, para interactuar en las clases con los estudiantes, sino a que se atrevan a ir más allá teniendo en cuenta que los nuevos tiempos de la globalización y de la era del conocimiento, nos hace un llamado perentorio a que pensemos en los estudiantes ya que estos merecen que se les brinden las facilidades para guiarlos en un proceso de aprendizaje en el que puedan demostrar su propio dinamismo no solo en clases, sino fuera de las aulas.
- Seguir, en forma incansable, en la promoción de la investigación, entre los docentes, de estrategias didácticas que beneficien a los estudiantes de todos los grados y niveles de la educación básica y media, con la intención que se lleve un proceso en el estudiante desde los inicios de la educación, mejorando el desempeño académico y la calidad educativa, tanto en el área de matemáticas como en otras del saber.

## Bibliografía

- Álvarez, C. 2015. Planificación para la Comprensión; un estudio cuasi experimental. (Tesis para optar al grado de magíster en educación mención currículum y comunidad educativa). Santiago de Chile. Universidad de Chile Facultad de Ciencias Sociales Escuela de Postgrado. pp.57. En:  
<http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/137533/tesis%20para%20optar%20al%20grado%20de%20mag%20adster%20en%20educaci%20%b3n%20-%20carolina%20alvarez%20rojas.pdf?sequence=1&isallowed=y>
- Asamblea Nacional Constituyente. 1991. Constitución Política Colombiana. Bogotá, Colombia. pp.9. En:  
[https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma\\_pdf.php?i=4125](https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma_pdf.php?i=4125)
- Baldor, A. 1914. *Algebra*. Grupo Editorial Patria. Pp.40, 46.
- Buendía, L., Colás, P. & Hernández, F. 1998. *Métodos de Investigación en Psicopedagogía*. Madrid, España: McGraw-Hill. Pp.120. En:  
<http://cetmar02.edu.mx/neoarts/documentos/libros/M%C3%A9todos%20de%20investigaci%C3%B3n%20en%20psicopedagog%C3%ADa%20-%20Leonor%20Buend%C3%ADa%20Eisman.pdf>. Consultado el día 13 de noviembre de 2018.
- Bruner, J. 2008. "Culture and Mind: Their Fruitful Incommensurability". Washington, Estados Unidos: *Ethos: Journal of the Society for Psychological Anthropology*. Vol. 36, p. 29 - 45. En:  
<https://anthrosource.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1548-1352.2008.00002.x>. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1548-1352.2008.00002.x>. Consultado el día 13 de noviembre de 2018.
- Calderón, P. 2014. Percepciones de los y las Docentes del Primer Ciclo Básico, sobre la implementación del Método Singapur en el Colegio Mario

Bertero Cevasco de la Comuna de Isla de Maipo. (Tesis de Maestría). p.31 – 39, 91, 93 - 95. Chile. Universidad de Chile. En: <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/130579>. Consultado el día 15 de agosto de 2018.

Colombia aprende. La red del conocimiento. S.f. Conocimiento didáctico. En: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/pionerosaae/5393>. Consultado el día 17 de agosto de 2018.

Collazos, C. & Mendoza, J. 2006. "Cómo aprovechar el "aprendizaje colaborativo" en el aula". Cauca, Colombia: *Educación y Educadores*. Vol. 9 No. 2, p. 61-76. En: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0123-12942006000200006&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-12942006000200006&lng=en&tlng=es). Consultado el día 12 de febrero de 2018.

Copa. L & Villalta L. (2017). "El cuento audiovisual para la producción de cuentos en niños de 5 años de la I.E.I. N° 255 Chanu Chanu en la ciudad de Puno en el año 2017". Perú. Facultad de Ciencias de la Educación. Escuela Profesional de Educación Inicial. Universidad Nacional del Altiplano. En: <https://docplayer.es/95341665-Universidad-nacional-del-altiplano-facultad-de-ciencias-de-la-educacion-escuela-profesional-de-educacion-inicial.html>

Espinoza, A. & Villalobos, A. 2016. "El Método Singapur en el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado. Una propuesta Metodológica para la Enseñanza de la Matemática". (Memoria para optar al título de profesor de educación media en educación matemática). Chillán, Chile. Universidad del Bío-Bío, Facultad de Educación y Humanidades Escuela de Pedagogía en Educación Matemática. pp.27, 30. En: [http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos\\_Valdes\\_Ana.pdf](http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos_Valdes_Ana.pdf). Consultado el día 21 de agosto de 2018.

García. L. 2017. "Matemáticas manipulativas – Modelo CPA – De lo concreto a lo pictórico para llegar a la abstracción". Maestra Lorena. [Un maestro es una brújula que activa los imanes de la curiosidad, el conocimiento y la sabiduría de los alumnos. Ever Garrison]. En:

<https://idealeduca.blogspot.com/search/label/mates>. Consultado el día 21 de agosto de 2018.

Guilar, E. 2009. "Las ideas de Brunner: de la 'Revolución cognitiva' a la 'Revolución cultural'". Vol 13. pp. 236 – 237. Venezuela: *Revista Educere*. En: <https://www.redalyc.org/pdf/356/35614571028.pdf>. Consultado el día 15 de mayo de 2018.

Ibarra, D. 2016. "Propuesta Metodológica para la Enseñanza de la División a través de Material Concreto Multifuncional y Tic en el grado cuarto de la Institución Educativa Josefa Campos". (Tesis de maestría). pp. 31, 86. Medellín. Colombia. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. En: <http://bdigital.unal.edu.co/55888/1/39325373.2016.pdf>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.

Iliescu, D & Bartram, D. 2014. "El Uso de los Tests y otros Instrumentos de Evaluación en Investigación". (Traductor Muñiz, J). pp.3. Comisión Internacional de Tests. Copyright: International Test Commission ©. En: <https://docplayer.es/3891536-El-uso-de-los-tests-y-otros-instrumentos-de-evaluacion-en-investigacion.html>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. 2017. "Resultados del grado noveno en el área de matemáticas para la Institución Educativa Las Delicias". Bogotá, Colombia. En: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. 2016. "Resultados del grado noveno en el área de matemáticas para la Institución Educativa Las Delicias". Bogotá, Colombia. En: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. 2015. "Resultados del grado noveno en el área de matemáticas para la Institución Educativa Las Delicias". Bogotá, Colombia. En:

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx>. Consultado el día 10 de marzo 2018.

Jiménez, C. s.f. “La Formación por Competencias una Estrategia Integral de Educación o un Paradigma de la Globalización”. En: <http://media.utp.edu.co/administracion-ambiental/archivos/coloquio-para-la-reforma-curricular-del-programa/2-ponencia-competencias-del-administrador-ambiental.pdf> . Memorias del Coloquio para la reforma curricular del programa. Consultado el día 11 de diciembre de 2018.

Jornet, J., Suarez, J. & Pérez, A. (2000). “La validez en la evaluación de programas”. Revista de Investigación Educativa. Vol. 18. N.º 2. pp.344. En: <https://revistas.um.es/rie/article/view/121031/113721>. Consultado el día 11 de diciembre de 2018.

Magaña, D. 2010. “Multiplicación y división en primaria. Estudio comparativo España – Singapur”. pp.28. España. Facultad de Educación. Universidad de Alcalá. En: <http://www3.uah.es/pramos/Blog/Pdfs/Multiplicacion-y-divison-David-Magania.pdf>. Consultado el día 15 de agosto de 2018.

Matemáticas Maravillosas. S.f. “Enfoque Metodológico CPA”. En: <http://matematicas-maravillosas.blogspot.com/2013/03/concreto-pictorico-abstracto-copisi.html>. Consultado el día 13 de marzo de 2018.

Mejía, H. 2017. “ La metodología de investigación evaluativa una alternativa para la valoración de proyectos”. Revista Iberoamericana de Bioeconomía y Cambio Climático. Vol. 3. núm 5. pp. 736. En: <https://lamjol.info/index.php/RIBCC/article/view/5945>. Consultado el 13 de noviembre de 2018.

Mendoza, I. 2013. “Investigación cuantitativa”. Ciudad de México. México. Universidad Tecnológica Latinoamericana en Línea. En: <https://www.utel.edu.mx/blog/10-consejos-para/investigacion-cuantitativa/> Consultado el día 26 de febrero de 2019.

Ministerio de Educación Nacional. 2010. Proyecto de Liderazgo Escolar: Mejorando la Enseñanza y el Aprendizaje en las Instituciones Educativas. Manual de actividades. p. 8. En: [http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-345504\\_anexo\\_6.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-345504_anexo_6.pdf). Consultado el 13 de noviembre de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 2009. Decreto 1290. En: [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-187765\\_archivo\\_pdf\\_decreto\\_1290.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf). Consultado el día 14 de mayo de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 1998. Serie lineamientos curriculares. p. 18. En: [http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf). Consultado el día 19 de mayo de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 1996. Diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo. [Resolución 2343 de 1996]. En: [http://elearning.cecar.edu.co/RecursosExternos/UnidadIIProyTecn/RESOLUCION\\_2343\\_DE\\_JUNIO\\_5\\_DE\\_1996.pdf](http://elearning.cecar.edu.co/RecursosExternos/UnidadIIProyTecn/RESOLUCION_2343_DE_JUNIO_5_DE_1996.pdf). Consultado el día 14 de mayo de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 1994. Decreto 1860. En: [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-172061\\_archivo\\_pdf\\_decreto1860\\_94.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf). Consultado el día 15 de mayo de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 1994. Ley General de Educación. Ley 115. En: [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf). Consultado el día 14 de mayo de 2018.

Ministerio de Educación Nacional. 2017. Vamos a aprender matemáticas. Libro del estudiante. Grado octavo. pp.30 – 49. Ediciones .SM, S.A. Bogotá. ISBN 978-958-780-228-3.

- Ministerio de Educación Nacional. 2017. Vamos a aprender matemáticas. Guía del docente. Grado octavo. pp. 52 – 70. Ediciones .SM, S.A. Bogotá. ISBN 978-958-780-228-3.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). 2016. PISA 2015. PISA Resultados Clave. En: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>. Consultado el día 27 de marzo de 2018.
- Orozco, V. 2017. “Optimización del método Singapur usando TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de primer grado”. (Tesis de maestría). pp.15, 37. Barranquilla. Colombia. Universidad del Norte. En: <http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7711/130289.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Consultado el día 13 de mayo de 2018.
- Pérez, J. 2015. “El positivismo y la investigación científica”. Revista Empresarial. Vol. 9 No. 3. p. 29 – 34. Guayaquil, Ecuador. En: <file:///C:/Users/Andrea%20Solar/Downloads/Dialnet-EIPositivismoYLaInvestigacionCientifica-6419741.pdf>. Consultado el día 15 de febrero de 2018.
- Quero, M. 2010. Confiabilidad y coeficiente Alpha de Cronbach Telos. Vol. 12. Núm. 2, pp. 249. Maracaibo. Venezuela. Universidad Privada Dr. Rafael Belloso Chacín. En: <https://www.redalyc.org/pdf/993/99315569010.pdf>. Consultado el día 15 de febrero de 2018.
- Revista Semana. 2017. “ ¿Cuál es la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana? ”. En: <https://www.semana.com/educacion/articulo/cual-es-la-utilidad-de-las-matematicas-en-la-vida-cotidiana/527936>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.
- Sampieri, Fernández, & Baptista. 2006. Metodología de la Investigación. México: McGraw-Hill Interamericana. Sexta Edición. pp. 151. En: <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.

Sanchez, M. t-Student. Usos y abusos. Revista Mexicana de Cardiología. Vol.26. No.1. México. En:  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-21982015000100009](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-21982015000100009). Consultado el día 10 de noviembre de 2018.

Yela, M. 1996. Introducción a la teoría de los tests. Madrid. España. Facultad de Psicología. Universidad Complutense de Madrid. Pp. 251. En:  
<http://www.psicothema.com/pdf/660.pdf>. Consultado el día 10 de marzo de 2018.

# **ANEXOS**

## Anexo 2. Consentimiento informado



### CONSENTIMIENTO INFORMADO



**El enfoque concreto, pictórico, abstracto estrategia didáctica, para el mejoramiento del aprendizaje de las expresiones algebraicas en la institución educativa las Delicias.**

**Investigador Principal:** Hernando Rafael Solar Martínez

**Institución:** Institución Educativa Las Delicias.

Tierralta- Córdoba

Reasentamiento de Las Delicias.

A los estudiantes del grado 8º, se les está invitando a participar, como voluntarios, en un estudio de investigación con el cual se espera mejorar el aprendizaje de las expresiones algebraicas. Algunos docentes son elegibles para participar en este estudio.

Este documento de consentimiento informado le proporcionará la información necesaria, a los padres de familia o acudientes, para ayudarle a decidir sobre la participación o no en este estudio, de su hijo. Por favor lea atentamente la información. Si cualquier parte de éste documento no le resulta claro o si tiene preguntas o desea solicitar información adicional, no dude en pedirla en cualquier momento al líder del estudio.

Este estudio ha sido aprobado por la rectoría de la institución y es base fundamental para el proyecto de graduación del docente Hernando Solar Martínez como Magister en ciencias de la educación de la universidad Metropolitana de Ciencia y Educación UMECIT, con su sede principal en ciudad de Panamá, por ello brindaré la siguiente información.

#### 1. PROPÓSITO DEL ESTUDIO

Se planteó la necesidad de realizar un estudio que permita la implementación del enfoque concreto, pictórico, abstracto, estrategia didáctica para el aprendizaje algebraico en la institución educativa las Delicias.

#### 2. DURACIÓN ESPERADA DEL ESTUDIO Y NÚMERO DE SUJETOS PARTICIPANTES

La duración de este estudio será de 6 meses, se realizará a nivel del municipio de Tierralta y más específicamente en la institución educativa Las Delicias, en el área rural con la participación de 40 estudiantes.

#### 3. PROCEDIMIENTOS DEL ESTUDIO

- El docente responsable del proyecto, espera que los padres de familia o acudientes de los menores, con los que se adelantaran las actividades académicas dentro o fuera de las aulas de clase, puedan permitir la participación en el estudio, de los menores, por lo que se requiere la firma del asentimiento informado (si es menor de edad) o consentimiento informado (si es mayor de edad)

### Anexo 3. Encuesta ambiente escolar del estudiante



INSTITUCION EDUCATIVA LAS DELICIAS (NIT 812008015 - 2)  
ENCUESTA DIAGNÓSTICA (AMBIENTE DEL ESTUDIANTE)

Nombre: Inel Jose Domínguez Sexo: M:  F:   
Edad: 15 Grado: 8° 01 Fecha: 28/8/2018

1. ¿Te gustan las clases de matemática? SI  NO   
Explica tu respuesta:  
porque uno se aprende muchas cosas en la area de matematica
2. ¿Consideras difícil aprender matemáticas? SI  NO   
Explica tu respuesta:  
porque es muy complicado
3. De los temas que explica tu profesor, entiendes: Solo algunas cosas  Todo
4. ¿Tu profesor de matemáticas te deja tareas o talleres? SI  NO
5. ¿Qué haces cuando no entiendes lo que tu profesor de matemáticas te explica? Marca con una X  
a. ¿Le preguntas al profesor inmediatamente en la clase?   
b. ¿Lo haces después en otro momento?   
c. ¿Le preguntas a otros compañeros?   
d. ¿Le preguntas a otras personas?   
e. ¿Consultas en internet?   
f. ¿Consultas libros de texto?
6. ¿Qué clase de materiales utilizas al momento de realizar tus trabajos en casa?  
a. Libros de consulta.   
b. Guías o talleres dejados por el profesor.   
c. Servicio de internet.   
d. Mesa donde se sirven los alimentos.   
e. Escritorio propio.   
f. Computadora.   
g. La cama de tu cuarto.
7. Tu profesor de matemáticas:

- a. ¿Tiene dominio del área? SI  NO
- b. ¿Fomenta la participación en clases? SI  NO
- c. ¿Cuándo te equivocas te corrige? SI  NO
- d. ¿Te hace preguntas del tema explicado? SI  NO
- e. ¿Utiliza diferentes tipos de materiales en el desarrollo de las clases? SI  NO
- f. ¿Valora tus aportes en el progreso de la clase? SI  NO
- g. ¿Habla contigo sobre tu rendimiento académico? SI  NO

8. Presentas temor o te sientes inseguro en la clase de matemáticas a la hora de:

- a. Salir al tablero para exponer algo de un tema SI  NO
- b. Cuando presentas un examen del área? SI  NO
- c. Cuando te preguntan sobre la clase? SI  NO

Has repetido algún grado durante tu estancia en la institución o en otra? SI  NO

¿Cuál grado? 2

9. ¿Consideras de importancia el tema de las expresiones algebraicas? SI  NO

Explica tu respuesta: Para realizar problemas matemáticos más rápido

10. Durante el desarrollo de las clases de matemáticas el profesor:

- ¿Explica la forma de desarrollar los ejercicios? SI  NO
- ¿Te pone a trabajar en grupos? SI  NO
- ¿Deja que te copies directamente del tablero? SI  NO
- ¿Te deja talleres para resolver en casa? SI  NO
- ¿Te explica cómo vas a resolver las tareas? SI  NO
- ¿Te formula preguntas? SI  NO
- ¿Realiza pruebas como quist u otro tipo de evaluación? SI  NO

11. Con relación al método que se piensa implementar, método Singapur en su enfoque CPA, contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Conoces el método y el enfoque? SI  NO
- b. ¿El enfoque CPA te permitirá aprender mejor las matemáticas? SI  NO
- c. ¿Crees que será un método motivador y llamativo que favorecerá el proceso de aprendizaje? SI  NO
- d. ¿Crees que se aprende más con la ayuda de elementos que se puedan manipular? SI  NO
- e. ¿Piensas que los jóvenes deberían aprender matemáticas a través la manipulación de elementos cotidianos que le ayuden a entender mejor los conceptos? SI  NO

## Anexo 4. Encuesta ambiente familiar del estudiante



INSTITUCIO EDUCATIVA LAS DELICIAS (NIT 812008015 - 2)  
ENCUESTA DIAGNOSTICA (AMBIENTE FAMILIAR)

No. De estudiantes:

Sexo: M:

F: 10 Grado: 8°

Fecha:

1. La casa donde vives es:
  - Propia SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Familiar SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Arrendada SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
2. El estrato socioeconómico donde vives es:
  - Uno \_\_\_\_\_
  - Dos \_\_\_\_\_
  - Tres \_\_\_\_\_
3. ¿Con quién vives en casa?
  - Mama, papa, hermanos, abuelos, tios. \_\_\_\_\_
  - Mamá. \_\_\_\_\_
  - Papá. \_\_\_\_\_
  - Abuelo. \_\_\_\_\_
  - Abuela. \_\_\_\_\_
  - Hermanos. \_\_\_\_\_
  - Familiares. \_\_\_\_\_
  - Vecinos o conocidos. \_\_\_\_\_
4. Lo económico, en tu casa, lo aporta:
  - El papá. \_\_\_\_\_
  - La mamá. \_\_\_\_\_
  - Hermanos mayores. \_\_\_\_\_
  - Otro familiar. \_\_\_\_\_
  - El trabajo que tú haces en horas libres o jornada contraria. \_\_\_\_\_
5. ¿De cuantas habitaciones dispone tu casa?
  - Una. \_\_\_\_\_
  - Dos. \_\_\_\_\_
  - Tres. \_\_\_\_\_
  - Más de cuatro habitaciones. \_\_\_\_\_
6. De las siguientes situaciones, cuál es la más frecuente que se presenta en tu casa.
  - ¿Tus padres dialogan contigo? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Te maltratan de alguna forma? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Tus padres mantienen discutiendo por cualquier motivo? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Te apoyan en tus estudios? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Te consideran que eres un fastidio? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Discutes y peleas con tus hermanos? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Tus padres se comunican constantemente? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Estas inconforme con la situación que presenta tu hogar? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - ¿Te sientes que estas solo a pesar de tener a tu familia contigo? SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
7. El mayor nivel educativo que tienen tus padres es:
  - Primaria. \_\_\_\_\_
  - Bachillerato. \_\_\_\_\_

- Técnico. \_\_\_\_\_
  - Tecnólogo. \_\_\_\_\_
  - Profesional. \_\_\_\_\_
  - Otro. \_\_\_\_\_
  - ¿Cuál? \_\_\_\_\_
8. ¿De la siguiente lista de servicios y enseres o aparatos, cuales hay en tu casa?
- Teléfono fijo. SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Telefono movil. SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Grabadora SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Tv. SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Computadora SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Reproductor de Cd's SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Bicicleta SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Motocicleta SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Auto SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Conexión de gas SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Servicio de agua SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Servicio de internet SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Servicio de energia SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Nevera SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Plancha eléctrica SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Lavadora SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Cocina de leña SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Animales domesticos SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_
  - Biblioteca SI. \_\_\_\_\_ NO. \_\_\_\_\_

## Anexo 5. Test sobre expresiones algebraicas



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS DELICIAS

TEST SOBRE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Nombre y apellidos \_\_\_\_\_ Curso 8º \_\_\_\_\_

### Objetivos.

1. Traducir situaciones matemáticas y cotidianas, del lenguaje natural al lenguaje algebraico. (Comunicación.)
2. Calcular expresiones algebraicas a través de la valorización numérica de una cantidad determinada de variables involucradas. (Razonamiento)
3. Aplicar expresiones algebraicas a la resolución de problemas. (Resolución de problemas)

### Términos algebraicos

Un término algebraico es el producto de un factor numérico por una o más variables literales. En cada término algebraico se distinguen el coeficiente numérico (que incluye el signo y constantes matemáticas) y la parte literal (que incluye variables). El grado que tenga un término algebraico se define como la suma de los exponentes de cada factor de la parte literal.

Ejemplos:  $2x^2$ ;  $-3y^5$  ;  $11/6 xy^4z^3$ ;  $-2,5 pq^5$

### Expresión algebraica

Una expresión algebraica es la combinación de términos algebraicos y operaciones aritméticas como adiciones y multiplicaciones, entre otras. De acuerdo con el número de términos que componen una expresión algebraica, estas se clasifican en: monomios (un término) y multinomios (dos o más términos). Estos últimos, con dos términos se les llama binomios y de tres términos, trinomios. Si los exponentes de la parte literal son todos positivos, llamaremos a la expresión algebraica polinomio.

Las expresiones algebraicas son la notación mediante la cual generalizamos el comportamiento de diversos fenómenos matemáticos y del mundo real, pasando del lenguaje natural al lenguaje algebraico, y viceversa.

Ejercicio. 1. Expresa en el lenguaje algebraico.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de un número	

El doble de un número menos tres unidades	
El doble de un número menos tres unidades, más otro número.	
El doble de un número menos tres unidades, más otro número, menos la tercera parte del primer número.	
El doble de un número menos tres unidades, más otro número, menos la tercera parte del primer número, más la mitad del segundo	
El teorema de Pitágoras	

Ejercicio 2. Si  $m$  es la edad de Juan, expresa en lenguaje algebraico.

La edad que tendrá dentro de 10 años	
La edad que tenía hace 4 años	

Ejercicio 3. Calcula el valor numérico de estas expresiones algebraicas para  $x=3$ .

Expresiones algebraicas	Valor numérico para $x=2$
$X+1$	
$2x-3$	
$X^2+1$	
$2x^2-3x-5$	

Ejercicio 4. Indica mediante una expresión algebraica el perímetro y el área de un cuadrado de lado  $x$ . Halla su valor numérico cuando el lado mide 6 cm

Escribe aquí la solución al ejercicio No. 4

Ejercicio (5): Rellena la siguiente tabla.

Monomio	Coficiente	Parte Literal	Grado	Opuesto	Semejante
$8xy^2$					
$3abc$					
$6$					
$15x^2$					

Ejercicio (6): Realiza las siguientes operaciones

a)  $5x + 2x$

b)  $-3y^2 + 4y^2$

Ejercicio 7: Realiza las operaciones, ordena sus términos de mayor a menor grado, e indica el grado de cada polinomio.

a)  $P(x) = 5x^3 - x + 7x^2 - x^2 + 8x - 2$

b)  $Q(x) = 12 + x^2 + 7x - x^4 - 8 - 3x^2$

Ejercicio 8: Calcula el valor numérico del polinomio  $P(x) = 5x^3 - x + 7x^2 - x^2 + 8x - 2$  para  $x=3$ .

Ejercicio 9. Dado el polinomio:  $3x - x^6 - 3 + 2x^3$  se pide indicar:

- Grado absoluto:
- término independiente:
- ordenar:
- coeficiente del término de mayor grado:

Ejercicio 10. Calcular el valor numérico de la expresión  $\frac{5a^7b^2 - 3ab^5}{5c}$  para  $a=-3$   $b=-1$   
 $c=4$

Ejercicio 11. Escribir un polinomio que cumpla todo lo siguiente:

- que tenga tres término,
- que sea de grado 5,
- que el término independiente sea  $-6$ ,
- que algún coeficiente del algún término sea 4.

Ejercicio 12. Expresar en lenguaje algebraico:

- el doble de la suma de dos números
- la tercera parte del cuadrado de un número más el triple de dicho número.